



普通高等教育规划教材

# 画法几何及阴影透视



黄皖苏 潘陆桃 编著

机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育规划教材

# 画法几何及阴影透视

黄皖苏 潘陆桃 编著



机械工业出版社

本书主要介绍画法几何及阴影透视的知识，主要包括点、直线、平面及立体的投影，详细介绍了投影原理、性质及规律。画法几何部分，针对学生读图困难的情况，在立体一章增加了组合体的三投影图和用形体分析法读组合体三投影图的内容，培养和加强学生的读图能力。阴影透视部分，编写内容强调实用，重点解决应该怎么做。在例题的选择和解题说明中，尽量以通用理论和作法为主，同时兼顾落影和透视规律在实际绘图中的应用，以便读者开阔思路。

本书可作为高等院校建筑学、城市规划、风景园林建筑、室内设计、环境艺术及工业造型设计等专业开设“画法几何及阴影透视”课程的教材，也可作为从事建筑设计、产品外形及包装设计和美术工作者的自学参考书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

画法几何及阴影透视/黄皖苏，潘陆桃编著. —北京：机械工业出版社，2005. 8

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-17125-X

I. 画… II. ①黄… ②潘… III. ①机械制图—画法几何—高等学校—教材  
②机械制图—透视投影—高等学校—教材 IV. TH126

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 089767 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：黄丽梅、武江 责任编辑：黄丽梅

版式设计：冉晓华 责任校对：樊钟英

封面设计：张静 责任印制：陶湛

北京诚信伟业印刷有限公司印刷

2005 年 9 月第 1 版 · 第 1 次印刷

1000mm × 1400mm B5 · 9.375 印张 · 332 千字

0001—4000 册

定价：26.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68326294

封面无防伪标均为盗版

## 前　　言

本书可作为高等院校建筑学、城市规划、风景园林建筑、室内设计、环境艺术及工业造型设计等专业开设“画法几何及阴影透视”课程的教材，也可作为从事建筑设计、产品外形及包装设计和美术工作者的自学参考书。

本书的主导思想是注重实用、适于教学、方便自学。基于这一思想，在编写本书的过程中，力求做到以下几点：

1. 紧扣课程任务：从分析学生认识问题及学习的规律出发，适应目前学时紧缩的现实，注意保持画法几何及阴影透视理论的系统性和完整性，注意运用画法几何理论解决阴影透视的问题，在照顾各自不同特点的基础上使两者自然衔接，培养学生的空间想象能力、空间分析及解题能力和审美能力，使学生真正掌握阴影和透视图的绘制方法。

2. 合理安排课程内容：考虑内容的系统性和逻辑性以及方便教学。点、直线、平面及立体的投影为画法几何的核心部分，是空间构形逻辑思维的理论，也是阴影透视的理论基础。因此这一部分共7章，详细介绍了投影原理、性质及规律。针对学生读图困难的实际状况，在立体一章中增加了组合体的三投影图和用形体分析和线面分析法读组合体三投影图的内容，以培养和加强学生的读图能力，解决学生在学习阴影透视时的读图困难。阴影透视部分的编写强调实用，重点解决应该怎么做，而不要求了解为什么这样做。因此，除了必要，仅详细阐明各几何要素的落影、透视规律及性质。在例题的选择和解题说明中，尽量以通用理论和作法为主，同时兼顾落影和透视规律在实际绘图中的应用，以便学生开阔思路。

3. 本课程在大学课程中属较难的一类，本书在编写过程中，充分考虑到系统性、科学性和实用性。从引导学生空间思维出发，尽力做到一步一图，投影图配直观图，由浅入深，由详到略，图文并茂，循序渐进，突出重点，明确难点。所举图例，难易适中，以利于教师在课时偏少的情况下组织教学。解题说明中尽量讲清楚每一步的解题根据，方便学生课后练习，并尽快掌握阴影透视的规律和性质。

本书由黄皖苏、潘陆桃编著。其中第1章、第2章、第3章、第4章、第12章、第13章、第14章、第15章、第16章、第17章的第一节由潘陆桃编写；第5章、第6章、第7章、第8章、第9章、第10章、第11章、第17章的第

二节由黄皖苏编写。同时，我们还编写了《画法几何与阴影透视习题集》和本书配套使用。

在本书编写过程中曾得到合肥工业大学工程图学教研室许多同志的大力支持，其中胡延平老师审核了画法几何部分并提出许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏与不足之处，恳请广大读者给予指正。

#### 编 者

# 目 录

## 前言

## 第1章 投影法的基本知识 ..... 1

|                         |
|-------------------------|
| 1.1 概述 ..... 1          |
| 1.2 投影法的分类 ..... 1      |
| 1.2.1 中心投影法 ..... 1     |
| 1.2.2 平行投影法 ..... 1     |
| 1.3 工程上常用的几种投影图 ..... 2 |
| 1.3.1 正投影图 ..... 2      |
| 1.3.2 轴测图 ..... 2       |
| 1.3.3 透视图 ..... 2       |
| 1.3.4 标高投影图 ..... 3     |

