


工科力学课程教学基地系列教材

■ 彭俊生 罗永坤 编著

结构概念分析 与 SAP 2000应用

JIEGOU GAINIAN FENXI
YU SAP2000 YINGYONG

SAP 2000

 西南交通大学出版社
swjup [Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

工科力学课程教学基地系列教材

结构概念分析与 SAP 2000 应用

彭俊生 罗永坤 编著



西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 简 介

本书是一本将结构概念分析与计算机软件应用相结合的复合型教材。全书共分四个部分：第一部分为结构分析计算方法的基本理论——矩阵位移法；第二部分为通用结构分析软件——SAP 2000 程序使用；第三部分为专业技术——结构工程、桥梁工程中各类结构分析模型和算例；第四部分为如何选取实际工程的计算模型的讨论。

本书特点在于：一是将结构的受力分析方法提高到了一个新的层面——概念分析，它可以帮助人们分清主次，抓住关键；二是将结构概念分析与计算机实践相结合，借助计算机对各种类型结构进行变形、内力的计算，通过这些计算结果的分析与展现，使读者真正了解各类结构的特性，而后将其应用到工程结构的设计中。笔者希望通过本书的学习，在培养结构概念设计师、结构设计师时起到应有的作用。

本书适合土木、水利、机械工程专业高年级学生和研究生学习以及结构工程师们使用。

图书在版编目 (C I P) 数据

结构概念分析与 SAP 2000 应用 / 彭俊生, 罗永坤编著. — 成都: 西南交通大学出版社, 2005.10
(工科力学课程教学基地系列教材)
ISBN 7-81104-132-4

I. 结... II. ①彭...②罗... III. 有限元法-应用-结构分析 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 081538 号

工科力学课程教学基地系列教材
结构概念分析与 SAP 2000 应用

彭俊生 罗永坤 编著

*

责任编辑 秦薇 张波

责任校对 韩松云

封面设计 肖勤

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

E-mail: cbsxx@swjtu.edu.cn

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 18.5

字数: 462 千字 印数: 1—3 000 册

2005 年 10 月第 1 版 2005 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 7-81104-132-4/O · 014

定价: 29.50 元

(附赠光盘 1 张)

图书如有印装问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本教材是土木工程本科生“结构力学Ⅲ”和研究生“高等结构的计算机方法”课程所用的系列教材之一，是在本科“结构力学Ⅰ、Ⅱ”与“结构分析程序设计”的基础上对内容进行的总结与深化，并将狭义结构力学层面向广义结构力学和现代结构力学层面进行拓展。

所谓结构概念分析，是在对基础力学课程中所学内容的共同特点进行抽象、概括与总结的基础上，着重从概念上分析各类结构的构造和受力特点，而后借助计算机对各种类型结构进行变形、内力的计算，通过这些计算结果的分析与展现，使读者真正了解各类结构的特性，最后将其应用到工程结构的设计中，这正是本书写作的目的之一。

概念分析可帮助人们分清主次，抓住关键。例如本书中对高层建筑结构的分析，就是通过从受力特点和概念上将这类结构等效为一根传递竖向荷载到地面的柱，又是一个传递水平荷载的悬臂梁来理解。因此，平面布置形式（即该悬臂梁的截面选择）和竖向刚度的变化，其实质就是如何提高这类结构的抗侧力的刚度和竖向承载能力的问题。这种形象的类比，很自然地将 $P-\Delta$ 效应引入到高层建筑结构中，因此对这类结构的分析不仅仅只需弹性分析，还需进行几何非线性的分析。

又比如对桥梁结构的分析，从概念和桥梁结构的定义来看，桥梁是一种跨越障碍具有承载能力的架空建筑物。因此，简支梁是各类桥梁的原型。桥梁设计的第一步就是为满足功能、强度和刚度的要求，采用了各种理想的断面形式，这一点与高层建筑平面布置的目的相同。进而为了跨越更大的河流、山谷，在简支梁的基础上又向连续梁发展，再将连续梁的中间桥墩换成了吊索，最终产生了悬吊结构体系。根据简支梁弯矩与跨度的平方成正比的原理，为了减短跨度和利用组合结构的概念，于是就形成了悬索桥和斜拉桥的结构体系。斜拉桥与高层建筑结构，都类似于一根同时受横向荷载和轴向压力的悬臂梁的受力特点。如果在高层建筑结构中能够巧妙地应用斜拉索的作用，那么高层建筑结构的高度也可和斜拉桥的跨度比美。

