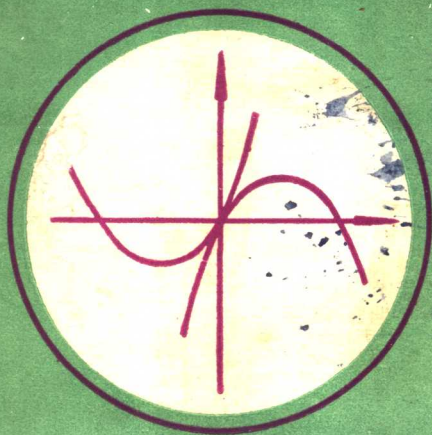


浙江教育出版社



中学生学习之友

数 学

(一)

浙江教育出版社

中学生学习之友

数 学 (一)

徐水法 潘庆平

中学生学习之友

数 学 (一)

徐水法 潘庆平 编

*

浙江教育出版社出版

(杭州武林路125号)

浙江临平印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张5.5 字数110,000

1985年7月第1版

1985年7月第1次印刷

印数: 1—11,000

统一书号: 7346·265

定 价: 0.60 元

出 版 说 明

为了使教育“面向现代化、面向世界、面向未来”，为了配合各科教学改革，使广大初中学生更好地开拓知识、提高技能、发展智力，并且培养自学、组织、写作、演讲、实验和制作等多方面能力，我社编辑出版一套包括数学、物理、化学、生物、地理的课外读物丛书。

这套丛书将能激发学生对学习各门学科的兴趣，开阔他们的视野，它是中学生的良师和益友。

丛书具有以下几个特点：

一、紧密联系初中教材，以期更有利于促进常规教学，提高学习质量，同时介绍与教材有关的科学家故事、课外活动资料、小实验、小制作等内容；

二、形式多样，内容丰富，叙述生动，图文并茂，努力做到思想性、科学性、知识性、趣味性诸方面有机结合；

三、文字短小精悍，多用千字文，适合初中学生在10~15分钟时间内阅读；

四、设有多种栏目，如：学习辅导、科学家故事、知识顾问、小实验或小观察、知识验收、课外俱乐部、应用点滴等；

五、为便于教师在与课本配套使用时查阅，本丛书各科均在最后附有按教学进度编排的“参考目录”。

编辑这套丛书，尚属初次尝试，难免有缺点和错误，希望广大读者提出宝贵的意见和建议。

目 录

学 习 辅 导

(44) 零的怪脾气

(44) 身份特殊

(45) 不做除数

(46) 握手和拥抱

(33) 结构特殊的数

(33) 数字相同的数

(34) 二个互补的数

(53) 近似数决不是“马虎数”

(53) 是不是近似数

(54) 做尾巴文章

(55) 精确度和有效数字

(56) 两类近似计算

(56) 两类问题

(57) 按“指令”办事

(58) 题目里找“指令”

(76) 代数式的分类

(78) 多项式的运算

(78) 竖式加减

(79) 分离系数法

(93) 质数表

(93) 怎样编制质数表

(93) 怎样记忆质数表

(117) 解方程的技巧

(117) 谈“解”

(118) 病例一则

(120) 无解怎么办?

(122) 请你当好“检验官”

(122) “冒牌货”

(124) 解的讨论

(127) 列方程的窍门

(127) 数学谜语

(128) 直接翻译

(130) 间接翻译

(134) 三个好帮手

(134) 图示法

(135) 列表法

(138) 公式法

(144) 不等式的解法

(144) 一道竞赛题

(145) 解和解集

(146) 举一反三

知 识 顾 问

(1) 魔袋

(1) 大闹蟠桃会

(3) 集合的表示

(5) 袋中之袋

(5) 母集与子集

(6) 相等的集合

(7) 古怪的运算

(7) 集合的并

(8) 集合的交

(9) 有趣的对应

(9) 找座位

(10) 一个怪现象

(89) 质数和合数

(89) 吃一堑、长一智

(90) 判定质数

(95) 质数分布规律

(95) 6 倍差 1

(96) 前密后稀

(100) 两种框图

(100) 箭头图

(101) “◇” 和开关

(103) 框图的“画”和“读”

(103) 画框图

(104) 读框图

数 学 漫 谈

(36) 速算天才之谜

(36) 斯塔福德速算

(37) 高斯速算

(39) 零的诞生

(39) 结绳记数

(40) 诞生地在中国

(41) 愚蠢的教皇

(50) 小尾巴，害死人

(50) 王强的难题

(51) 原来如此

(60) “数学符号” 考略

(60) 通用的标准件

(61) 数学符号的首创者

(62) 字母代替数

(62) “天” 和 “x”