## 第2章 点、直线、平面的投影 ..... 4

|                                 |
|---------------------------------|
| 2.1 点在两投影面体系中的投影 ..... 4        |
| 2.1.1 两投影面体系的建立 ..... 4         |
| 2.1.2 点在第一分角内的<br>两面投影 ..... 4  |
| 2.1.3 点的两面投影规律 ..... 5          |
| 2.2 点在三投影面体系中的投影 ..... 6        |
| 2.2.1 三投影面体系的建立 ..... 6         |
| 2.2.2 点在第一分角内的三面<br>投影 ..... 6  |
| 2.2.3 点的三面投影规律 ..... 7          |
| 2.2.4 点的投影与其直角<br>坐标的关系 ..... 8 |
| 2.3 两点的相对位置及重影点 ..... 9         |
| 2.3.1 两点的相对位置 ..... 9           |
| 2.3.2 重影点 ..... 10              |
| 2.4 直线的投影 ..... 11              |
| 2.5 直线对投影面的相对位置 ..... 11        |
| 2.5.1 一般位置直线 ..... 11           |
| 2.5.2 投影面的平行线 ..... 13          |

|                                   |
|-----------------------------------|
| 2.5.3 投影面的垂直线 ..... 14            |
| 2.6 属于直线的点 ..... 15               |
| 2.6.1 属于直线上的点的<br>投影性质 ..... 15   |
| 2.6.2 直线的迹点 ..... 17              |
| 2.7 两直线的相对位置 ..... 18             |
| 2.7.1 平行两直线 ..... 18              |
| 2.7.2 相交两直线 ..... 18              |
| 2.7.3 交叉两直线 ..... 18              |
| 2.8 直角投影定理 ..... 20               |
| 2.9 平面的表示法 ..... 22               |
| 2.9.1 平面的几何元素表示法 ..... 22         |
| 2.9.2 平面的迹线表示法 ..... 22           |
| 2.10 平面对投影面的<br>相对位置 ..... 23     |
| 2.10.1 一般位置平面 ..... 23            |
| 2.10.2 投影面的垂直面 ..... 24           |
| 2.10.3 投影面的平行面 ..... 25           |
| 2.10.4 特殊位置面的迹线<br>表示法 ..... 26   |
| 2.11 平面上的直线和点 ..... 26            |
| 2.11.1 平面上的直线 ..... 26            |
| 2.11.2 平面上的点 ..... 27             |
| 2.11.3 平面上的投影面平行线 ..... 28        |
| 2.11.4 平面上对投影面的<br>最大斜度线 ..... 29 |
| 第3章 直线与平面、平面与<br>平面的相对位置 ..... 32 |
| 3.1 平行 ..... 32                   |
| 3.1.1 直线和平面平行 ..... 32            |
| 3.1.2 两平面平行 ..... 33              |

|                        |    |                        |     |
|------------------------|----|------------------------|-----|
| 3.2 相交 .....           | 34 | 5.3 圆柱螺旋线 .....        | 67  |
| 3.2.1 直线和特殊位置 .....    |    | 5.4 曲面概述 .....         | 68  |
| 平面相交 .....             | 34 | 5.4.1 曲面的形成 .....      | 68  |
| 3.2.2 一般位置平面和特殊 .....  |    | 5.4.2 曲面的分类 .....      | 68  |
| 位置平面相交 .....           | 35 | 5.4.3 回转面 .....        | 68  |
| 3.2.3 直线和一般位置 .....    |    | 5.4.4 非回转直纹曲面 .....    | 72  |
| 平面相交 .....             | 35 | 5.4.5 正螺旋面 .....       | 76  |
| 3.2.4 两个一般位置平面相交 ..... | 36 | <b>第6章 立体 .....</b>    | 79  |
| 3.3 垂直 .....           | 38 | 6.1 平面立体 .....         | 79  |
| 3.3.1 直线与平面垂直 .....    | 38 | 6.1.1 棱柱 .....         | 79  |
| 3.3.2 两平面互相垂直 .....    | 40 | 6.1.2 棱锥 .....         | 81  |
| 3.4 距离和角度的度量及 .....    |    | 6.2 回转体 .....          | 82  |
| 综合性作图题 .....           | 42 | 6.2.1 圆柱 .....         | 82  |
| 3.4.1 距离的度量 .....      | 42 | 6.2.2 圆锥 .....         | 84  |
| 3.4.2 角度的度量 .....      | 42 | 6.2.3 圆球 .....         | 86  |
| 3.4.3 综合性作图题 .....     | 43 | 6.2.4 圆环 .....         | 88  |
| <b>第4章 投影变换 .....</b>  | 46 | 6.3 平面与立体表面相交 .....    | 89  |
| 4.1 基本概念 .....         | 46 | 6.3.1 平面与呼面立体相交 .....  | 90  |
| 4.2 换面法 .....          | 46 | 6.3.2 平面与回转体相交 .....   | 92  |
| 4.2.1 基本概念 .....       | 46 | 6.3.3 平面与组合体相交 .....   | 98  |
| 4.2.2 点的换面 .....       | 48 | 6.4 立体与立体相交 .....      | 100 |
| 4.2.3 基本作图 .....       | 50 | 6.4.1 直线与曲面立体相交 .....  | 101 |
| 4.2.4 换面法应用举例 .....    | 53 | 6.4.2 两平面立体相交 .....    | 103 |
| 4.3 旋转法 .....          | 56 | 6.4.3 平面立体与曲面 .....    |     |
| 4.3.1 基本概念 .....       | 56 | 立体相交 .....             | 106 |
| 4.3.2 基本作图 .....       | 57 | 6.4.4 曲面立体与曲面 .....    |     |
| 4.3.3 旋转法应用举例 .....    | 60 | 立体相交 .....             | 109 |
| <b>第5章 曲线与曲面 .....</b> | 62 | 6.5 组合体 .....          | 115 |
| 5.1 曲线 .....           | 62 | 6.5.1 组合体的组合形式及 .....  |     |
| 5.1.1 曲线的形成和分类 .....   | 62 | 投影图 .....              | 115 |
| 5.1.2 曲线的投影 .....      | 62 | 6.5.2 组合体的形体分析法和 ..... |     |
| 5.2 圆的投影 .....         | 64 | 线面分析法 .....            | 117 |
| 5.2.1 投影面平行面上圆的 .....  |    | 6.5.3 读组合体三投影图的 .....  |     |
| 投影 .....               | 64 | 方法和步骤 .....            | 118 |
| 5.2.2 投影面垂直面上圆的 .....  |    | <b>第7章 轴测投影图 .....</b> | 122 |
| 投影 .....               | 64 | 7.1 轴测投影图的 .....       |     |
| 5.2.3 一般位置圆的投影 .....   | 65 | 基本知识 .....             | 122 |

