师指点系

北京市教科院基础教育科研所审定

中学生同步学习参考书

北京市海淀区教委特高级教师编写组 编写

◆量化学习目标
◆精析知识要点
◆精讲学习方法
◆典型例题分析
◆难题解答
◆资料库与题库

高二几何

北京教育出版社 中国青年出版社

★名师指点系列

中学生同步学习参考书

高二几何

周沛耕　连树声　卞学诚
林生香　王杏春　张光珞　主编

北京教育出版社
中国青年出版社

(京)新登字 083 号

责任编辑:李培广
封面设计:周建民

中学生同步学习参考书

高二几何

北京市海淀区教委特高级教师编写组

*

北京教育出版社
中国青年出版社 出版 发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

保定兴良印刷厂印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 10.625 印张 270 千字

1998 年 8 月第 1 版 1998 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—20,000 册 定价:11.80 元

ISBN 7—5006—3160—X/G·926

(版权所有 盗版必究)

《中学生同步学习参考书》

编委会名单

策划

张光珞　　张洪涛

主编

周沛耕　　连树声　　王杏春

林生香　　卞学诚　　张光珞

编委

（按姓氏笔划为序）

于景雯　　王绍仁　　王　伟　　王苑新

刘后蝶　　冯士腾　　吕佳良　　年小和

李玉莲　　何　滨　　何贯虹　　冷　利

陈继蟾　　陈宝俊　　陈文霞　　祁晓红

杨建文　　金　华　　郑合群　　郑国荣

恽　阮　　贾毓荣　　梁纪川　　郭淑媛

谢　培　　程玉青　　满英杰

出版前言

为配合国家教委规定的由应试教育向素质教育的转化，及时体现教材的最新调整、变化，给学生编出一套优秀的自学辅导并能提高学生综合素质的学习参考书，北京教育出版社并中国青年出版社组织了全国著名特级教师周沛耕、卞学诚、王杏春、连树声、张光珞、林生香等担任主编，由具有丰富教学经验的北京市海淀区教委特高级教师编写组执笔，集体创作出版了这套《名师指点——中学生同步学习参考书》。

本套丛书以国家教育部制定的“初高中教学大纲”为依据，以人教版最新教材为凭借，同时参照了国家教育部1998年关于推进中小学素质教育的最新精神，从初一到高三分学科、分年级编写而成。全套丛书在注重基础教育的基础上，逐层剖析精讲知识点，逐步提高知识体系难度，最终实现教学内容基础与难度的衔接统一，真正使学生在掌握基础知识的情况下，对难题及综合试题也能应付裕如。全书按板块划分为：

【学习目标】根据大纲要求，制定出每单元（章节）的具体学习目标，并使之量化，使学生学习时一目了然，对应掌握的学习内容和重点、难点心中有数。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

【知识点分析】尤如名师随堂，对教材中的重点、难点、新知识点进行分析讲解，逐层剖析以帮助学生理解和掌握。

【典型例题分析】结合最新考点，精选最具代表性之例题。使学生能够把握解题要领，举一返三，最终达到提高学生学习技能的目的。

【学法指导】融合名教多年来的教学精华，教给学生灵活多样的学习方法，介绍行之有效的学习经验，使本书成为真正的“名师”。

【难题解答】对教材中各章节具有代表性的难题或典型试题，提示解题思路和必要的答案，以减轻教师负担，减缓学生压力。

【小资料】以单元（章节）为单位，为学生提供预习、理解及扩展延伸知识的有关资料，拓宽学生的知识面，使学生从多个角度更好地理解所学知识。

【小题库】以单元（章节）为单位编写的综合练习题，帮助学生及时巩固所学的知识，做到学练结合。

【全册题库与资料库】从全册教材的整体出发，提供给学生综合性的资料及知识点归纳。通过综合习题的演练切实贯彻“精学精练”，最终提高解题能力和应试技巧。

总之，《中学生同步学习参考书》一改同类图书求难、求深而带来的片面性，更能体现基础性和知识层次的连贯衔接，其理论性、实用性堪称上乘。

编者说明

出版一套深受学生、家长及教师欢迎的辅导书，一直是我们努力追寻的目标。本套丛书从选题策划到今天的出版，已历时一年多了。近年来，当各类教辅图书都在一味追求难度、深度时，却忽略了这样一个基本的事实：学生只有将基础知识真正学懂并融会贯通，才能真正迈上难度和深度的阶梯。这也恰恰是全国各地学生的呼声。基于此，我们在编写本套丛书时，起用名师却不忘基础知识，并重点放在了基础知识和重点、难点、新知识点的衔接过渡上，使学生循着本书的学习主线就能使自己的学习能力无意间迈上一个新台阶。这将对广大学生和教师带来极大的益处。