概念分析更为重要的是，在进行工程设计和处理工程实际问题时，需要设计人员对结构的合理形式以及相应的结构变形和内力等具有总体的概念和定性分析的能力，还需具有对工程中发生的现象、所得的数据和计算结果能够做出迅速、科学判断的能力，这就是所谓的概念设计和概念分析理念。

定性和定量是相辅相成的两个方面，许多解题方法和简化算法就是以反映结构性态本质的定性知识为基础的。许多定性概念往往是在多次定量计算中重复出现后才被总结发现出来，这就要借助计算机高速运算的功能来完成，也就是说，概念分析（也称定性分析）与计算机应用，是“理论—实践—而后形成规律”的过程，是从假说或猜想中产生再经过实验或理论推演以证明其正确与否的过程。

同时，数值方法的弱点是就事论事，且计算机程序对应用者而言具有黑箱效应，所以工

程师要善于对结构的性态作概念分析和近似估算,以便对计算机提供的数值成果的可靠性给出应有的评价。由此可知,结构概念性分析与计算机方法是现代结构力学中两个密不可分的方面。

本书具有两方面突出的特点:

1. 将结构的受力分析方法提高到了一个新的层面——概念分析。

2. 结构概念分析与计算机实践相结合,把工程项目从论证到设计、从施工到使用期内维护的整个过程作为一个大系统,研究大系统中各种各样的力学问题。并与工程理论相结合,使其研究对象的范围更广泛。

本书内容如下:

第 1 章结构分析的计算机方法和第 2 章杆系结构的矩阵位移法是应用计算机对结构分析的理论基础。介绍了杆系结构、板壳和实体结构结点自由度,用直观方法讲述有限元法的基本概念,并推导有关公式,以便读者对有限元方法建立起初步的力学概念。

第 3 章至第 5 章,介绍 SAP 2000 结构分析计算机程序的功能、单元库、结构分析模型和 SAP 2000 图形用户界面。

第 6 章至第 9 章,介绍梁式结构、框架(即刚架)结构、桁架结构和拱式结构的受力与变形的基本特点,并给出了 SAP 2000 各个计算步骤、计算结果校核方法以及一些计算问题的处理技巧。

第 10 章,高层建筑转换层结构的静力分析。介绍了高层建筑及受力特点、转换层结构的计算、结构施工阶段的模拟、考虑杆件剪切变形影响的计算、错列墙梁和桁架结构体系的计算。

第 11 章,移动荷载作用下的结构分析。介绍了影响线的基本概念及其应用, SAP 2000 计算影响线的步骤,各类结构影响线算例。在影响线的应用部分,主要介绍了超静定结构的最不利荷载位置的确定和相应位置的量值的计算、包络图的绘制、绝对最大弯矩的确定和多步静力分析的方法。

第 12 章,预应力结构的分析。预应力是以改善结构的受力状态为目的的一种荷载。介绍了施加预应力的主要方法、预应力损失计算与预应力结构设计步骤以及 SAP 2000 在预应力结构中的应用和算例。

第 13 章,桥梁结构的静力分析。介绍了桥梁结构的特点、桥梁常用的计算模型、SAP 2000 桥梁模型的建立步骤、三跨箱形预应力连续梁在“中—活载”作用下计算的全过程。

第 14 章,结构的塑性与结构破坏过程的分析。介绍了结构设计的极限荷载法, $P-\Delta$ 效应和几何非线性分析、SAP 2000 塑性分析、梁和框架结构的塑性分析、结构破坏过程的 Pushover 分析。