|   |     |                                     |     |
|---|-----|-------------------------------------|-----|
| 7.1.1 轴测投影图的形成 .....                        | 122 | 9.1.3 点的落影的求法 .....                 | 148 |
| 7.1.2 轴测投影图的性质及<br>两个重要定义 .....             | 122 | 9.2 直线的影 .....                      | 150 |
| 7.1.3 轴测投影图的分类 .....                        | 123 | 9.2.1 直线落影的规律 .....                 | 150 |
| 7.2 正轴测投影图 .....                            | 124 | 9.2.2 直线在平面承影<br>面上落影的求法 .....      | 154 |
| 7.2.1 正轴测投影图的轴向<br>伸缩系数和轴间角 .....           | 125 | 9.3 平面多边形的影 .....                   | 157 |
| 7.2.2 属于或平行于坐标面圆的<br>正轴测投影 .....            | 126 | <b>第 10 章 平面立体的阴影 .....</b>         | 162 |
| 7.2.3 属于或平行于坐标面圆的<br>正轴测投影椭圆的<br>近似画法 ..... | 128 | 10.1 平面立体阴影的构成及<br>阴面的确定 .....      | 162 |
| 7.2.4 非圆曲线和其他面上的<br>圆的轴测投影的画法 .....         | 130 | 10.1.1 平面立体阴影的<br>构成 .....          | 162 |
| 7.3 正轴测图的画法 .....                           | 130 | 10.1.2 平面立体阴面的<br>确定 .....          | 162 |
| 7.3.1 平面立体正轴<br>测图的画法 .....                 | 130 | 10.2 平面立体阴影的求法 .....                | 164 |
| 7.3.2 回转体的正等轴<br>测图的画法 .....                | 132 | 10.2.1 棱柱体阴影的求法 .....               | 164 |
| 7.4 斜轴测图的画法 .....                           | 137 | 10.2.2 棱锥体阴影的求法 .....               | 166 |
| 7.4.1 正面斜轴测图的轴间角和<br>轴向伸缩系数 .....           | 137 | 10.2.3 平面组合体的阴影 .....               | 168 |
| 7.4.2 属于或平行于坐标面圆的<br>斜二轴测图 .....            | 137 | 10.3 平面立体组成的建筑<br>形体的阴影 .....       | 171 |
| 7.4.3 斜二轴测图的画法 .....                        | 139 | <b>第 11 章 曲线、曲面立体的<br/>阴影 .....</b> | 182 |
| 7.5 水平斜轴测图 .....                            | 140 | 11.1 曲线和圆的落影 .....                  | 182 |
| <b>第 8 章 阴影的基本知识 .....</b>                  | 142 | 11.2 曲面立体的阴影 .....                  | 184 |
| 8.1 在正投影图中加绘<br>阴影的作用 .....                 | 142 | 11.2.1 常用回转体的阴影 .....               | 184 |
| 8.2 阴影的基本概念和术语 .....                        | 143 | 11.2.2 一般曲线回转面的<br>阴影 .....         | 188 |
| 8.2.1 阴和影的形成 .....                          | 143 | 11.2.3 线在曲面承影面上的<br>落影 .....        | 193 |
| 8.2.2 有关阴影的术语 .....                         | 143 | 11.3 曲面建筑形体阴影的绘制 .....              | 195 |
| 8.3 常用光线 .....                              | 144 | 11.3.1 圆孔的落影 .....                  | 195 |
| <b>第 9 章 点、直线和平面的阴影 .....</b>               | 146 | 11.3.2 柱头的阴影 .....                  | 196 |
| 9.1 点的影 .....                               | 146 | 11.3.3 建筑阴影作图实例 .....               | 202 |
| 9.1.1 点在承影面上的落影 .....                       | 146 | <b>第 12 章 透视的基本知识 .....</b>         | 204 |
| 9.1.2 点在投影面上的落影 .....                       | 146 | 12.1 概述 .....                       | 204 |
|   |     | 12.2 常用术语 .....                     | 204 |
|   |     | <b>第 13 章 点、直线、平面的透视 .....</b>      | 206 |
|   |     | 13.1 点的透视 .....                     | 206 |