本书在编写过程中恰逢国家教育部推进中小学素质教育最新精神出台。为配合最新精神，我们在编写本书过程中及时调整内容，并参考了’九八年中考、高考的最新考点。对不做考试要求的内容，我们在书中也加注了符号。因此，本书提供给广大师生的将是最新内容。书中若有错漏，欢迎读者指正，以便再版时加以修订。

编者

1998年7月

目　　录

第一章　直　线

一、有向线段、线段的定比分点……………………………………（1）
【学习目标】……………………………………………………（1）
【知识点分析】…………………………………………………（1）
【学法指导与典型例题分析】…………………………………（1）
【单元综合练习题 1—1】……………………………………（10）
二、直线的方程……………………………………………………（13）
【学习目标】……………………………………………………（13）
【知识点分析】…………………………………………………（14）
【学法指导与典型例题分析】…………………………………（14）
【单元综合练习题 1—2】……………………………………（21）
三、两条直线的位置关系…………………………………………（25）
【学习目标】……………………………………………………（25）
【知识点分析】…………………………………………………（25）
【学法指导与典型例题分析】…………………………………（26）
【单元综合练习题 1—3】……………………………………（45）
本章自测题………………………………………………………（48）

第二章　圆锥曲线

一、曲线与方程
【学习目标】……………………………………………………（52）
【知识点分析】…………………………………………………（52）
【学法指导与典型例题分析】…………………………………（54）
【综合题解答】…………………………………………………（67）
【小资料】………………………………………………………（71）

【单元综合练习题 2—1】…………………………………… (72)
二、圆……………………………………………………………… (76)
【学习目标】…………………………………………………… (76)
【知识点分析】………………………………………………… (76)
【学法指导与典型例题分析】………………………………… (81)
【综合题解答】………………………………………………… (89)
【小资料】……………………………………………………… (93)
【单元综合练习题 2—2】…………………………………… (93)
三、椭圆…………………………………………………………… (98)
【学习目标】…………………………………………………… (98)
【知识点分析】………………………………………………… (98)
【学法指导与典型例题分析】………………………………… (103)
【综合题解答】………………………………………………… (112)
【小资料】……………………………………………………… (116)
【单元综合练习题 2—3】…………………………………… (117)
四、双曲线 ……………………………………………………… (122)
【学习目标】…………………………………………………… (122)
【知识点分析】………………………………………………… (122)
【学法指导与典型例题分析】………………………………… (126)
【综合题解答】………………………………………………… (133)
【小资料】……………………………………………………… (138)
【单元综合练习题 2—4】…………………………………… (139)
五、抛物线 ……………………………………………………… (144)
【学习目标】…………………………………………………… (144)
【知识点分析】………………………………………………… (144)
【学法指导与典型例题分析】………………………………… (147)
【综合题解答】………………………………………………… (156)
【小资料】……………………………………………………… (162)
【单元综合练习题 2—5】…………………………………… (163)

六、坐标变换 ………………………………………………… (167)
【学习目标】………………………………………………… (167)
【知识点分析】……………………………………………… (167)
【学法指导与典型例题分析】……………………………… (170)
【综合题解答】……………………………………………… (178)
【小资料】 ………………………………………………… (183
【单元综合练习题 2—6】 ………………………………… (183)
本章自测题(一)…………………………………………… (187)
本章自测题(二)…………………………………………… (191)

第三章　参数方程与极坐标

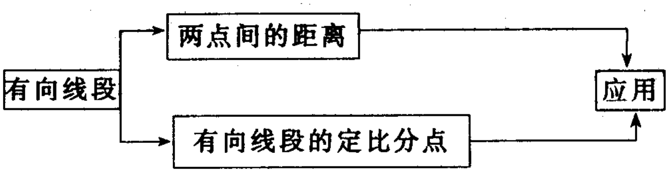
一、参数方程 ………………………………………………… (195)
【学习目标】………………………………………………… (195)
【知识点分析】……………………………………………… (195)
【学法指导与典型例题分析】……………………………… (196)
【单元综合练习题 3—1】 ………………………………… (218)
二、极坐标 …………………………………………………… (223)
【学习目标】………………………………………………… (223)
【知识点分析】……………………………………………… (223)
【学法指导与典例题分析】………………………………… (224)
【单元综合练习题 3—2】 ………………………………… (239)
本章自测题…………………………………………………… (242)
参考答案……………………………………………………… (247)