第 15 章,计算模型及构造性能。介绍了结构计算模型、结构计算模型示例、桥梁上部结构的构造性能、高层结构的构造性能。

第 16 章,结构分析课程设计。在本章给出两类题目:第一类题是给出所需的结构分析的参数和分析模型,学生应用 SAP 2000 完成计算模型的建立、计算分析,给出结构的变形图、弯矩图、剪力图和轴力图,并对计算结果通过概念分析验证其正确性。第二类题目为结构创新思考题,它只给出示意的图例和一些提示,其余部分由学生自己去发挥。

本书在内容和选材上是一次新的尝试,限于时间、条件和水平,书中难免有不当与不足

之处，诚恳同行与读者不吝赐教。

本书在编写过程中，得到了本教研室同行的支持，研究生曹裕阳等参与了文本的整理工作，在这里对他（她）们表示衷心感谢。同时也感谢北京金土木软件技术有限公司授权本书可随书搭配 SAP 2000 教学光盘 1 张。

彭德生

2005 年 7 月

目 录

1 结构分析的计算机方法	1
1.1 结构分析与任务	1
1.2 矩阵位移法与有限单元法	1
1.3 有限单元法的基本过程	2
1.4 有限单元方法示例	4
1.5 结构类型和结点自由度	7
2 杆系结构的矩阵位移法	13
2.1 整体坐标系与局部坐标系	13
2.2 平面刚架的单元刚度矩阵	14
2.3 单元杆端自由度释放	18
2.4 空间刚架单元刚度方程	20
2.5 坐标变换	23
2.6 整体分析	25
2.7 荷载列阵的形成	29
2.8 约束处理	30
2.9 单元杆端力计算	30
2.10 矩阵位移法计算步骤	31
2.11 算例	31
2.12 结点自由度与定位向量在 SAP 2000 中的应用	36
3 SAP 2000 的功能及单元库	43
3.1 概述	43
3.2 SAP 2000 坐标系	44
3.3 对象与单元	45
3.4 框架单元	46
3.5 板壳单元	50
3.6 平面单元	56
3.7 轴对称实体单元	57
3.8 实体单元	59
3.9 弹簧单元	60
3.10 连接/支座单元	61

4	SAP 2000 结构分析模型	68
4.1	结构分析类型	68
4.2	计算模型的单位	69
4.3	属性与组的概念	69
4.4	荷载工况与荷载组合	70
4.5	SAP 2000 前处理——模板的使用	72
4.6	二维杆系结构模型的建立	73
4.7	三维杆系结构模型的建立	75
4.8	壳体结构的模型建立	77
4.9	楼梯结构的模型建立	78
4.10	桥梁结构和实体结构模型的建立	79
5	SAP 2000 图形用户界面	82
5.1	概述	82
5.2	菜单介绍	84
5.3	键盘命令和特殊功能	93
5.4	框架截面数据库文件使用	95
6	梁式结构的静力分析	99
6.1	静力分析简介	99
6.2	SAP 2000 结构静力分析的步骤	100
6.3	梁式结构的基本特点	100
6.4	梁式结构操作示例	103
6.5	计算结果的校核	112
6.6	结构设计中对内力的处理方法	113
6.7	变截面梁的算例	115
7	框架结构的静力分析	117
7.1	框架结构的基本特点	117
7.2	单跨刚架的算例	118
7.3	结构计算中刚度属性的修改	123
7.4	壁式框架的计算	125
7.5	框架—剪力墙结构的分析	129
7.6	不同斜撑框架的计算	134
8	桁架结构的静力分析	136
8.1	桁架结构的基本特点	136
8.2	静定桁架的内力分析	137
8.3	超静定桁架的内力分析	140
8.4	拉力与压力的限制	142
8.5	组合结构的计算	143

