

重磁勘探反演问题

曾华霖 阙筱玲 谢婷婷 张汝康 编译

石油工业出版社



重磁勘探反演问题

曾华霖 阚筱玲 编译
谢婷婷 张汝康

石油工业出版社

内 容 提 要

本书全面系统地介绍了国外地球物理学家在重力、磁法勘探反演问题方面的研究成果。其中包括确定地质体参数、确定物性分界面起伏和确定物理参数的分布的反演问题的理论和计算方法。

本书可供从事重力、磁法勘探工作的物探人员、有关大专院校教师、研究生及高年级学生参考。

重磁勘探反演问题

曾华霖 阙筱玲 编译
谢婷婷 张汝康

*

石油工业出版社出版
(北京安定门外安华里二区一号楼)

燕华营印刷厂排版

燕华营印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开本 22³/₄ 印张 570 千字 印 1—1,400

1991 年 4 月北京第 1 版 1991 年 4 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5021-0452-6/TE·435

定价: 7.05 元



代 序

解反演问题是重磁勘探资料解释中一项很有意义的工作，也是国内外地球物理学家十分感兴趣的一个课题。

十多年来，我国的勘探地球物理工作者，在反演问题研究上，例如在应用重磁异常求地下岩层物理性质分界面（简称为“界面反演”）方面，已取得了一定的进展，然而，与国外的研究相比，在某些方面还有些差距。

为了使我国广大的勘探地球物理工作者能够较全面地了解国外地球物理学家在反演问题方面的研究成果，本书的编译者经过十余年的辛勤工作，查阅并翻译了相当数量的英、俄文资料，从中选出有代表性的部分，予以分类，写成了这本内容较丰富、系统的书。这样的资料对于我国的物探工作者，特别是处在生产第一线难以看到外文资料的同志们，会是一本难得的参考书。

谭承泽

侯重初

1988年6月

前 言

我国的勘探地球物理工作者,自70年代初开始研究应用计算机对重磁异常进行自动选择的反演方法。十多年来,在用最优化选择法对金属矿区的磁异常进行解释方面,特别是在最近几年利用“界面反演”方法研究区域构造的问题中,做了不少的研究工作,取得了一定的应用效果。然而,应当承认,在反演方法的理论研究和用它解决实际地质问题方面,我们与国外相比还有一定的差距。在生产第一线工作的物探队,对反演方法的应用还不够普遍。对于这个在重磁资料数据处理和解释中的关键而又较为困难的课题,广大的勘探地球物理工作者十分关心,希望了解这方面的研究情况,特别是国外的经验。这使我们产生了编译本书的想法。

自1973年以来,编译者开始从国内保存的英、俄文书刊中查阅和收集关于重磁反演问题的文章,笔译了相当数量的英、俄文资料,从中选择出较有价值的部分,按照我们的理解,归类整理,形成了本书,把它奉献给我国的勘探地球物理工作者。

对于本书,有下列几点说明:

(1) 本书着重介绍具体的反演方法。一般,删去原文中用所述方法解释实测异常的部分。

(2) 本书是对国外地球物理学家关于反演问题研究情况的“客观报道”,在选择内容和编译时,除发现的明显错误外,不修改原作者的观点。在评论方法的优缺点时,也基本上引用国外作者的意见。

(3) 由于本书是一本“选集”,作者众多,又经我们删节,因此全书内容不可能连续。在章节的划分及内容的归并上也并不十分严格;同时,各部分的数学符号也不完全统一,但每一部分的符号都有说明。

(4) 原作者姓名都用原文。这样作,一方面可避免由于译音的不准确,给读者带来麻烦;另一方面也便于读者查阅文章的原文。例如,第一章第四节中“B. K. Bhattacharyya (1978)……”,读者如欲阅读Bhattacharyya文章的原文,可根据他的姓和发表文章的时间,从参考文献的目录中就能查出原文的出处。

(5) 每章各节中的内容编排呈“块状(积木式)”结构。每一“块”的内容为一位作者的论述,作者姓名和发表时间是每块开始的标志,例如,D. W. Marquardt (1963), B. И. Старостенко (1978) 等。

(6) 书后的参考文献目录,分为英、俄文两部分,每一部分按作者(或第一作者)的姓的字母顺序排列。

谭承泽教授、侯重初高级工程师对本书的编译工作给予了热情的支持,并撰写了序言,我们在此表示感谢。

阚筱玲、谢婷婷翻译了大部分英文资料,曾华霖翻译了全部俄文资料和部分英文资料;曾华霖、张汝康校译了全部译文;全书由曾华霖、阚筱玲编排定稿;谢婷婷还承担了部分资料的收集和整理工作。