(63) 字母表数的优越性

(114) 从算术到代数

(114) 买戏票的启示

(116) 古老的方程

(152) 尚未揭开的谜

(152) 金字塔和数学

(154) 纸草书和传说

(154) 动人的传说

(156) 纸草书的内容

(160) 巴比伦和楔形数字

(160) 泥板的书

(161) 一分等于六十秒

应 用 点 滴

(105) 框图妙用

(105) 程序设计

(109) 智力游戏

(108) 简易方程

(111) 合理安排时间

(111) 初步尝试

(112) 更上一层楼

(141) 数学翘翘板

(141) 王强惊梦

(142) 登山拾趣

(147) 不等式应用

(147) 排衣料

(149) 图解法

考 考 你

(27) 速算比赛

(27) 速算天才

(28) 速算比赛

(29) 揭晓

(29) 小组讲评

(42) 零的涵义

(42) 考考你

(43) 解答

(44) 易犯错误

(65) 绝对值

(65) 请你诊断

(67) 几何意义

(68) 非负性

(69) 选选填填

(69) 题目

(69) 解答

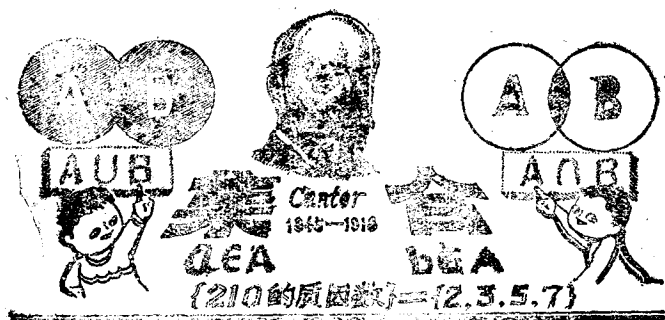
课 外 俱 乐 部

(11) 猜姓

- | | |
|------------------|--------------|
| (11) 小魔术 | (13) 原理与制作 |
| (14) 自己动手 | |
| (16) 学负数 | |
| (16) 相声 | |
| (22) 顾此失彼 | |
| (22) 讨论会 | |
| (25) “+”号与“-”号 | |
| (25) 小争论 | |
| (72) 数表字母 | |
| (72) 英语电报 | (73) 破密码 |
| (74) 编密码的秘密 | (75) 译密码游戏 |
| (81) 代数式求值 | |
| (81) 两道繁题 | (83) 推算星期几 |
| (86) 哥德巴赫猜想 | |
| (86) 数学故事 | |

数学家故事

- (97) 陈景润



集合论是研究近代和现代
数学不可缺少的一个重要方
法。集合概念并不深奥、费
解。

一、魔 袋

大闹蟠桃会

数学书上出现了一个怪新鲜的名词：集合。有人打比方说：集合是一只大魔袋。

大魔袋？谁没见过！大闹天宫的孙悟空从身上拔下一根毫毛，用嘴一吹变出了一个口袋，那就是大魔袋。一盆一盆的蟠桃、一桌一桌的酒菜都往魔袋里钻了，多有趣！

对了！那钻进魔袋中的蟠桃、酒菜，就形成了一个整体——“一袋食品”。

如果用“集合”这词儿来描述，那么“这一袋食品”也可以说成是：由里面的桃呀、酒呀、菜呀组成的一个“集合”。

当然，这个“魔袋”也可用来装别的东西。

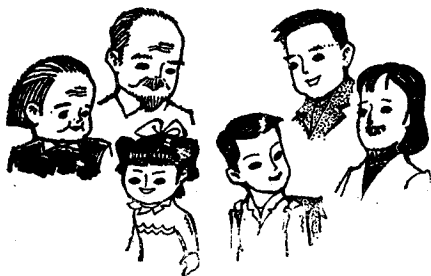
例如，让它变大，把水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星都装进去，那就成了太阳系九大行星的集合。

反之，让它复原，变为一根毫毛，那就什么也装不下了，象这种什么元素也没有的空“口袋”数学上称它为空集。

以上，不过是一个形象的比喻，并不是说一定要把一些东西真的装进“魔袋”里，才算一个集合。我们把集合比作“魔袋”，无非是强调它是“一个整体”。



例如，把王强和他的父亲、母亲、妹妹、爷爷和奶奶六个人看作一个整体，那么也是一个集合——王强的家庭。



类似地，把全体自然数

1, 2, 3, 4, 5, ...