9 拱式结构的静力分析	145
9.1 拱式结构的基本特点	145
9.2 单跨拱式结构的计算	148
9.3 连拱结构的计算	150
9.4 组合结构的计算	151
10 高层建筑转换层结构的静力分析	154
10.1 概述	154
10.2 结构施工阶段的模拟	156
10.3 考虑杆件剪切变形影响的计算	161
10.4 按梁柱构件实际连接的计算	162
10.5 考虑支撑的布置和拆除计算	164
10.6 错列墙梁结构体系的计算	165
10.7 错列桁架结构体系的计算	166
11 移动荷载作用下的结构分析	169
11.1 概述	169
11.2 桥梁在移动荷载作用的计算	170
11.3 梁式结构的影响线	175
11.4 桁架结构的影响线	180
11.5 斜腿及 T 形刚构的影响线	183
11.6 影响线的应用	184
12 预应力结构的分析	190
12.1 预应力概念	190
12.2 施加预应力的主要方法	190
12.3 预应力损失计算与设计步骤	194
12.4 SAP 2000 在预应力结构中的应用	196
12.5 梁式结构预应力算例	200
13 桥梁结构的静力分析	203
13.1 概述	203
13.2 桥梁常用的计算模型简介	206
13.3 SAP 2000 桥梁模型的建立	208
13.4 三跨箱形预应力连续梁算例	210
14 结构的塑性与结构破坏过程的分析	226
14.1 概述	226
14.2 SAP 2000 塑性分析	229
14.3 梁式结构的塑性分析	233
14.4 框架结构的塑性分析	245

14.5 结构破坏过程的 Pushover 分析	246
14.6 非线性分析示例	248
15 计算模型及构造性能	250
15.1 结构计算模型	250
15.2 结构计算模型示例	253
15.3 桥梁上部结构的构造性能	259
15.4 高层建筑的构造性能	262
16 结构分析课程设计	268
16.1 概述	268
16.2 课程设计分析题目	268
16.3 工程结构设计思考题目	281
参考文献	286

1 结构分析的计算机方法

1.1 结构分析与任务

结构 工程中的房屋、塔架、桥梁、隧道、挡土墙、水坝等用以担负预定的功能、支承荷载的建筑物，都可称为结构。

结构分析 一般是指结构在荷载和其他因素的作用下以及结构本身属性（刚度、质量）改变时，结构的反应和设计分析的过程。结构分析有以下两方面目的：

① 了解结构在已知荷载、温度改变、地基沉降以及其他因素的影响下，结构的内力（弯矩、剪力、轴力）和应力状态是否满足强度要求；同时还需检验它是否满足刚度要求，即位移（或变形）的计算。

② 通过对结构进行分析，还可以获知设计的结果是否与设计意图（即设计要求）相符。附加的也是十分重要的一项是，通过对分析结果的研究，可以了解并掌握各项设计参数对结构响应（如位移、应力、固有频率等）的影响和敏感程度，从而使设计者能在以后的设计中提高主动调节各种参数以有效达到预期设计目标的能力。

结构分析的计算机方法 以经典位移法、弹性理论作为理论基础，以矩阵这一数学工具进行推演，用计算机程序作数值解算，并用计算机解决结构受力、变形等计算的方法。

由于计算机的出现，现代结构分析的研究层次已从被动分析发展到主动优化设计，从而进入结构状态控制，即进行结构特征识别，设计方案优化，施工使用中工作状态与结构参数的调整控制等。通常这类问题是非线性的，而且计算量非常大。只有借助于计算机和更新的解法才能解决，这就是学习结构分析的计算机方法的目的。

1.2 矩阵位移法与有限单元法

为了利用计算机这一有力的计算工具进行结构的内力、位移的计算，首先对杆系结构采用矩阵位移法，接着又将杆系结构矩阵位移法推广应用于连续介质，把连续介质离散化为有限个单元的组合体进行分析，称为有限单元法。连续介质的有限单元法和杆系结构矩阵分析方法的基本概念是相同的，即把一个结构看成是有限个单元的组合，这些单元在有限个结点上联结起来，以结点位移作基本未知数。二者的区别仅仅在于，对于杆系结构，可直接把原来的杆、梁、柱等构件作为单元，而对于连续介质，不存在杆系结构这样的自然单元，必须

把原来的连续介质人为地划分为有限个块体，以这些块体作为单元。从广义上讲，杆系结构矩阵位移法包括在有限单元法中。更为重要的是，杆系结构的矩阵分析方法比较形象和直观地说明有限单元法的概念，是学习连续介质有限单元法的基础。