参加本书工作的还有张怀素、张丽君、张国平和邓伟。

尽管我们做了很大的努力,但由于水平和时间所限,本书仍存在一些问题和缺点。例如内容还不够全面,编排上不够细致,译文的质量有欠佳之处等,敬请读者批评指正。

1988年6月

目 录

编译者综述	(1)
第一章 重磁反演问题的提法和解法	(11)
第一节 解重磁反演问题的提法及方法分类	(11)
第二节 重磁反演问题的几种解法	(19)
第三节 适定与不适定的问题	(40)
第四节 解重磁反演问题研究情况综述	(44)
第二章 确定地质模型体参数	(55)
第一节 特征点法	(55)
第二节 最优化选择法	(59)
第三节 应用异常的频谱及异常的数学变换的方法	(90)
第四节 人机会话自动反演方法	(141)
第三章 确定物性分界面的起伏	(147)
第一节 界面起伏位场的统计分析	(147)
第二节 迭代法界面反演方法	(159)
第三节 频谱展开法	(184)
第四节 广义矩阵反演	(186)
第五节 多项式法	(195)
第六节 正则化法	(201)
第四章 确定物理性质参数(密度、磁化强度)的分布	(210)
第一节 Backus-Gilbert 方法	(210)
第二节 线性规划和二次规划法	(215)
第三节 傅立叶褶积法	(237)
第五章 多解性问题	(242)
第一节 重磁解释中多解性(非唯一性)的存在	(242)
第二节 引起多解性的因素和实现反问题解的唯一性的条件	(249)
第三节 最大深度法则	(273)
第四节 理想体理论	(278)
第六章 解反演问题的某些计算方法	(290)
第一节 非线性最优化	(290)
第二节 不适定问题和正则化算法	(304)
第三节 数学规划问题的解法	(312)
第四节 线性方程组的解法	(328)
第五节 非线性方程组的解法	(334)
参考文献	(341)

编译者综述

解反演问题，即定量解释，是重磁勘探工作的主要环节之一。

从地质角度上来说，解反演问题的目标主要是研究（推断）金属或非金属矿体和研究地质构造（包括控矿构造，如含油、天然气、煤的构造，以及区域性的深部构造等）。前者称为矿体类问题，后者称为构造类问题。从地球物理角度来讲，这一目标可以分为：确定地质体（用几何模型表示）参数（属于矿体类问题）、确定物性分界面的起伏（属于构造类问题）和确定物理参数（密度、磁化强度等）的分布。

当今解反演问题的基本作法大体上是相同的，主要分两步：第一步用一个或一组几何形状简单、密度或磁化强度均匀分布或以某一规律分布的模型体来表示形状复杂、密度或磁化强度分布不均匀的地质体。第二步根据观测异常确定模型体的几何参数（位置、大小等）和物性参数（密度、磁化强度等），以此来表示实际地质体。由观测异常求模型体的参数，可以一次完成（例如，根据异常曲线的特征点确定模型体的参数，或者由异常曲线直接计算模型体的某些参数），也可以多次完成（例如，用模型体的不同参数计算出的理论异常与实测异常进行多次比较，从中选择出使两种异常拟合得最好的模型体来表示地质体）。

反演问题研究所面临的几个主要问题是：

（1）如何从观测异常值中选择适当的点值作为反演用的异常值

应当强调，无论是重力异常或磁异常，进行反演计算时，必须采用从观测的复杂叠加异常中划分出的单纯由反演目标引起的那部分场值。例如，要确定某个铁矿体或某一密度界面的起伏，首先必须从观测重力异常中划分出单纯由这个矿体或界面起伏引起的异常。这涉及叠加异常的划分（分解）问题，不属本书讨论的范围。需要指出的是，“选择适当点值”的含义是指不一定要采用划分出的全部单一异常值，还应考虑异常数据的取值范围，取数密度等。

不直接用观测场值，而是先将它们作某些数学变换，例如求出场值的导数、傅立叶频谱等，再用变换出的值作为反演用的原始数据，这也是值得研究的。

（2）选择适当的模型体

为了表示形状不规则的地质体，一般采用一组（多个）而不是单个模型，每个模型的几何形状要尽可能简单。在计算时关键问题是给定模型体的初值，因为并非任意给一组初值，计算机都会自动选择出接近实际地质体的模型。所以应根据地质、钻井或其它物探资料先给出接近实际地质体的模型参数的初值。

（3）应用合适的计算方法

反演计算过程能否快速、收敛并得到精确的结果，除了给定适当的模型体参数初值外，主要还取决于所用的计算方法。应针对不同的问题选择适当的计算方法，而且在计算过程中的不同阶段不断调整、修改所用的计算方法。当然，对于广大的物探工作者来说，主要是选择并应用某些数学方法。

（4）减少多解性（非唯一性）的影响

显然，反演计算结果的可靠性是反演方法的“生命”，而位场反演中固有的多解性的存

在, 严重影响到计算结果的可靠性。应特别强调的是: 可靠性主要指的是得到的模型体与实际地质体的“符合”程度, 而绝不能只满足于由模型体算出的理论异常与观测异常的“拟合”好坏。对于造成多解性的原因及减小其影响的方法, 本书第五章将详细介绍。

反演问题研究具有很大的实际意义。多年来, 国内外的地球物理学家对此进行了广泛而深入的研究。在地球物理文献中, 解反演问题一直是引人注目的讨论题目。我们以重磁反演问题解法分类、确定地质模型体参数、确定物性分界面的起伏、确定物性参数的分布、多解性问题以及解反演问题的某些计算方法为题, 扼要地介绍国外地球物理学家的论点, 同时也作为本书的一个概要。