看作一个整体，就是自然数的集合；

把所有的正数看作一个整体，就是正数集合；

把所有的负数看作一个整体，就是负数集合；

.....

德国著名数学家豪斯道夫，曾经这样描述过集合：“把一个一个的事物，合起来看作一个整体便形成一个集合，简称集。”

集合里面的一个一个事物，都叫做这个集合的元素。

例如，地球是太阳系九大行星组成的集合里的元素； -3 是负数集合里的元素；等等。

集合的表示

如何表示“魔袋”里（集合）的所有元素呢？黄老师给同学们介绍了三种集合的表示方法。

i) 图示法。

“图示法”就是在一个集合的所有元素外面画一个圆圈，直观地来表示一个集合。

例如，图(1—1)表示由一个圆、一个正三角形和一个正方形所组成的集合；图(1—2)表示由1、2、3、4、5五个数所组成的集合。象这样，由有限个元素所组成的集合，叫做有限集。



图1—1

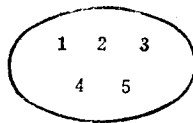


图1—2

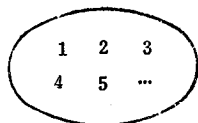


图1—3

又如，图(1—3)表示自然数集。自然数有无限个，后面的省略号“...”表示没有写出的元素。象这样，由无限个元素所组成的集合叫做无限集。

上述表示集合的图叫做韦恩(Venn)图. 是初中代数课本中表示集合的一种常用方法.

ii) 列举法.

“列举法”就是把一个集合的所有元素一一列出. 放在一个大括号“{ }”里来表示这个集合.

例如, 图(1—1)所示的集合可记作

$$\{\triangle, \bigcirc, \square\};$$

图(1—2)所示的集合可记作

$$\{1, 2, 3, 4, 5\};$$

图(1—3)所示的集合可记作

$$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}.$$

列举法是初中代数课本中表示集合的另一种常用方法.

iii) 描述法.

“描述法”就是在大括号“{ }”里用文字或式子描述一个集合的元素的特征来表示这个集合.

例如, 图(1—2)所示的集合可记作

$$\{\text{小于6的正整数}\};$$

图(1—3)所示的集合可记作

$$\{\text{自然数}\}.$$

简易方程 $2x=4$ 的解的集合可记作

$$\{x \mid 2x=4\}.$$

不难看出, 满足 $2x=4$ 的解是 $x=2$. 所以, 该方程的解集也可用列举法记作 $\{2\}$.

为了方便起见, 通常用大写字母 A, B, C, M, N 等表示集合; 用小写字母 a, b, c, x, y 等表示元素.

若 a 是集合 A 的元素, 则说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$

(符号“ $\in$ ”读作“属于”)。例如,

$$5 \in \{\text{自然数}\}; 6 \in \{\text{偶数}\}.$$

若 b 不是集合 A 的元素,则说 b 不属于集合 A ,记作 $b \notin A$ (符号“ $\notin$ ”读作“不属于”)。例如,

$$0 \notin \{\text{自然数}\}; 2 \notin \{\text{合数}\}.$$

【练】 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

- ① 0 _____ $\{\text{偶数}\}$; ② 0 _____ $\{\text{正数}\}$;
③ 2 _____ $\{\text{合数}\}$; ④ 9 _____ $\{\text{27的质因数}\}$;
⑤ 9 _____ $\{\text{27的约数}\}$.

答: ① $\in$; ② $\notin$; ③ $\in$; ④ $\notin$; ⑤ $\in$.

二、袋中之袋

母集与子集

孙悟空为了不让蟠桃与酒菜混在一起,把蟠桃用一个小袋子装起来后再放进魔袋,那就成了“袋中之袋”。

如果把大袋子叫做母集,那么小袋子就是它的子集。它们之间的关系是:母集包含子集。

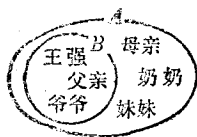


图1-4

例如，我们用 A 表示王强的家庭集合

$$A = \{\text{王强, 父亲, 母亲, 妹妹, 爷爷, 奶奶}\};$$

用 B 表示王强家庭中男人的集合

$$B = \{\text{王强, 父亲, 爷爷}\}.$$

显然，集合 B 的元素都是集合 A 的元素(图1—4).

一般地，两个集合 A 、 B ，如果 B 的所有元素都是 A 的元素，那末 B 叫做 A 的子集. 记作

$$B \subseteq A (\text{或 } A \supseteq B),$$

读作“ B 包含于 A ” (或“ A 包含 B ”)

例如， $\{\text{偶数}\} \subseteq \{\text{整数}\}$; $\{\text{整数}\} \subseteq \{\text{有理数}\}$.