第一章　直　线

一　有向线段、线段的定比分点

【学习目标】

通过对有向线段的了解，熟练掌握两点间的距离公式，有向线段定比分点的坐标公式，并予以正确的应用。



【知识点分析】

1. 重点

有向线段与有向线段的定比分点。

2. 难点

有向线段与有向线段的定比分点，从平面几何线段的无方向问题转变为解析几何中的有方向的线段问题，是学生遇到的第一个难点，此难点不突破将会造成本单元中概念的混淆，进而影响对于解析几何中坐标法的理解与应用。突破难点的方法之一就是运用数形结合，从几何及代数两个方面来强调“有向”，理解“有向”。

【学法指导与典型例题分析】

1. 学法指导

(1)有向线段：规定了始点、终点的线段

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

方向:“自始至终”.

$\overrightarrow{AB}$:始点为 A,终点为 B。

$\overrightarrow{BA}$:始点为 B,终点为 A。

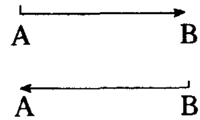


图1—1

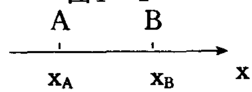


图1—2

若 A、B 在实数轴上,$\overrightarrow{AB}$的方向与 x 轴方向一致为正。其数量亦为正:

$AB=$终点坐标$-$始点坐标$=x_B-x_A>0$. $\overrightarrow{BA}$的方向与 x 轴方向相反为负,其数量亦为负。

$BA=$终点坐标$-$始点会标$=x_A-x_B<0$

例 1　如图,求$\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{CB}$,$\overrightarrow{CA}$,$\overrightarrow{BA}$,$\overrightarrow{BC}$的数量及长度.

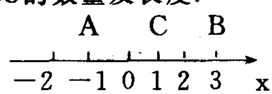


图1—3

解:$AB=x_B-x_A=3-(-1)=4$

$AC=x_C-x_A=1-(-1)=2$

$CB=x_B-x_C=3-1=2$

$CA=x_A-x_C=-1-1)=-2$

$BA=x_A-x_B=-1-3=-4$

$BC=x_C-x_B=1-3=-2$

$|AB|=|BA|=4$　　$|AC|=|CA|=2$　　$|BC|=|CB|=2$

(2)两点间距离公式:作出两点 $M_1(x_1,y_1)$,$M_2(x_2,y_2)$的坐标线段构造直角三角形,由勾股定理可得:

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(3)有向线段的定比分点坐标公式:

已知:点 $P(x,y)$,$P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$,若 P 点分有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$,比值 $\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}$,则分点 P 的坐标为:

$$P:\begin{cases} x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} \end{cases} \quad (\lambda\neq-1) \qquad 或\begin{cases} x=\dfrac{x_{始}+\lambda x_{终}}{1+\lambda} \\ y=\dfrac{y_{始}+\lambda y_{终}}{1+\lambda} \end{cases} \quad (\lambda\neq-1)$$

这里要弄清以下三个问题：

第一：分点 P 分$\overrightarrow{P_1P_2}$得到的是哪两条有向线段：可以这样来记：

始点$\xrightarrow{①}$分点$\xrightarrow{②}$终点，得两条，一条为从始点到分点，另一条为从分点到终点。

第二：是内分还是外分，若 P 在$\overrightarrow{P_1P_2}$之内，则 P 为内分点，若 P 在$\overrightarrow{P_1P_2}$之外（延长线上），则 P 为外分点。

第三：λ 如何求。

若 P 为内分点，则$\overrightarrow{P_1P}$和$\overrightarrow{PP_2}$的方向相同，所以数量 P_1P 和 PP_2 符号相同，因此其比值为正；$\lambda>0$

$$\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=\frac{|P_1P|}{|PP_2|}>0$$

若 P 为外分点，则$\overrightarrow{P_1P}$和$\overrightarrow{PP_2}$的方向相反，所以数量 P_1P 和 PP_2 符号相反，因此其比值为负：$\lambda<0$

$$\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=-\frac{|P_1P|}{|PP_2|}<0$$