一、重磁反演问题解法分类

关于重磁反演问题及其解法分类的论述主要来自苏联的地球物理文献及专著。

由Е. А. Мудрецова编辑的苏联《重力勘探手册》(1981)把重力勘探反演问题分为三类: 矿体类问题, 构造类问题以及复杂质量分布的问题。

(1) 矿体类问题

在这类问题中, 质量负荷体是一组有限的单连通(两个面不相交)体积, 在每个体积中物质的密度分布可能是不变的, 也可以是变化的(其梯度不很大)。体积间的距离足够大。

(2) 构造问题

在这类问题中, 质量负荷体是层状介质。每个体积的上、下边界由无限大的面所限, 这两个面没有公共点, 层间体积充满密度不变或变化的物质。

(3) 质量复杂分布的问题

在这类问题中, 具有构造型和矿体型质量的联合分布, 并且在界面附近, 单个的矿体型体积有公共部分。

《重力勘探手册》中认为, 构造问题比矿体问题更难解决, 其原因如下: 其一, 从叠加场中划分出单个层的场, 从理论上来说是绝对不可能的。其二, 从整体来说, 所有的层状介质, 其积分特征或是不存在, 或是不可能根据外部场确定。其三, 层的位置及其外部场要素的特征点间的关系极为复杂, 甚至在只有两层、并且层的下界面是水平的平面、密度是常数的最简单情况下, 反问题解的非单值性也比矿体类问题严重得多。

В. И. Старостенко(1978)把重力反演问题表达为两种提法:

(1) 线性问题和非线性问题

给定起伏地形上任意点处的重力观测结果, 已知场源体模型的部分参数, 要求选择模型体的不固定参数, 使理论场值与观测场值在某种意义上彼此接近, 这就构成了线性问题和非线性问题。

(2) 数学规划问题

在解线性反问题和非线性反问题的过程中, 根据钻探或其它的地球物理资料, 并依靠经验或直觉, 指出或给定所求参数的可能范围, 这就把线性问题和非线性问题化为数学规划问题, 结果缩小了等效性原理的影响范围, 改善了解的质量, 因而避免了荒谬的地质解释。

В. И. Старостенко(1978)还把重力线性反问题和非线性反问题的解分为: 对未知数无约束的矿体问题、对未知数无约束的构造问题及对未知数有约束的矿体和构造问题。

В. К. Никитский和Ю. С. Глебовский编辑的苏联《磁法勘探手册》(1980)把解磁法反问题的方法分为八类: 特征点法、积分法、极限(评价)法、幅值法、比较法(图解法)、选择法、矢量法以及应用复变函数论的方法等。同时指出了每类方法在所依据的物理—数学基

础、测量的随机误差和系统误差的灵敏度、解决问题的能力、计算量以及计算精度等方面的特点。

二. 确定地质模型体参数

确定地质模型体参数的方法主要有：特征点法、最优化选择法、应用异常的傅立叶频谱和其它的某些数学变换的方法以及人机联作（会话）等。

1. 特征点法

特征点法的基本原理是用一些规则几何形状(model body)表示地质体,再根据这些模型的理论异常(如 Δg 、 V_{zz} 等)曲线上的某些特征点(如极大点和极小点,拐点,曲线与x轴的交点等)来确定模型体的参数,并以此表示地质体的产状要素。特征点法简单易行,能对地质体的某些参数做出粗略估计,已为我国的勘探地球物理工作者所熟知。

在苏联的《重力勘探手册》(1981)中叙述了以球体、水平圆柱体、水平物质带、水平半平面、垂直物质带、垂直半平面、垂直层、垂直台阶以及倾斜层等为模型体,根据 Δg 、 V_{zz} 、 V_{xx} 以及 V_{yy} 等位场要素曲线上的特征点,求取模型体参数的方法,内容丰富。

J.O.Barongo(1985)提出用航磁梯度异常曲线上某些特征值估算场源体深度的方法。

2. 最优化选择法

反演问题可以分为线性反演问题和非线性反演问题。如果固定模型体的几何参数,只求物理参数,则由异常正演问题公式形成线性方程组,从而构成线性反演问题,它需要用线性规划法等方法求解。如果欲求模型体的几何参数,不管其物理参数是否固定或是否需要计算,则将构成非线性反演问题。对非线性反演问题,常用非线性最优化方法(选择法)求解。

最优化选择法的基本原理是从表示地质体的许多理论模型中,选择一个其理论异常同观测异常符合得最好(最流行的标准是两种异常的差值平方和取极小)的模型表示地质体。如上所述,这一方法涉及到下列几个问题:选择用于反演的异常的特征点值,选择模型体并给出模型体的初值,采用合适的最优化(求极小)算法以及消除多解性的影响等。与特征点法相比,选择法比较复杂,但能对地质体做出较精确的估计。

Е.Г.Булах等发表了不少关于最优化选择法的专著和论文,他们在1984年发表的著作全面系统地论述了多参数泛函的极小化、最速下降梯度法,求极小自动化系统的设计,并介绍了程序的框图。他们指出,解释复杂的重磁资料,选择法是最有效的,因为只有这个方法才可能考虑所研究地区地质构造的所有先验资料,构成地质构造的假设图形,并能得到描述这个地质图形参数的近似值。