|                             |            |                                     |            |
|-----------------------------|------------|-------------------------------------|------------|
| 13.1.1 点的透视规律 .....         | 206        | 14.6.1 三点透视的原理 .....                | 248        |
| 13.1.2 点的透视作图 .....         | 207        | 14.6.2 三点透视的画法 .....                | 249        |
| <b>13.2 直线的透视 .....</b>     | <b>208</b> | <b>第 15 章 曲线和曲面立体的<br/>透视 .....</b> | <b>253</b> |
| 13.2.1 直线的分类 .....          | 208        | 15.1 平面曲线和圆的透视 .....                | 253        |
| 13.2.2 画面相交线的透視<br>特性 ..... | 208        | 15.1.1 平面曲线的透視画法 .....              | 253        |
| 13.2.3 画面平行线的透視<br>特性 ..... | 212        | 15.1.2 圆周的透視 .....                  | 253        |
| 13.3 平面的透視 .....            | 214        | 15.2 圆柱的透視 .....                    | 255        |
| 13.3.1 平面的分类 .....          | 214        | 15.3 圆球的透視 .....                    | 257        |
| 13.3.2 画面平行面的<br>透視特性 ..... | 214        | 15.4 螺旋线和螺旋面的透視 .....               | 258        |
| 13.3.3 画面相交面的<br>透視特性 ..... | 214        | 15.4.1 螺旋线的透視 .....                 | 258        |
| <b>第 14 章 透視圖的画法 .....</b>  | <b>216</b> | 15.4.2 螺旋面的透視 .....                 | 258        |
| 14.1 透視圖的种类 .....           | 216        | <b>第 16 章 透視圖的选择 .....</b>          | <b>261</b> |
| 14.1.1 一点透視 .....           | 216        | 16.1 视点、画面与建筑物的<br>位置关系 .....       | 261        |
| 14.1.2 两点透視 .....           | 216        | 16.1.1 视点位置的选择 .....                | 261        |
| 14.1.3 三点透視 .....           | 217        | 16.1.2 画面位置的选择 .....                | 263        |
| 14.2 透視高度的确定 .....          | 218        | 16.2 平面图中确定站点、<br>画面的步骤 .....       | 263        |
| 14.2.1 真高线 .....            | 218        | 16.2.1 先确定站点,然后<br>确定画面 .....       | 263        |
| 14.2.2 透視高度的量取 .....        | 218        | 16.2.2 先确定画面,然后<br>确定站点 .....       | 264        |
| 14.2.3 集中真高线 .....          | 219        | <b>第 17 章 透視阴影、倒影和<br/>鏡像 .....</b> | <b>265</b> |
| 14.3 透視圖的基本画法 .....         | 221        | 17.1 透視圖中的阴影 .....                  | 265        |
| 14.3.1 视线法 .....            | 221        | 17.1.1 透視圖中的光线 .....                | 265        |
| 14.3.2 交线法 .....            | 222        | 17.1.2 透視圖中的光平面、<br>光平面灭线 .....     | 266        |
| 14.3.3 量点法 .....            | 223        | 17.1.3 画面平行光线下的<br>透視阴影 .....       | 268        |
| 14.4 透視图画法的应用 .....         | 225        | 17.1.4 画面相交光线下的<br>透視阴影 .....       | 273        |
| 14.4.1 直线的透視作图 .....        | 225        | 17.1.5 建筑形体的透視阴影 .....              | 277        |
| 14.4.2 平面的透視作图 .....        | 228        | 17.2 倒影和鏡像 .....                    | 281        |
| 14.4.3 立体的透視作图 .....        | 229        | 17.2.1 倒影 .....                     | 281        |
| 14.5 透視圖的简捷画法 .....         | 240        | 17.2.2 鏡像 .....                     | 285        |
| 14.5.1 直线的分段 .....          | 240        |                                     |            |
| 14.5.2 矩形的分割 .....          | 243        |                                     |            |
| 14.5.3 矩形的延续 .....          | 244        |                                     |            |
| 14.5.4 网格法 .....            | 246        |                                     |            |
| 14.6 三点透視 .....             | 248        |                                     |            |

# 第1章 投影法的基本知识

## 1.1 概述

把空间形体表示在平面上，是以投影法为基础的。在日常生活中，灯光或阳光照射物体时会产生影子，利用这种现象，人们创造了用投影来表达物体形状的方法，这种方法就称为投影法。

## 1.2 投影法的分类

投影的方法分为两大类，即中心投影法和平行投影法。

### 1.2.1 中心投影法

如图 1-1 所示，设空间有一平面  $P$  和不在该平面上的一点  $S$  以及空间物体  $\triangle ABC$ 。假设光线从  $S$  点发出，则光线照射到被投影物  $\triangle ABC$  上，会在  $P$  面上留下影子  $\triangle abc$ 。我们称  $S$  为投射中心（光源）、 $P$  为投影面、 $\triangle ABC$  为被投影的空间物体、 $\triangle abc$  为  $\triangle ABC$  在  $P$  平面上的投影。光源、被投影物和投影平面是进行投影时不可缺少的条件，通常称为投影三要素。上述现象可抽象为经  $S$  和  $A$ 、 $B$ 、 $C$  各作一条直线  $SA$ 、 $SB$ 、 $SC$  ( $SA$ 、 $SB$ 、 $SC$  称为投射线)，与  $P$  平面分别交于  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三点。 $a$ 、 $b$ 、 $c$  三点就是空间  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点在  $P$  平面上的投影。这种投射线都通过投射中心  $S$  点的投影，称为中心投影。同时规定，空间点用大写字母表示，投影点用其名称的小写字母表示。