矩阵位移法 也称结构的矩阵分析方法，是以结构力学中的位移法为基础，以矩阵这一数学工具进行推演，用计算机程序作数值解算（如结构内力、位移、频率、振型等计算）。因此，矩阵位移法是利用计算机进行结构受力分析的桥梁。

有限单元法 也称有限元法，是以弹性理论为基础，用矩阵这一数学工具进行推演，用计算机程序作数值解算（如结构应力、变形、频率、振型等计算）。是求解各领域数理方程的一种通用的近似计算方法。

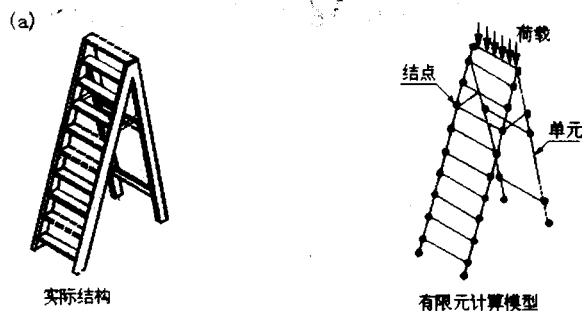
现有的结构分析计算机程序，如 SAP 2000, ANSYS, ADINA, ABAQUS 等，其计算过程（或步骤）都是基于矩阵位移法和有限单元法编制的。因此，学习矩阵位移法和有限单元法是为了更好地使用这些程序。对于一个实际结构的受力分析，首先建立相应的计算简图，其次需要知道应输入的数据，还需对输出计算结果做正确性的判断，还有如何修改有关参数以期得到一个合理的受力状态满足结构设计要求等，所有这些过程都需要具备一定的基础理论和实际操作计算机的能力。可见，计算机应用是一个多学科知识的综合能力的体现。

1.3 有限单元法的基本过程

1. 结构离散化（即网格划分）

结构的离散化是进行有限单元法分析的第一步。数学上，把无限自由度处理成有限自由度的过程称为“离散化”。有限单元法中的结构离散化过程，是当结构计算简图确定后，按有限单元法的定义将计算简图分成有限个小块体，这些块体我们称为单元，如图 1.1 (a)、(b) 所示。各单元的交点称为结点，单元之间仅在结点处相连，并以这些结点的位移作为基本未知量。有限单元法的整个过程就是针对这种单元的组合体进行的，以联立方程组的形式求出结点位移，也即求出了整个结构的变形与位移。

对于杆件结构体系来说，一般是将每一个自然杆件划分为一个单元，用杆的轴线代表。而对于板壳和实体结构，根据需要人为地划分为三角形、四边形或其他形式单元等，如图 1.1