他们认为用选择法解反问题时需要考虑以下几个大问题:

(1) 首要的问题是选择观测场值与计算的理论场值的比较方法,即选择目标函数。如果观测场值包含有按正态规律分布的误差,当采用两种异常偏差平方和为目标函数(泛函),则这种泛函的极小化结果能给出最好的结果。

(2) 选择极小化方法。所用算法应规定在不同的极小化方法间实现转换,在许多情况下应包含改善收敛性的专门程序块。

(3) 设计的模型应便于计算正问题,尽量采用简单几何形状的物体。

(4) 在计算过程中修改泛函。在计算过程中,某些场值得到了满意的选择,而在另一些点处,计算的场值变化微弱时,需要在一部分去掉多余的点,在另一部分补充点。

(5) 地质模型体不同部分的参数采用不同的权。

(6) 对所求解需加限制(约束)。

在苏联的《重力勘探手册》(1981)中认为用选择法解反演问题包括下列几个阶段:

(1) 从观测场值中划分出由反演目标所引起的异常场,这是最重要的工作。该手册还具体介绍了在金属矿区和油气区进行异常划分的经验。

(2) 选择模拟地质体的模型。模型应满足下列条件: a, 符合所研究地质构造的地质假说。b, 简单到可以把计算正问题的时间缩短到最少。c, 足够灵活,即在选择过程中可以自由改变。d, 能够比较简单地得到给定平面内物体的垂直或水平截面,在必要时,能沿水平面建立这一截面。

(3) 选择模型参数的第一次近似值。根据划分出的异常场,可以确定局部场源体是否存在及其位置。应用场值的特征点,或调和矩,或关于所研究构造的假说等,设计第一次近似的模型。如果由第一次模型近似值得到的重力效应反映了异常场的全部基本特征,则这个模型的选择是适当的。

(4) 对所研究物体参数的改进。如果由初始模型得到的重力效应与原始重力异常不同,则有必要改进这个模型的参数,用逐次近似法使模型的重力效应与观测异常相合。

该手册中还指出,对研究范围(如剖面长度)的大小没有严格的限制,一般应大于所研究场源体深度的四倍。

B. K. Bhattacharyya (1978) 评述了当时流行的迭代反演方法。他把反演方法分为两类:根据最优化原理的空间域方法和频率域或频谱方法。并认为下列几个空间域正、反演方法有发展前途。

空间域最优化算法有:(1) 最小二乘迭代法,如最速下降法和牛顿法。这些方法要求仔细选择模型和模型参数的初值。(2) 牛顿-拉甫生(Newton-Raphson)法。(3) 马奎特(Marquardt)法。(4) 马奎特-鲍威尔(Marquardt-Powell)法。

有发展前途的频率域方法包括:(1) Bhattacharyya (1966a) 推导出的矩形棱柱体的磁场连续谱的公式,Spector 和 Grant (1970) 根据这一频谱公式得到了一个根据磁异常能谱确定组合体平均深度的方法。(2) Gerard和Debeglia (1975) 提出的根据重力或磁力异常的能谱计算两个均匀介质分界面的平均深度和密度或磁化强度的方法及确定分界面上不同点处局部深度的迭代法。(3) Bhattacharyya和Leu (1977) 提出的分析重磁异常径向谱及其一阶矩的方法。这个方法可以精确估计一个矩形棱柱体的顶部和底部深度、重心和水平尺寸。

Bhattacharyya认为,解反问题的空间域和频率域自动方法主要取决于所研究地区的先验的地质和地球物理条件选择简单几何形体。在进行选择时,直觉和经验仍起极重要的作用。虽然处理非线性反问题的方法已有惊人的进展,但是用确定场源体模型的方法作为解释的根据还没有重大改变。

M. Al-Chalabi (1971b) 比较系统地用非线性最优化方法解释重力异常,他讨论了初始模型的给定方法、目标函数的特性、不同的阶段应用不同的最优化方法以及加约束等。

他指出,目标函数的特性从代数上可以用 n 维台劳级数展开式表示。目标函数的几何图形也很有用。在欧几里得超空间, n 个相互正交的轴的每一个轴,表示一个参变量。函数的特性可用两个参变量为轴的二维横截面等值线表示,并用目视方法研究。

他还认为,鉴于目标函数的复杂性质,用最优化方法解释复杂异常时,通常需要下列步骤:

(1) 对问题作总体估计。应规定所有已知的或能合理精确估计的参数。必须小心选择

模型的参数，数目要适当。

(2) 给出解的初始估计值。当缺少场源体信息时，可用剖面异常估计参数的初值（见Smith, 1960）。

(3) 施加各种约束。

(4) 选择适当的最优化方法。计算时间取决于所用的最优化方法、初值对解的接近程度、模型的参数数目、计算点数以及目标函数的特性等。

Е. Г. Булах 等 (1984) 讨论了应用最优化选择法解反问题时如何选择异常点值的问题。他们提出，根据由模型的理论异常值形成的Якоби行列式的值 J 来判断所选择的用于反演的实测异常值是否适当，当 J 的绝对值最大时，选择的点集是适当的。