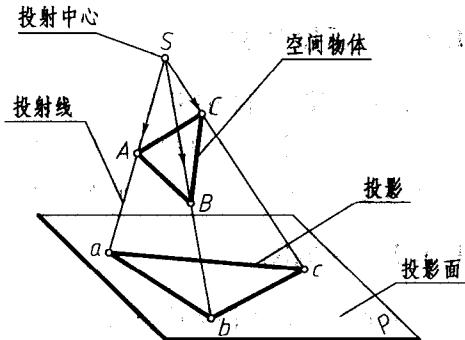


图 1-1 中心投影法

### 1.2.2 平行投影法

当投射中心  $S$  移到无穷远处时，投射线互相平行，这种投射线互相平行的

投影方法称为平行投影法。投射线的方向称为投影方向。

平行投影法又分为两种：

(1) 正投影法

若投射线与投影面  $P$  垂直，称为正投影，如图 1-2a 所示。

(2) 斜投影法

若投射线与投影面  $P$  倾斜，称为斜投影，如图 1-2b 所示。

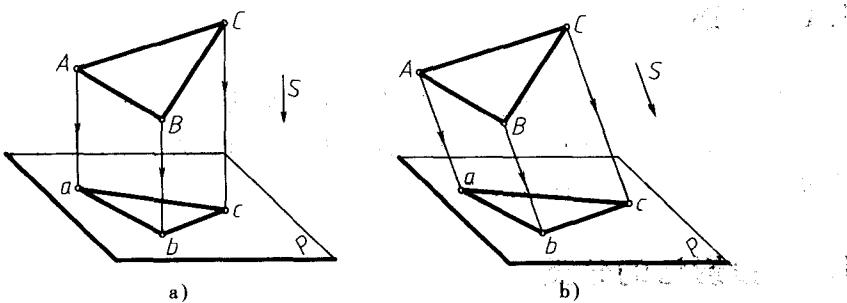


图 1-2 平行投影法

正投影法是工程图样绘制中最常采用的一种方法。

## 1.3 工程上常用的几种投影图

### 1.3.1 正投影图

用正投影法将物体投射到一组投影面上所得到的图，称为正投影图（详见第 2 章至第 6 章）。正投影图具有很好的度量性，作图也较简便，因此广泛用于机械制造、建筑、水利等行业和其他工程部门，图 1-3 为物体的三面正投影图。

### 1.3.2 轴测图

用平行投影法将物体以及确定该物体空间位置的直角坐标系投射到单一投影面上所得到的投影图，称为轴测图（详见第 7 章）。它的优点是直观性较好，但度量性差，常用作各种工程上的辅助图，图 1-4 为工程上常用的轴测图。