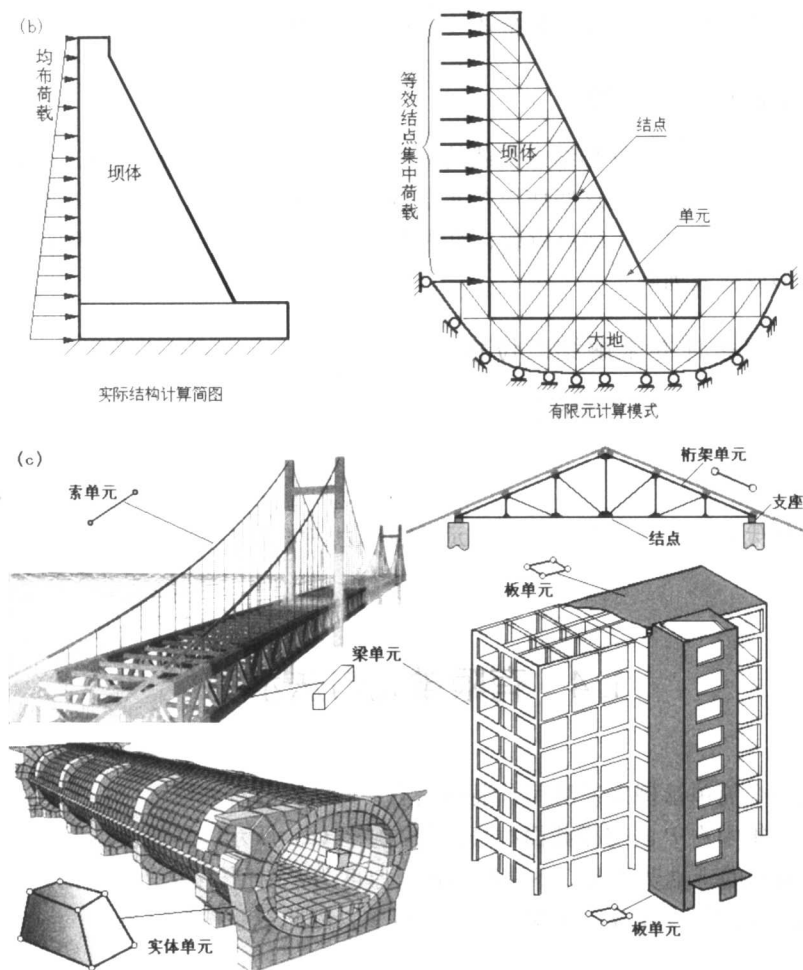


图 1.1 结构的离散化和单元形式

(c) 所示。一般来说，网格分得愈细，计算结果的误差愈小，但所需要的计算时间就愈长。在进行线性分析时，计算时间并不是一个关键性问题；但对于非线性分析，如塑性力学分析，时间将是一个很重要的问题。因此，网格不宜无限制细分。

2. 单元分析

所谓的单元分析是指：在要研究的结构中取出一个具有代表性的单元，称为典型的单元。应用静力学方法、能量法（虚功法）建立单元杆端力与杆端位移的关系式。对于连续体，是在较小的范围内建立典型单元的结点力和结点位移之间的关系式。这个力与位移的表达式，称为单元刚度方程。从单元刚度方程中得到力与位移的变换关系矩阵，这个关系矩阵称为单元刚度矩阵，这就是单元分析的目的。

3. 整体分析

整体分析的任务，就是在单元分析的基础上，考虑各结点的几何条件和平衡条件，以建

立求解结点位移的典型方程，在矩阵位移法中称为整体刚度方程。

4. 等效结点荷载的计算

整体刚度方程是结点位移和结点荷载的关系表达式，而在实际结构中，荷载并不一定都作用在结点上。因此，必须把这些作用在非结点上的荷载，根据静力等效的原则全部移置到结点上，移置后的力称为等效结点荷载，如图 1.1 (a)、(b) 所示，而后按单元集成结构刚度矩阵的方法，形成荷载列阵。

5. 引入约束条件并求解结点位移

引入约束条件（即消除结构的刚体位移），求解典型方程，得各未知结点位移。

6. 求单元杆端力

将结点位移代入单元刚度方程，得单元杆端内力。

1.4 有限单元方法示例

下面通过一个简单示例来说明用有限单元法分析结构的有关过程。

考虑受有一集中力 P 的变横截面拉杆，如图 1.2 (a) 所示。杆的一端固定，另一端承受荷载 P 。变截面杆的上端宽为 b_1 ，下端宽为 b_2 ，厚度为 t ，杆长度为 L ，杆的弹性模量为 E 。在以下分析中，我们假设荷载比杆的自重大得多，因此忽略杆的自重。