此外，P. H. Mc Grath 和 P. J. Hood (1973) 提出用有限薄板引起的磁效应的数值积分，去近似表示诸如有限长走向薄岩脉、垂直棱柱、截断台阶、平行六面体等不同形状的模型引起的磁异常，以实现磁异常的反演。S. E. Hjelt (1973) 叙述了应用曲线拟合方法设计二维磁异常解释算法的各种经验。R. L. Coles (1976) 研究了用多个长方体灵活迭代磁异常的方法。L. R. Lines 和 S. Treitel (1984) 从理论上评述了最小二乘最优化算法的显著特征以及在重力问题上的应用等。

3. 应用异常的频谱和其它的某些数字变换的方法

首先把观测的重磁异常值变换成其频谱或其它的位场要素，然后再进行反演，具有一定的优越性。例如，位场的复杂表达式，场值与模型体参数间的关系经变换后可以变得比较简单，以及可以加快正问题的计算速度等。目前在解反问题中用得较多的是傅立叶变换，其应用主要是在下列两方面：用位场的傅立叶谱直接计算场源体的某些参数和实现在频率域的迭代反演方法。

D. W. Oldenburg (1974) 根据 Parker (1973) 的频率域二度起伏层重力异常快速正演公式，提出了一种计等场源体形状（界面起伏）的频率域迭代反演方法。迭代的收敛性用一个低通滤波器保证。由于采用了快速傅立叶变换，计算时间较快。

H. Granser (1986) 针对 Oldenburg (1974) 的反演方法，提出了一个确保迭代收敛的准则。

E. Cassano, F. Rocca (1975) 用频谱方法研究了处于相同或不同深度的单个或多个场源体引起的异常，提出用磁异常的功率谱求场源体的深度的方法，讨论了当选择的取样间隔不适当和异常不完整对计算结果的影响，并研究了非线性滤波器的应用和叠加异常的影响。

B. K. Bhattacharyya 和 Lei-Kuang Leu (1977) 提出根据重磁异常频谱精确地计算矩形棱柱体的顶部和底部深度等的指数近似法。重磁异常的频谱可以表示为几个指数之和。

S. Chacko (1980) 等人研究了用重力水平一次导数解释地质接触带，利用振幅及相位谱确定接触带（斜台阶）的倾角及顶部埋藏深度。

A. Soto, S. K. Singh 和 C. Illores (1983) 提出把垂直圆柱体的重磁异常频谱表达式，以贝塞尔函数的形式写成两个指数函数之和，由此可以估算出圆柱体的半径、顶面及底面埋藏深度以及密度或磁化强度等参数。盐丘、岩颈或金伯利岩筒等地质体均可用圆柱体近似。

T. Rvotolstenmäki (1983) 讨论了根据重磁数据的振幅谱计算深度的问题。一组直立棱柱体的顶面深度可由它们的异常场的振幅谱计算出来。棱柱体的水平尺寸及物理参数的效应可以认为是随机的。此法突出了短波长的异常。

J. C. Mareschal (1985) 导出了位场的傅立叶变换与场源分布参数的傅立叶变换的关系式, 当拉普拉斯变换变量与波数相等时, 场的傅立叶变换就是源的谱分布的拉普拉斯变换。由这个关系可以确定所有与测量数据对应的场源分布。

除傅立叶变换外, 还有汉克尔(Hankel)变换、梅林(Mellin)变换和希尔伯特(Hilbert)变换等。

D. Patella (1980) 提出把汉克尔变换定理用于球体、水平圆柱体和垂直杆的重力异常的反演。结果表明, 对于球体、垂直杆模型, 汉克尔变换比傅立叶变换要好。

N. L. Mohan, L. Anandababu 和 S. V. Seshagiri. Rao (1986) 首次提出利用梅林变换解释重力异常。导出了球体、二度水平圆柱体以及二度薄断层重力效应的水平一次导数的梅林变换式, 并由此求取模型体的参数。

N. Sundararajan, S. V. Seshagiri, Rao (1982) 叙述了用希尔伯特变换求似二度断层的顶面深度、底面深度以及剩余密度参数的方法。

4. 人机会话自动反演方法

实际上, 人机会话自动反演也属于迭代计算的自动选择法, 其特点是在迭代计算过程中加入了“人”的因素。解释者可以根据掌握的先验资料和自己的经验, 及时修改模型参数, 以便加速计算, 减少迭代步骤, 同时取得更切合实际的结果。

T. Enmark (1981) 介绍了一种用于重力模型计算和自动最优化反演的人机会话程序。基本模型是一个 $2\frac{1}{2}$ 度体(似二度体)。此程序用广义矩阵反演计算了在最小二乘意义下的最好模型。

三、确定物性分界面的起伏

确定物理性质分界面的起伏(“界面反演”), 实际上也是确定模型体参数。例如, 为了求一个密度分界面的起伏, 用一组呈二维分布的长方体作模型, 固定模型体顶面深度, 界面起伏就可由这些长方体底面深度的变化来表示。

根据重磁异常数据, 应用迭代法不断改进引起这一异常的界面起伏的计算结果, 是近二十年来在国外较流行的一种方法(称为“迭代法界面反演方法”)。在这些方法中, 较典型的是 Bott (1960), Cordell 和 Henderson (1968) 以及 Gerard 和 Debeglia (1975) 提出的方法。