### 1.3.3 透视图

用中心投影法将物体投射到单一投影面上所得到的图称为透视图（详见第 12 至第 16 章）。透视图具有较强的立体感，但由于不能真实地度量出物体的大

小且作图繁琐，目前多在建筑工程上使用（见图 1-5）。

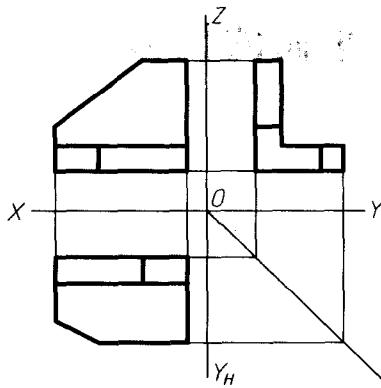


图 1-3

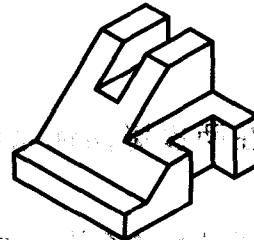


图 1-4

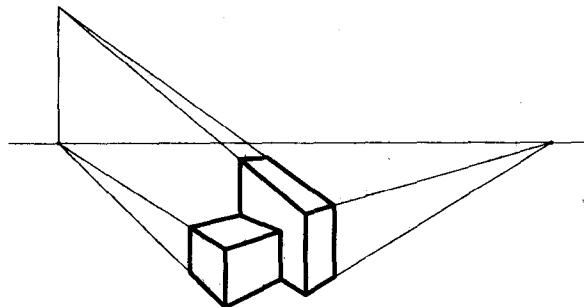


图 1-5

#### 1.3.4 标高投影图

用正投影法将物体投射在一个水平面上并标出等高线的图，称为标高投影图。标高投影图常用以表示地形、道路和水利工程等，如图 1-6 所示，本书不作介绍。

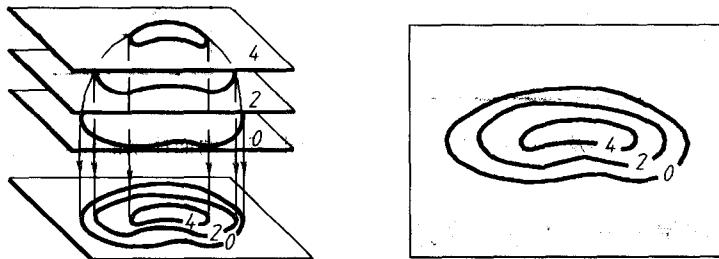


图 1-6

## 第2章 点、直线、平面的投影

### 2.1 点在两投影面体系中的投影

#### 2.1.1 两投影面体系的建立

如图 2-1 所示, 已知空间点  $A$ ,  $P$  为投影面, 则过  $A$  点作垂线, 垂线与投影面  $P$  的交点  $a$ , 即为空间点  $A$  在  $P$  面上的正投影  $a$ , 且  $a$  点是惟一的。反之, 如已知  $P$  面上的正投影  $b$ , 要确定空间的对应点  $B$ , 则过  $b$  点作  $P$  面的垂线, 其上的各点 (如  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  等) 在  $P$  平面上的正投影均是  $b$ , 故空间  $B$  点的位置不能惟一确定。即单面投影不具有“可逆性”。为使投影图具有“可逆性”, 常采用多面正投影的方法来解决。

如图 2-2 所示, 设置两个互相垂直的平面为投影面, 组成两投影面体系。其中一个水平放置的称为水平投影面  $H$ , 另一个垂直放置的称为正立投影面  $V$ ,  $V$  面和  $H$  面的交线称为投影轴, 用  $OX$  表示。 $V$ 、 $H$  两投影平面将空间分成四个区域, 即: 第一分角、第二分角、第三分角和第四分角。目前世界上有第一角画法和第三角画法两种画法, 我国规定采用第一角画法。

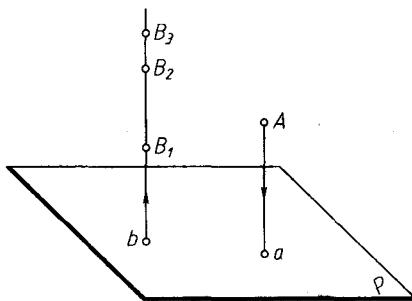


图 2-1 点的单面正投影及其可逆性问题

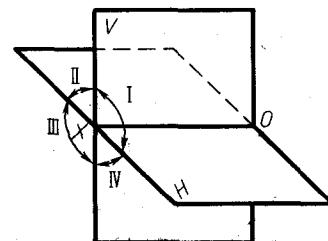


图 2-2 两面体系的建立及分角

#### 2.1.2 点在第一分角内的两面投影

图 2-3 为空间  $A$  点在第一分角内的投影作图过程。为作出空间  $A$  点在  $H$  面、

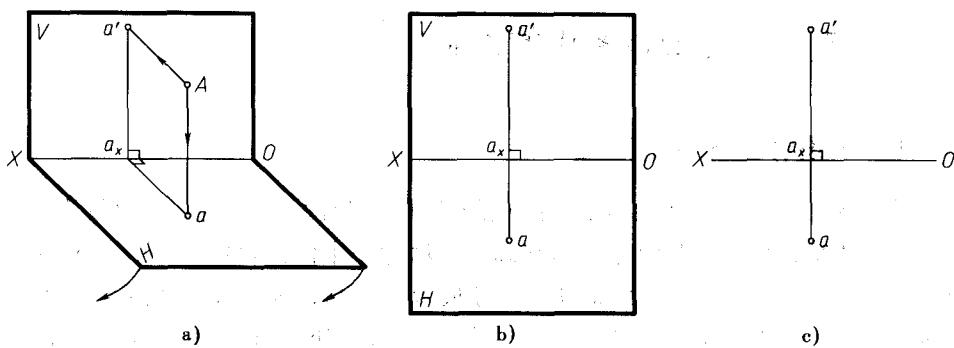


图 2-3 点在第一分角的两面投影

$V$ 面上的投影，过  $A$  点分别向  $H$  面、 $V$  面引投射线（垂直于  $H$  面、 $V$  面），交  $H$  面于  $a$ ，称为  $A$  点的水平投影；交  $V$  面于  $a'$ ，称为  $A$  点的正面投影。如图 2-3a 所示。

由于两条投射线  $Aa$ 、 $Aa'$  所确定的平面  $Aaa'a'$  同时垂直于  $H$  面、 $V$  面，根据立体几何知识，它们之间的交线  $aa_x$ 、 $a'a_x$ 、 $OX$  互相垂直，并交于点  $a_x$ 。四边形  $Aaaa'$  为矩形。

故  $a_xa = a'A$ 、 $a_xa' = AA$ ，而  $a'A$  为  $A$  点到  $V$  面的距离， $AA$  为  $A$  点到  $H$  面的距离。因此可得如下结论：

线段  $a_xa$  为  $A$  点到  $V$  面的距离；线段  $a_xa'$  为  $A$  点到  $H$  面的距离。

上述投影  $a$ 、 $a'$  分别位于  $H$  和  $V$  两个平面上，由于工程图样是画在图纸上的，因此最终的目的是要把它们表示在一个平面上。其方法是  $V$  面保持不动，将  $H$  面绕  $OX$  轴向下旋转  $90^\circ$  与  $V$  面重合，如图 2-3b 所示，称为点的两面投影图。在实际作图时，平面是不画边框线的，而投影图上的细实线  $a'a$  称为投影连线，如图 2-3c 所示。

