

S HAONIAN
BAIKE CONGSHU

数学花园漫游记

马希文

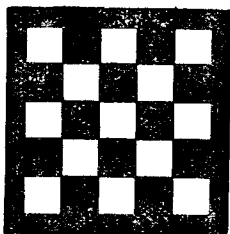


数学花园漫游记

马 希 文

封面设计：胡 劭 长

插 图：王 继 明



中国少年儿童出版社

内 容 提 要

本书根据少年特点，引人入胜地介绍了现代数学的情况和动向。它着重描绘现代数学的美妙构思和技巧，能够帮助读者开阔眼界，活跃思想，更好地学习和运用课堂知识。

数学花园漫游记

马 希 文

*

中国少年儿童出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

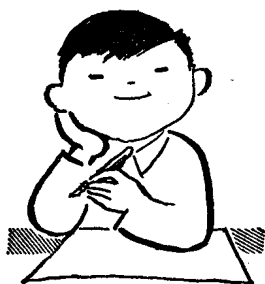
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 4.5印张 54千字

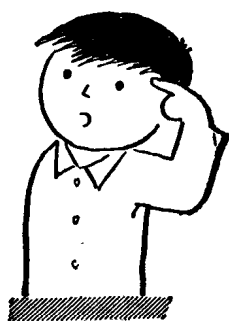
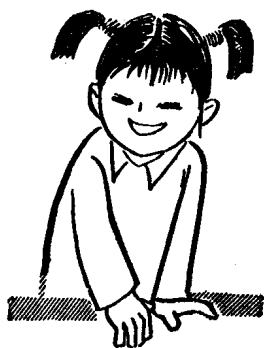
1980年6月北京第1版 1980年6月北京第1次印刷

印数1—300,000册 定价0.82元



目 次

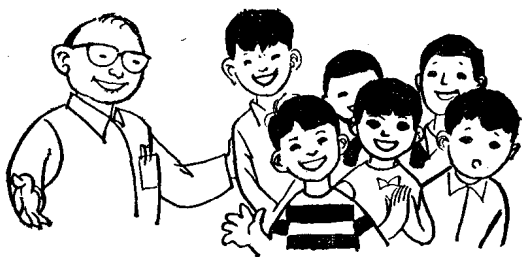
1	数数问题.....	5
2	关于考试的话.....	10
3	地图上的数学.....	14
4	北京市的面积有多大.....	20
5	四色问题.....	23
6	如果我们住在土星的光环上.....	29
7	通向“色数”的桥梁——欧拉公式.....	33
8	四色问题的副产品——墨比乌斯环.....	36
9	试验田里的数学.....	40



10	如果找不到大块田·····	45
11	再走一步——回到了几何学中·····	50
12	图的世界·····	56
13	最短路程问题·····	62
14	最大流问题·····	68
15	请你当车间主任·····	74
16	秘诀在哪里·····	78
17	从最简单的情况起步走·····	83
18	“ $\sim$ ”和“ $\wedge$ ”是什么呀·····	89
19	向前迈进·····	93



20	该跟踪谁.....	97
21	斗智的结果——找到了平衡点.....	101
22	利用混合策略造成平衡点.....	105
23	侦察员的策略.....	109
24	奇怪的无穷多.....	114
25	无穷多的美妙特性.....	119
26	模糊数学.....	124
27	不可能问题.....	130
28	等待着人们去试探.....	133
29	和你告别.....	137



打开这本书，我就带你到数学的花园里去漫步。

你已经学习了不少数学知识。这些知识都在数学花园的大门口，或者在进门不远的地方。这些地方已经修起了许多美丽的花坛花棚，盖起了许多高楼大厦。你学过的数学知识，是这些建筑的基础。

这一次，让我们尽可能走得远一些，去观赏一下数学花园里的新景色！

数学的花园很大，分成许多地区，叫做数学的分支。你学习的代数、几何，就是数学的分支。每一个分支，又分成许多小的分支。不论大的分支，小的分支，几乎都有我们的同胞在工作；有的分支，还留下了我们祖先深深的脚印。你一定想知道，这些能工巧匠在那里干些什么。

他们在锄地，灌水，栽花。他们在维修、改建和新建一座座精美的建筑。

你看陈景润,正在哥德巴赫猜想的塔边,研究着怎样把塔尖放上去。杨乐和张广厚,来到函数论大楼的阳台上,在那里布置了鲜艳的花草,使这座古老的建筑显得青春焕发。还有许多你不认识的人,他们在做着你没有听说过的事情。