M. H. P. Bott (1960) 提出了一种根据剩余重力异常值直接计算已知密度差的二维沉积盆地的形状的快速数字计算方法。方法的原理是利用逐次逼近消去剩余值。这一迭代计算的思想为迭代计算界面(特别是盆地)反演打下了基础。

L. Cordell 和 R. G. Henderson (1968) 提出了一种根据重力异常数据用迭代法求三度地质体(界面起伏)的方法。方法按 Bott (1960) 和 Danes (1960) 方法的思想进行迭代。对不同的计算点分别应用直立长方体及直立线元为模型以加快计算速度。并对参考面深度的选择等进行了较深入的研究。

A. Gerard 和 N. Debeglia (1975) 提出了一种根据重磁异常求物性界面起伏的方法。其计算工作分两步: (1) 根据重磁异常的能谱计算两个均匀介质分界面的平均深度和密度或磁化强度。(2) 用迭代法计算界面深度的局部变化(起伏)。他们还设计了在空间域和频率域进行计算的程序框图。

J. Švancara (1983) 提出用锥体作模型以进行地表三度地质体(例如盆地)的重力异

常反演方法。对于形状复杂或密度变化的场源体,用该方法得到的结果也可以作迭代计算的初始模型。

O. P. Gupta (1983) 提出了根据剩余异常计算地下构造深度的一个数值方法。此法将深度 Z 的计算表达为一个非线性方程 $f(Z)=0$,并用最小二乘法求解。

除用迭代法进行界面反演的方法外,还有利用统计分析、频谱展开式、广义矩阵、多项式以及正则化原理等进行界面反演的方法。

A. Spector和F. S. Grant (1970) 研究了应用功率谱分析解释航磁图的理论。他们提出把一组其深度、密度、厚度和磁化强度变化的块体作为统计模型,分析了块体的水平长度,厚度和深度范围对功率谱形状的影响。根据他们的频谱公式,得到了一个根据磁异常能谱确定组合体平均深度的方法。

D. C. Mishra和L. B. Pederson (1982) 研究了用于模拟基底、大型不连续的构造,诸如莫霍面、居里地热点等的地下界面起伏的波数域位场特征。根据这些特征可以估算界面的平均埋藏深度以及场源体的宽度等。

R. E. Chavez和G. D. Garland (1985) 提出了用Parker (1977) 的频谱展开式实现重力线性反演,以求单一二度界面起伏。基本思想如下:假定重力异常是由处于一特定深度的水平薄板所引起,在薄板内,面密度是变化的。把薄板分为许多条,每条的密度是均匀的。用Parker (1977) 的频谱展开式估计面密度值,再把密度值变换为一组厚度变化的棱柱,以表示界面起伏。

L. B. Pederson (1977) 详细讨论了用广义矩阵反演方法解释位场数据,以求单一的二度密度界面或磁性界面的问题。使用的模型是单一的二度界面,沿此界面的密度或磁化率为已知,并且假设磁异常完全由感应磁化强度所引起。

P. Baldi和M. Uncuerdoli (1978) 提出在二度场源密度差为常量的重力剖面反演中,用一适当次数的多项式作为界面起伏的初值。方法的精度取决于计算正问题的积分范围、平均深度值和对密度差的精确了解。

P. Baldi (1981) 进一步研究把多项式法用于由有限长度(“二度半”构造)的密度界面引起的重力异常的反演。

由A. H. Тихонов提出的正则化法在苏联的地球物理解释中应用得十分广泛,有许多文章介绍了用这一方法解界面反演问题的经验。苏联的《重力勘探手册》(1981)中也介绍了A. H. Тихонов和B. Б. Гласко提出的在已知界面埋藏深度 H 、已知区间 (a, b) 和已知有效密度的条件下,确定界面形状的正则化算法。

四、确定物性参数的分布

根据重磁异常求地下密度、磁性的不均匀分布,目前流行的方法是(以剖面情况为例)把地下半空间分为许多大小相等(或不等)的矩形或正方形格子,并设每个格子内的物性分布是均匀的,然后,保持每个格子的大小不变,由重磁异常直接计算每格内的密度或磁性参数。根据计算出的物性分布,就可以判断是否存在高(或低)密度体或强(弱)磁化体。当它们存在时,物性分布可以形象地显示其位置、大小和形态等。

在重磁异常的正演公式中,异常与物性参数呈线性关系,因此根据重磁异常求物性参数的问题是线性反问题。从目前发表的文献看,在重磁勘探工作中对线性反问题的研究还不多,效果也不够理想。

根据已译的文献,求物性分布的方法主要有Backus-Gilbert法、线性规划和二次规划

法以及傅立叶褶积法等。

W. R. Green (1975) 应用Backus-Gilbert方法研究用重力剖面反演地下的密度构造。按Green的理解, Backus-Gilbert方法的中心思想是在希尔伯特空间中满足数据的那些模型是包含着所有可能模型的一些点。也就是说, 这样的模型对于任何地球物理资料(数据)都不可能是唯一的, 因为实际上只有有限个数据点可以利用。如果所研究的地球物理函数(如重力异常)能被表示为在希尔伯特空间的一些内积, 则由Backus-Gilbert法可以利用内积的一些性质, 根据观测数据能研制出一个模型。Green研究了利用“加权距离法”求一个与初始假设最接近的模型。