因此 λ 的求值：可先定号（内正外负）再求比值（两线段长度之比）

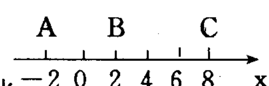


图1－4

例 2　如图 1－4 求：A 分$\overrightarrow{BC}$，B 分$\overrightarrow{AC}$，C 分$\overrightarrow{AB}$的比值 λ

解：(1) A 为$\overrightarrow{BC}$的外分点

$$\lambda=-\frac{|BA|}{|AC|}=-\frac{4}{10}=-\frac{2}{5}$$

(2)B 为$\overrightarrow{AC}$的内分点

$\lambda=\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

(3)C 为$\overrightarrow{AB}$的外分点

$\lambda=\frac{|AC|}{|CB|}=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3}$

特别当 $\lambda=1$ 时,P 为$\overrightarrow{P_1P_2}$的中点,于是得线段 P_1P_2 的中点坐标公式:

$$P:\begin{cases} x=\dfrac{x_1+x_2}{2} \\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2} \end{cases}$$

例 3 已知$\triangle ABC$ 三顶点的坐标分别为 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$C(x_3,y_3)$.

求:$\triangle ABC$ 的重心 G 的坐标.

解:先求 BC 边上的中点 D:

$$D:\begin{cases} x_D=\dfrac{x_2+x_3}{2} \\ y_D=\dfrac{y_2+y_3}{2} \end{cases}$$

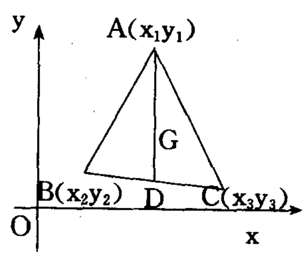


图1—5

由平面几何知重心 G 内分$\overrightarrow{AD}$比值

$\lambda=\frac{|AG|}{|GD|}=\frac{2}{1}=2$

$$\therefore G:\begin{cases} x=\dfrac{x_1+2\cdot\dfrac{x_2+x_3}{2}}{1+2}=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3} \\ y=\dfrac{y_1+2\cdot\dfrac{y_2+y_3}{2}}{1+2}=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3} \end{cases}$$

$\therefore\triangle ABC$ 的重心 G 的坐标为$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

2. 典型例题分析

例 4　已知：$A(-2,4)$，$B(3,-1)$，延长 AB 到 P，使 $|BP|=\frac{1}{2}|AB|$.

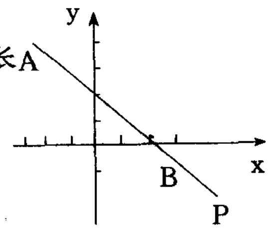


图1－6

求 P 点的坐标.

解一：点 P 为 $\overrightarrow{AB}$ 的外分点比值

$$\lambda=\frac{|AP|}{|BP|}=-\frac{|AB|+|BP|}{|BP|}$$

$$=-\frac{3|BP|}{|BP|}=-3$$

$$\therefore P:\begin{cases}x=\dfrac{(-2)+(-3)\cdot 3}{1+(-3)}=\dfrac{-11}{-2}=\dfrac{11}{2}\\ y=\dfrac{4+(-3)\cdot(-1)}{1+(-3)}=\dfrac{7}{-2}=-\dfrac{7}{2}\end{cases}\quad \therefore P(\frac{11}{2},-\frac{7}{2})$$

解二：点 B 为 $\overrightarrow{AP}$ 的内分点，比值

$$\lambda=+\frac{AB}{BP}=2$$

$$\therefore B:\begin{cases}3=\dfrac{(-2)+2\cdot x}{1+2}\\ =1=\dfrac{4+2\cdot y}{1+2}\end{cases}\quad \therefore\begin{cases}x=\dfrac{11}{2}\\ y=-\dfrac{7}{2}\end{cases}\quad \therefore P(\frac{11}{2},-\frac{7}{2})$$

说明：这里任何一点都可以看作是分点，关键在于不同的分点，对应于不同的比值。因此，一般来说，用内分点($\lambda>0$)来计算要比外分点($\lambda<0$)要好一些，若 λ 为正整数更好。可见，对于定比分点坐标的计算要有辩证的思维方式和公式应用的灵活性。

例 5　已知：$A(-1,-5)$，$B(0,4)$　$C(4,10)$.