随我一路走过去吧!各种各样的景色会引起你的喜爱和关心。

新奇的问题层出不穷,每一个分支里都有它独特的问题。有的你一眼就能看出它的实用价值;有的你会感到它是严肃的理论研究;有的你会觉得它是有趣的智力测验;有的还可能和你平时的看法不一致。

这些问题,在它们自己的分支里都是有资格的代表。

为了解决这些问题,人们已经花费了许多的时间和精力。他们反复琢磨,有的提出了新的观点和思想,有的想到了新的方法和技巧。

看看他们的成绩,听听他们的议论,你就可以接触到现代数学的脉搏,它是在怎样跳动着。

希望你不要满足于看看而已。

每当遇到一个新的问题,你应当想一想,这是一个什么性质的问题,你能解决它吗?

每当听到一种新的思想,你应当想一想,这种思想的本质是什么,对你有没有启发?

每当看到一种新的方法,你应当想一想,这种方法妙在哪里,你能用来解决其他问题吗?

不然的话,你会入宝园而空回。





1 数数问题



谁不会数数?这也算个问题?

当然罗,人有几个手指,屋子里有几把椅子,这谁也会数。

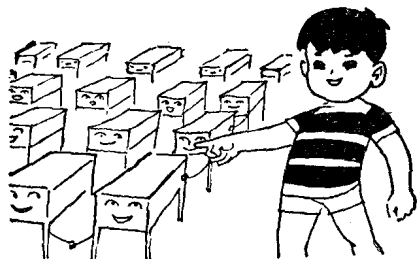
但是也有一些数,不能靠“一、二、三……”这样简单的办法去数。

比如中国有九亿七千多万人,如果一、二、三……这样地数,就算一秒钟数两个,一天二十四

小时不停地数,也只能数 $24 \times 60 \times 60 \times 2 = 172800$ 个,一年数 $172800 \times 365 = 63072000$ 个,也就是六千三百万多一点,九亿七千多万个就要数十五年还不止。在这个时间内,不知有多少人死去,多少人出生,怎么数得清呢?

又比如教室里有多少座位,我们一般不是一个一个地数,而是数数有多少排,每一排有多少个座位,然后用乘法来计算。

有一些数字很大,又只需要一个比较粗略的近似值,这时



候，我们就要利用种种的办法进行估计。一本书有多少字？大体上可以用页数乘上每页的行数，再乘上每行的字数来估计。

不过，即使是估计，有时候也需要认真思考，才能找到一个切实可行的好办法。

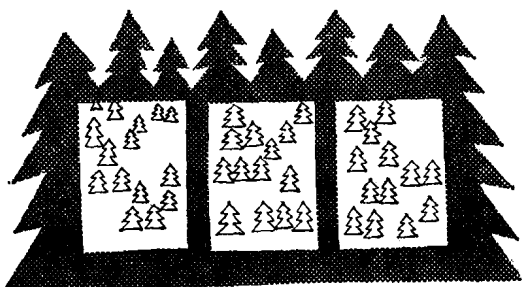
例如，你头上有多少根头发？

据说，人的头发有几十万根之多，当然不可能一根一根地去数。你想用乘法来计算，可是头发不是成行成垅、整整齐齐地排好的。

一种切实可行的办法，是测量一下长着头发的皮肤面积有多大，再数一数一个平方厘米的头皮上有多少根头发，这是可以数得清的。

当然罗，头上这一平方厘米和那一平方厘米的头发可能不一样多。我们可以仔细观察一下，选有代表性的一个平方厘米。

数头发并不重要，数森林中的树有多少棵，可是一件重要的事。这两个问题十分相似，可以用相同的办法去解决。



但是，森林中的树木长得有稀有密，我们很难走遍整个林区，来挑选一块最典型的地方。这怎么办呢？

最好的办法是任意挑选若干块地方，分别计算，然后求出平均数来。数学的研究说明，平均数总是更加接近实际。

研究这类问题的数学叫做数理统计。这是现代数学中一个非常活跃的分支。这里用的方法，叫做抽样方法。

我们再举一个例子，来说明数理统计的用途。

水库里养了鱼，每年要捕捉一些供应市场需要，爱吃鱼的人很多，最好多捕一些。捕得太多了，剩得就太少，会影响鱼的繁殖，明年就捕不到多少鱼了。

为了掌握好捕鱼的数量，就需要知道水库里到底有多少鱼。这个问题看来和上面的问题很相象，其实要困难得多。因为鱼是游来游去的，而我们也不好选出一平方米水面，来数一数下面有多少鱼。