J. Mottl和L. Mottlova (1972) 研究了应用整形线性规划法解二度水平圆柱体的重力反演问题。把模型体参数值取为不连续的值, 例如, 整形数, 从而形成了整形规划问题。方法中密度值只限于取0或1。

C. Safan, G. Vasseur和M. Cuen (1977) 研究了在各种不同约束条件下用线性规划法解重力反问题的方法。用矩的凸图描述全部解集, 用线性规划法得到数值解以及理想体这样的特解。

N. J. Fisher和L. E. Howard (1980) 提出用二次规划法解具有上、下界线性约束的最小二乘问题的方法。用此法可由重力异常反演地下二度密度分布。

M. H. P. Bott (1967) 介绍了用傅立叶褶积定理及解线性方程(矩阵法)的方法, 解磁异常线性反问题, 以求二度磁性分布。用矩阵法时, 要求场源体模型的每个体积元中密度或磁化强度均匀, 其磁化方向必须给定。

五、多解性问题

地球物理反演结果的精度(可靠性)是个最关键的问题, 然而, 由于重磁异常解释中存在固有的多解性(非唯一性), 即无数个不同的场源体可以引起(在测量精度的范围内)相同的异常, 因而严重影响到计算结果的可靠性。

自从Skeels (1947) 的著名论文“重力解释中的多解性”发表以来, 国外对这一问题有不少研究。然而相当多的学者认为, 限制多解性影响的有效而实用的措施是尽可能利用已知的地质、地球物理及钻探等资料对所求的场源体参数施加约束。

D. C. Skeels (1947) 用一个二维例子表明, 对于给定的重力异常和给定的密度差, 能在各种不同的深度上得到许许多多可能的解释。即处于不同深度具有不同起伏的许多密度界面, 都可以引起(在测量精度范围内的)相同的重力异常。并指出根据几何形状假定的深度法则用于实际异常时, 可能得到错误的结果。即使用重力二次导数值作解释, 也不可能避免多解性。

A. Roy (1962) 根据等效层格林定理证明了重磁解释中解的不确定性。他表明, 对于一个处在地表或其上方的任何(测)点, 在场源上方任意平面上单位面积的物质面密度分布, 将象真正的物质一样, 在这个点处引起相同的位或力。

Ю. А. Шашкин (1957) 讨论位场反问题的唯一性问题时, 给出了对数位反问题解的唯一性的充分条件。

M. Al-Chalabi (1971a) 应用参数超空间详细研究了重磁反演中的非唯一性问题。他指出引起多解性的一些最重要因素有: (1) 位场理论表明, 某平面H上的已知重力(或磁)异常, 可以由位于H面下至某个深度处的无穷多个可能的解产生(见Skeels, 1947等)。(2) 异常剖面没有达到充分的长度。(3) 表示异常特征的模型比实际场源体简单得多, 而且不

能精确地遵循由模型假定的那些条件。(4)观测误差的影响。(5)如果模型的单个部分宽度比深度小,可能造成反演的解不稳定。(6)重磁方法的分辨率随深度而降低等。特别是作者用模型体参数超空间中每两个变量作出的目标函数等值线形象地研究了唯一性问题。既有理论意义又有较强实用价值。

L. B. Pederson (1979) 讨论了位场数据的约束反演问题,对广义反演领域内位场数据约束反演的数据方差进行了分析,得到了模型参数的置信区间。某些似超椭球体能被用于描述反演问题的非线性特性,同时可对单独参数加上下界。

Е. Г. Булах (1984) 提出了反问题解的某些非唯一性准则。

为了给所求的地质体参数加约束,限定这些参数值的范围,一些地球物理学家提出了估计地质体参数极限值的方法,如M. H. P. Bott和R. A. Smith (1958), R. A. Smith (1959), R. A. Smith (1960) 和Parker (1974) 等。

R. L. Parker (1974) 提出了一种根据重力资料给定地质体的最小的密度和最大的埋藏深度的方法。这是上述方法的代表。

R. L. Parker (1975) 还提出了重力解释的理想体理论,这一理论对于限制重力解释中的多解性具有重要意义。所谓理想体,就是与重力异常数据对应的具有可能的最小密度的均匀物体。理想体的最重要性质之一就是它的唯一性。意为:与这一异常数据对应的具有特定密度的均匀体只有一个,高于这一密度值的均匀体有无数个,但低于这一密度值的却一个也没有。给定了密度上限时,就能确定地质体的顶部埋藏深度。

六、解反问题所用的计算方法

在解反问题的方法中,除了计算工作简单的特征点法外,其它的方法都要经历一个复杂的计算过程,这就牵涉到如何选择和应用适当的计算方法的问题。可以说,反演结果的好坏在很大程度上取决于所用的计算方法。因此,应针对不同的问题选择适当的计算方法,并在计算过程的不同阶段灵活地调整、修改所用的方法,才能加快计算速度、节省机器时间,并保证计算结果的精度。