### 2.1.3 点的两面投影规律

- 1) 点的正面投影与水平投影的连线  $aa'$  垂直于  $OX$  轴 ( $a_xa \perp OX$  的关系在旋转时未改变)；
- 2) 点的正面投影到  $OX$  轴的距离等于空间点到  $H$  面的距离；点的水平投影到  $OX$  轴的距离等于空间点到  $V$  面的距离，即： $a_xa' = AA$ ， $a_xa = AA'$ 。

由  $A$  点的投影  $a$ 、 $a'$ ，我们可确定  $A$  点的空间位置。作法是将  $OX$  轴下方的  $H$  面向上旋转  $90^\circ$ ，由  $a$  作  $H$  面的垂线，由  $a'$  作  $V$  面的垂线，两垂线的交点即为空间  $A$  点的位置。也就是说，点的两面投影可以确定点的空间位置。

## 2.2 点在三投影面体系中的投影

### 2.2.1 三投影面体系的建立

虽然点的两面投影已能确定空间点的位置，但有些形体需要三面投影才能表达得更清楚，故在原两面体系的基础上，增加一个侧立投影面  $W$ ，并使  $W$  面与  $H$ 、 $V$  面均垂直。三个投影面将空间分成八个分角，如图 2-4a 所示。下面主要讨论第一分角内点的三面投影。第一分角如图 2-4b 所示，在此投影体系中，三条投影轴  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$  互相垂直，并交于  $O$  点。

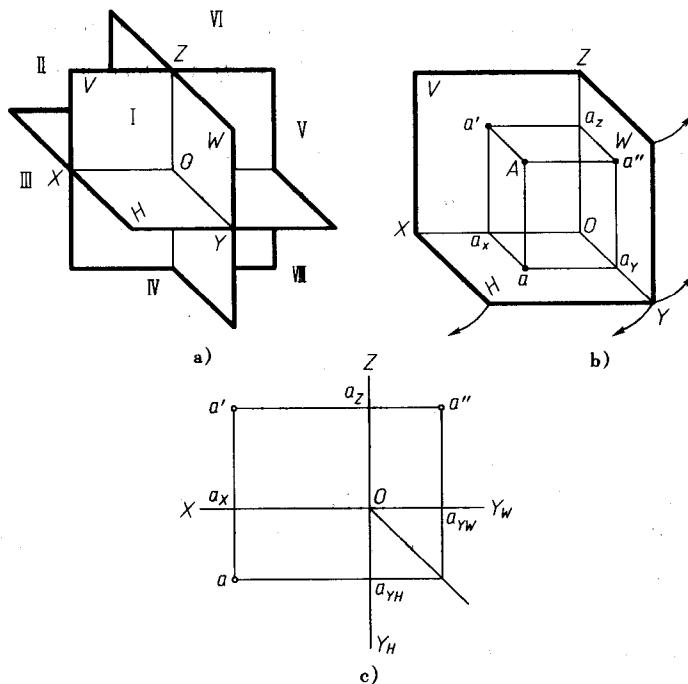


图 2-4 点的三面投影的形成及特性

### 2.2.2 点在第一分角内的三面投影

如图 2-4b 所示，为作出  $A$  点在  $W$  面上的正投影，过点  $A$  作投射线垂直于  $W$  面，交  $W$  面于  $a''$ ，称为  $A$  点的侧面投影。三条投射线每两条可确定一个平面，即平面  $Aa'a$ 、 $Aa''a$ 、 $Aa'a''$ 。它们分别与三投影轴  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$  交于点  $a_x$ 、 $a_y$ 、

$a_z$ 。为将  $A$  点的三个投影  $a$ 、 $a'$ 、 $a''$  都表示在同一个平面上，仍规定  $V$  面不动， $H$  面向下、 $W$  面向右分别转  $90^\circ$ ，使  $H$ 、 $W$  面旋转后与  $V$  面重合。这时，随  $H$  面旋转的  $Y$  轴用符号  $Y_H$  表示，随  $W$  面旋转的  $Y$  轴用符号  $Y_W$  表示， $Y$  轴上的  $a_Y$  点也相应地用  $a_{YH}$ 、 $a_{YW}$  表示。这样就得到如图 2-4c 所示的三面投影图。为方便作图，可过  $O$  点作一条  $45^\circ$  的辅助线， $a a_{YH}$ 、 $a'' a_{YW}$  延长后交于该辅助线，如图 2-4c 所示。与两面体系一样，平面不画边框，用互相垂直的两条线表示空间的三个平面。

### 2.2.3 点的三面投影规律

- 1) 点的投影连线垂直于相应的投影轴，即： $aa' \perp ox$ ； $a'a'' \perp oz$ 。
- 2) 点的投影到投影轴的距离等于空间点到相应投影面的距离，即： $a_x a' = a_{YW} a'' = Aa$ ， $a_z a' = a_{YH} a = Aa''$ ， $a_z a'' = a_x a = Aa'$ 。