一个元素也没有的“空集”，记作“ ϕ ”，它是任何集合 A 的子集，即 $\phi \subseteq A$.

【练】 用适当的符号 ($\subseteq$, $\supseteq$, $\neq$) 填空:

$$\textcircled{1} \{3, 5\} \underline{\hspace{1cm}} \{1, 3, 5, 7\}; \quad \textcircled{2} \{1, 2\} \underline{\hspace{1cm}} \{1, 3, 4\};$$

$$\textcircled{3} \{\text{质数}\} \underline{\hspace{1cm}} \{\text{自然数}\}; \quad \textcircled{4} \{0\} \underline{\hspace{1cm}} \phi.$$

答: $\textcircled{1} \subseteq$; $\textcircled{2} \neq$; $\textcircled{3} \subseteq$; $\textcircled{4} \supseteq$.

相等的集合

不难知道， $\{\text{小于6的正整数}\}$ 的元素是 1, 2, 3, 4, 5. 所以，

$$\{\text{小于6的正整数}\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

反之， $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的元素都是小于6的正整数. 所以，

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \subseteq \{\text{小于6的正整数}\}.$$

一般地，对于两个集合 A 、 B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，那末就说集合 A 和 B 相等. 记作

$$A = B,$$

读作“集合 A 等于集合 B ”. 于是，

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{\text{小于6的正整数}\};$$

$$\{210 \text{ 的质因数}\} = \{2, 3, 5, 7\};$$

$$\{x \mid 2x=4\} = \{2\};$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 4, 5, 3, 2\}.$$

最后一个等式说明，集合与元素的排列顺序无关。

【练】 把下列集合改用列举法表示：

$$\text{①}\{\text{大于1小于9的偶数}\} = \{ \quad \};$$

$$\text{②}\{x \mid x \text{ 为平方等于4的数}\} = \{ \quad \};$$

$$\text{③}\{x \mid x \text{ 为15的约数}\} = \{ \quad \};$$

$$\text{④}\{x \mid x \text{ 为300的质因数}\} = \{ \quad \}.$$

答：① $\{2, 4, 6, 8\}$ ； ② $\{-2, 2\}$ ；

③ $\{1, 3, 5, 15\}$ ； ④ $\{2, 3, 5\}$ 。

三、古怪的运算

集合的并

我们知道，2只猫和3条狗是两种不同的动物，不能用普通的加法进行运算。

但是，如果把2只猫看作一个集合，3条狗看作另一个集合，那么这两个集合之间可以进行各种集合运算了。

例如，把猫和狗合并关在同一个房间里，这就形成了一个新的集合——2只猫和3条狗的集合，通常我们把这个新集，叫做原来两个集合的“并集”。相应的合并过程就是“并”运算。

一般地，由集合A与B的全部元素合并起来所组成的新集合M，叫做A与B的并集。可以记作

$$A \cup B = M,$$

符号“ $\cup$ ”读作“并”。

$$\{\text{正偶数}\} \cup \{\text{正奇数}\} = \{\text{自然数}\}.$$

例1 已知 $A = \{a, b, d\}$, $B = \{b, c\}$. 求 $A \cup B$.

解: 求 $A \cup B$ 只要把两个集合的所有元素抄在一起, 但重复的元素(如 b) 只抄一次.

$$A \cup B = \{a, b, d\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c, d\}.$$

也可用韦恩图表示(见图1—5).

例2 已知 $A = \{1\}$; $B = \{\text{合数}\}$; $C = \{\text{质数}\}$.

求 $A \cup B \cup C$.

解: $A \cup B \cup C = \{1\} \cup \{\text{合数}\} \cup \{\text{质数}\} = \{\text{自然数}\}.$

12的约数的集合 A 为 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$; 18的约数的集合 B 为 $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. 12与18的公约数的集合为 $\{1, 2, 3, 6\}$, 可用韦恩图表示为图(1—6).

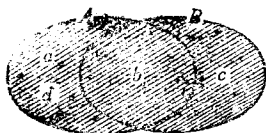


图1—5



图1—6

集合的交

一般地, 由集合 A 与 B 的所有公共元素组成的新集合 M , 叫做 A 与 B 的交集. 可以记作

$$A \cap B = M.$$

符号“ $\cap$ ”读作“交”. 于是,

$$\begin{aligned} & \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \cap \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ &= \{1, 2, 3, 6\}. \end{aligned}$$

12与18的公约数集合由4个元素组成. 其中, 最大的元