D. W. Marquardt (1963) 提出了一种最小平方估计非线性参数的算法,即阻尼最小二乘法。这一方法在国内外发表的解非线性问题中得到十分广泛的应用。

M. Al-Chalabi (1971b) 指出,用非线性最优化方法解释重力异常时,要选择适当的最优化方法。他认为,由于目标函数的复杂性,在探索的初期应当用直接探索法,而梯度法会收敛到不定的局部极小位。旋转坐标法是很适用的,图形探索法(Hooke和Jeeves, 1961) 是一种好方法。并建议采用梯度法的改进形式(Fletcher 和Powell, 1963; Stewart, 1967)。

S. E. Hjelt (1973) 在研究二维磁异常解释时,用下列五种最优化方法作了比较,即:Marquardt-Levenberg-Morvison法(Kowalik和Osborne, 1968), Jones法(1970), Powell-Davidon法, Powell法(1970) 以及简单的直接探索法。认为Powell法在厚板参数值迭代改进中是最可靠的方法。当板数增加时,此法变慢。Marquardt法对单板和双板异常是有效的。由于应用了局部异常和目标函数的近似二次性质,连续抛物线追踪法甚至对于长而复杂的剖面也给出了最好的结果。

В. И. Майер, Ф. И. Никонова 和 Н. В. Федорова (1985) 用物质线元的理论场近似三度重磁异常解非线性规划问题,采用了最速下降法、Powell法、Fletcher法等13种最优化方法进行了试验。结果认为,以Fletcher (1963) 法为最好。

在苏联的《重力勘探手册》(1981) 中也论述了重力勘探反问题解的不稳定性,并介绍

了不适定问题的解法，扼要地介绍了Тихонов定理和正则化算法。

该手册还介绍了在给定的模型类中根据正则化原理实现的选择法算法，如变分法和迭代法。同时详细介绍了一个应用广义的高斯-牛顿法的计算方案。

В. И. Старостенко (1978) 在其专著中论述了数学规划问题的解法、线性方程组的解法以及非线性方程组的解法。内容丰富，包含了具体的适于编程序的计算方案。

Старостенко 介绍，С. В. Шалаев 论述了把地球物理问题化为数学规划问题的合理性。其原因在于，对未知数施加约束，可以做到：（1）有可能把广义类的地球物理问题化为唯一类的问题。（2）因为缩小了可能的解的类别，提高了问题的稳定性。（3）十分简单地给定所研究物体的地质——地球物理模型的定量特征，并在求解的过程中包含它们，这就有可能避免地质——地球物理上的非唯一解。

第一章 重磁反演问题的提法和解法

本章内容为国外地球物理学家对重磁异常的地质解释和反演问题的提法、解反演问题的方法分类和常用的解法介绍。最后引述著名地球物理学家 B. K. Bhattacharyya (1978) 对反演方法的评述。

第一节 解重磁反演问题的提法及方法分类

E. Г. Будах等 (1984) 对重力异常的地质解释进行如下的论述。

任何地球物理勘探方法最重要的阶段之一是野外资料的地质解释。除正确选择野外工作方法和技术外, 地质解释决定了地球物理勘探工作的成败。

对重力勘探来说, 重力异常解释是确定引起这一异常的地质体。地质解释属综合研究, 借助于综合研究, 根据观测重力场值, 并考虑到已有的资料确定所研究地区的地质构造。摆在研究者面前的是这样一个问题: 重力场的每一变化与地质因素密切相关, 但并非所有的观测场都能解释。

根据其特征, 重力异常解释分为定性解释和定量解释。

一、定性解释

定性解释通常不需计算, 采用目视法。进行分析时, 首先使场的特征准确, 找出存在的区域异常分量, 然后区分出局部异常地段, 并作出引起这种场值分布的地质不均匀性的结论。这时采用下列原则:

(1) 重力观测值增大的地区, 一般是其密度高于相邻岩石的地质体; 反之, 如果出现重力极小值, 则在这一地区集中了密度较小的岩石。

(2) 重力极大值 (或极小值) 处在岩石的重心区。

(3) 岩石的接触面处在重力异常梯度值最大的位置。

(4) 重力异常等值线的走向与地质不均匀性的走向相对应。

(5) 如果重力异常对称, 则场源质量对于相应的垂直面来说近于对称; 反之, 场的非对称性表明地质体的非对称特征。

(6) 如果平面等值线轮廓具有复杂的特征, 顺某个方面的重力异常图有几个极值, 则表明存在复杂的地质构造或存在几个地质体。

在定性解释阶段需要确定场源体的数量和形状, 这个问题是很困难的。为了解决这个问题, 通常不只是应用观测场值, 而且应用它的各种变换值。通常用 V_{xx} 、 V_{zz} 值, 在上、下半空间场的换算值等。

在定性解释阶段可以初步解决异常的分类问题。通常采用极大值之半的等值线作出, 如果这一等值线的长轴为短轴的5~6倍长, 则可认为场源质量拉长得很长, 就可以在假定走向是无限延伸的情况下进行计算。应当指出, 在定量解释阶段应当应用其它的精确方法评价异常的分类。

二、定量解释