以上特性说明，在三面投影图中，点的每两个投影均具有一定的联系，故只要给出一点的任意两个投影，即可作出其第三投影。

利用点在三面投影体系中的投影规律，根据点的两面投影，能求出点的第三面投影（简称为二求三）。

**【例1】** 已知点的正面投影  $a'$  和水平投影  $a$ （见图 2-5a），试求点的侧面投影  $a''$ 。

**【解】** 作图步骤如下（见图 2-5b）：

- 1) 作直线  $a'a'' \perp OZ$ ；
- 2) 作  $45^\circ$  辅助线；
- 3) 过  $a$  作直线垂直于  $OY_H$  并与  $45^\circ$  直线交于一点，过此点作垂直于  $OY_W$  轴的直线，并与  $a'a_z$  的延长线交于  $a''$  ( $a_x a = a_z a'' = Aa''$ )。 $a''$  即为所求。

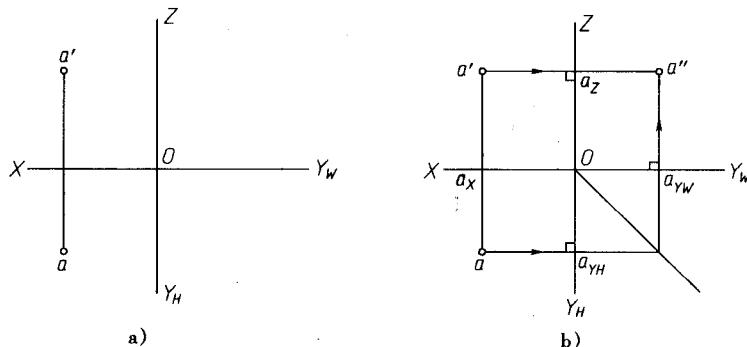


图 2-5 已知点的两投影求第三投影

## 2.2.4 点的投影与其直角坐标的关系

如图 2-6a 所示, 若把三投影面看作三个坐标面, 则三投影轴就相当三坐标轴, 三轴的交点  $O$  相当于坐标原点。在这样一个直角坐标系中, 空间  $A$  点到三个投影面的距离就等于它的三个坐标, 即  $Aa''$  (点到  $W$  面的距离) =  $X$  坐标;  $Aa'$  (点到  $V$  面的距离) =  $Y$  坐标;  $Aa$  (点到  $H$  面的距离) =  $Z$  坐标。

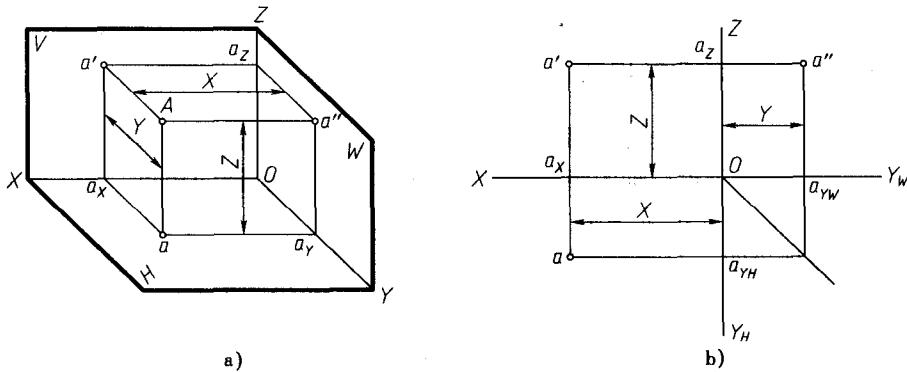


图 2-6 点的投影与直角坐标

由图 2-6a、b 可看出:  $A$  点的一个投影可以反映  $A$  点的两个坐标。因此, 当空间  $A$  点的位置由坐标  $(X, Y, Z)$  给定后, 就可以作出其三面投影; 反之亦然。

如空间的点位于某一投影面上, 则它的某一坐标必为零。如图 2-7a 中,  $A$  点在  $V$  面上, 则  $Y=0$ ; 如点在某一投影轴上, 其坐标必有两个为零。图中  $B$  点在  $Y$  轴上, 其  $X=0$ ,  $Z=0$ 。图 2-7b 是  $A$ 、 $B$  两点的投影图。凡位于投影面或投影轴上的点, 通常称为特殊位置点, 其投影特性请读者自行分析。

**【例 2】** 已知  $A$  点的坐标为  $(15, 10, 20)$ , 求作  $A$  点的三面投影图 (图

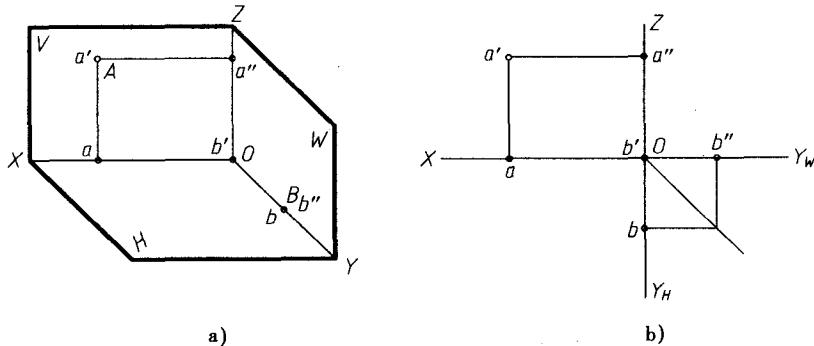


图 2-7 投影面和投影轴上的点