渔业人员想出了一个巧妙的办法，他们捕上一千条鱼，给每条鱼都做上记号，比如在尾巴上剪去一个小角，然后放回水中。

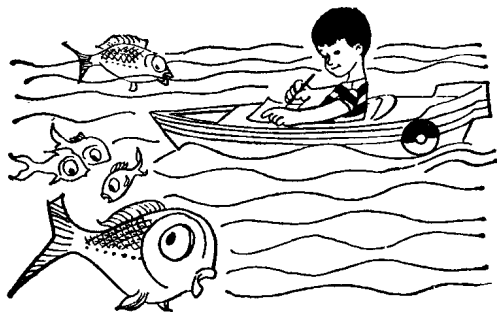
鱼儿到了水里就四散游开去。过了几天，这些鱼均匀地散布在水库的各个地方了。

渔业人员再捕上一千条鱼，一看，其中有二十条是做过记号的。

他们想，如果水库中共有 X 条鱼，其中有一千条被我们做过记号，那么，做过记号的鱼占全部 X 条鱼的几分之几呢？当然是 $\frac{1000}{X}$ 了。现在捕了一千条鱼，其中有二十条做过记号，也就是说，在这一千条鱼中，有记号的鱼占 $\frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$ 。这个比和前面那个比的值，大体上应该是一样的。所以， $\frac{1000}{X} \approx \frac{1}{50}$ 。这样一来，就计算出 $X \approx 50000$ 了。

五万条鱼，今年捕上三四万条，大概没问题吧！

这个问题，简直象一个简单的比例问题，其实不然。你也去那里捕一千条鱼，数数有几条是做过记号的，你敢保证也是二十条吗？不敢吧！



实际情况必然是这样，每捕一千条鱼，其中做过记号的鱼的数目，不会是一成不变的。

比如说，你捕的一千条鱼中有二十五条是做过记号的，你列出的方程就会是 $\frac{25}{1000} \approx \frac{1000}{X}$ ，算出的结果是 $X \approx 40000$ ，比刚才算的少了一万条。那么，水库里到底有多少鱼呢？

数理统计可以帮助我们解决这个问题。它告诉我们，在后捕上来的一千条鱼中有多少条做过记号，数目虽然不是固定的，而是可变的，但是有一定的变化的规律。一旦掌握了这个变化的规律，我们不但可以用比例的办法来估计出水库中的鱼的总数，而且可以掌握这个估计会有多大的误差。数理统计还可以给我们提出一些更好的办法，来帮助我们尽可能地减少这种误差。

这样，就在数理统计的基础上，发展出一整套调查动植物资源和研究许多其他问题的方法。



2 关于考试的话



考试成绩公布了,大家都很关心。

考试得分多,固然好,得分少,也不必太难受。因为考试是对某一阶段教学的检查,不但检查学生学得好不好,也检查老师教得好不好。不好怎么办呢?学生得想法子改进学习方法,老师也得想法子改进教学方法。

还有个问题,考试能不能真正反映教学的成绩,还得看出

题的人的水平。

我们请出题的人出两份性质一样的题，让五十个学生重复考两次。如果出题的人水平很高，出的题目确实能够考出学生的学习成绩来，那么，每个学生在两次考试中得的分数应该基本相同。

说基本相同，就是不能绝对化。考分有偶然的成分。一个考九十分的学生，不一定比考九十五分的学生差；在另一次考试中，他们俩的考分很可能调个个儿。但是无论如何，如果两份题性质一样，每个学生的两个考分应该是接近的。

我们把两次考试的成绩做一个统计：

第二次 第一次	98	95	92	89	86	83	80	77	74	71	68	65	62
	100	97	94	91	88	85	82	79	76	73	70	67	64
98—100	2	1											
95—97	1	4	2										
92—94	1	2	1										
89—91		1	1	1	1	1			1				
86—88				3	1	1	1				1		
83—85				1	1	2							
80—82					2	2							
77—79										1			
74—76							1	1	1				
71—73						1				2	2		
68—70									1				
65—67								1		1			
62—64									1				2