求证：A、B、C 三点共线.

证明一：应用两点间距离公式分别求出任意两点间的距离，若较长者恰为另两段距离之和，则三点必共线：

$$|AB|=\sqrt{(2+1)^2+(4+5)^2}=\sqrt{9+81}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$$

$$|AC|=\sqrt{(4+1)^2+(10+5)^2}=\sqrt{250}=5\sqrt{10}$$

$$|BC|=\sqrt{(4-2)^2+(10-4)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

$$\therefore |AB|+|BC|=|AC|$$

$\therefore A$、B、C 三点共线

证明二：应用有向线段定比分点坐标公式，设任意一点为另两点所连有向线段的分点，则由公式所求出的比值 λ 若为同一个常数，则三点共线，否则三点不共线。

设 A 为 $\overrightarrow{BC}$ 的定比分点，比值为 λ

则由定比分点坐标公式得：

$$\begin{cases} -1=\dfrac{2+\lambda\cdot 4}{1+\lambda} & (1) \\ -5=\dfrac{4+\lambda\cdot 10}{1+\lambda} & (2) \end{cases}$$

由(1)式得 $\lambda=-\dfrac{3}{5}$，由(2)得 $\lambda=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore$ λ 为同一常数 $-\dfrac{3}{5}$

$\therefore A$、B、C 三点共线

例 6　已知▱$ABCD$ 三个顶点的坐标分别为 $(2,-3)$，$(1,2)$，$(3,4)$，求第四个顶点的坐标。

分析：首先要考虑第四个顶点的各种可能情况：

一是：三点依次在两条邻边上。

二是：其中两点在一条对角线上：这又分为两种情况：

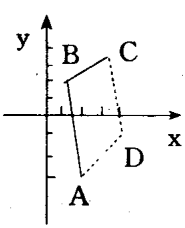


图1－7(1)

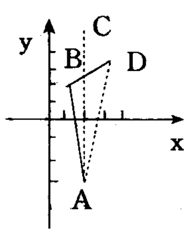


图1－7(2)

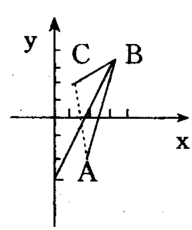


图1－7(3)

然后运用平行四边形对角线相平分代中点坐标公式而求之。

解：(1)若三顶点为 $A(2,-3)$、$B(1,2)$、$C(3,4)$，则 AC 的中点 E 的坐标为：

$$E:\begin{cases} x_E=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2} \\ y_E=\frac{-3+1}{2}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

∴第四个顶点 D 的坐标为：

$$D:\begin{cases} x_D=2x_E-x_B=2\cdot\frac{5}{2}-1=4 \\ y_D=2y_E-y_B=2\cdot\frac{1}{2}-2=-1 \end{cases} \qquad \therefore D(4,-1)$$

(2)若三顶点为：$A(2,-3)$、$B(1,2)$、$D(3,4)$，

则 BD 的中点 F 的坐标为：

$$F:\begin{cases} x_F=\frac{1+3}{2}=2 \\ y_F=\frac{2+4}{2}=3 \end{cases}$$

∴第四个顶点 C 的坐标为：

$$C:\begin{cases} x_C=2x_F-x_A=2\cdot 2-2=2 \\ y_C=2y_F-y_A=2\cdot 3-(-3)=9 \end{cases} \qquad \therefore C(2,9)$$

(3)若三个顶点为 $A(2,-3)$、$B(3,4)$、$C(1,2)$，

则 AC 的中点 G 的坐标为：

$$G:\begin{cases} x_G=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2} \\ y_G=\frac{-3+2}{2}=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

∴第四个顶点 D 的坐标为：

$$D:\begin{cases} x_D=2x_G-x_B=2\cdot\frac{3}{2}-3=0 \\ y_D=2y_G-y_B=2\cdot(-\frac{1}{2})-4=-5 \end{cases} \qquad \therefore D(0,-5)$$

说明：分类讨论是一种重要的数学思想方法。要求：分类要全，不重不漏。本例题远可以用两点距离公式来解。如在(1)中设 $D(x,y)$ 由 $|CD|=|AB|$ 和 $|AD|=|BC|$ 得到一组关于 x,y 的二元二次方程再解之。显然这种解法不如上述解法简洁。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com