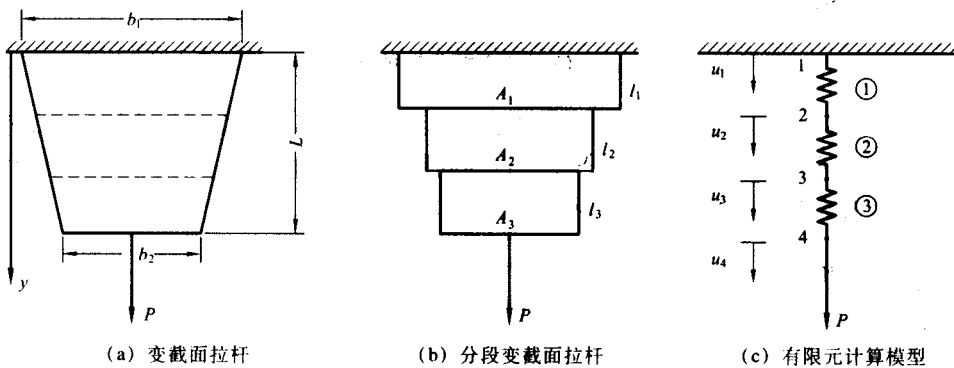


图 1.2 计算简图及有限元计算模型的概念

1. 计算模型的确定

从实际结构到有限元计算模型的过程中，需作一些计算上的简化。为了计算简便，将变截面拉杆简化为分 3 段等截面拉杆。每段的横截面面积用平均值来表示，如图 1.2 (b) 所示。因为各杆仅受拉，故计算模型用 3 个等效弹簧来表示杆件的受力，单元记为①，②，③；结点用 1, 2, 3, 4 表示，如图 1.2 (c) 所示。

2. 单元分析

取一个典型单元(弹簧)分析,建立单元两端力与位移的关系式。设弹簧的刚度为 k (产生单位线位移时,所需施加的力,称为刚度系数。在这里, $k = EA/l$),每个弹簧有两个结点,记为 i, j ;每个结点仅有一个线位移未知量,记为 u_i, u_j ,相应的力为 F_i, F_j ,如图1.3(a)所示。由结点 i, j 的平衡条件,可建立两个平衡方程,即

$$\begin{aligned} F_i &= k(u_i - u_j) \\ F_j &= k(u_j - u_i) \end{aligned} \quad (1.1)$$

将式(1.1)写成矩阵形式,即

$$\begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (1.2)$$

上式为拉杆单元的刚度方程,也即杆端力与杆端位移的关系式。若已知杆端位移 u_i, u_j ,则可求得杆端力 F_i, F_j 。

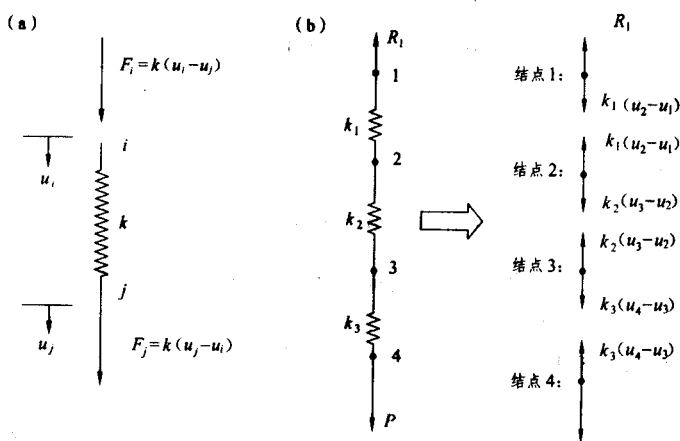


图 1.3 结点平衡方程的建立

3. 整体分析

由图 1.3 (b) 各结点的静力条件,可写出如下 4 个方程:

$$\left. \begin{aligned} \text{结点 1: } R_1 - k_1(u_2 - u_1) &= 0 \\ \text{结点 2: } k_1(u_2 - u_1) - k_2(u_3 - u_2) &= 0 \\ \text{结点 3: } k_2(u_3 - u_2) - k_3(u_4 - u_3) &= 0 \\ \text{结点 4: } k_3(u_4 - u_3) - P &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

将方程组(1.3)写成矩阵表达式,则有

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

4. 引入边界条件并求解方程

杆的顶端是固定的，即已知 $u_1 = 0$ ，荷载 P 是给定值，由此可知只需求解结点 u_2, u_3, u_4 ，为此将方程 (1.4) 改写为如下形式：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix} \quad (1.5)$$

为了求得结点位移，设 $E = 2.0 \times 10^8$ kPa (钢)， $b_1 = 0.06$ m， $b_2 = 0.03$ m， $t = 0.02$ m， $L = 0.3$ m， $P = 100$ kN。有关参数计算如表 1.1 所示。

表 1.1 参数计算

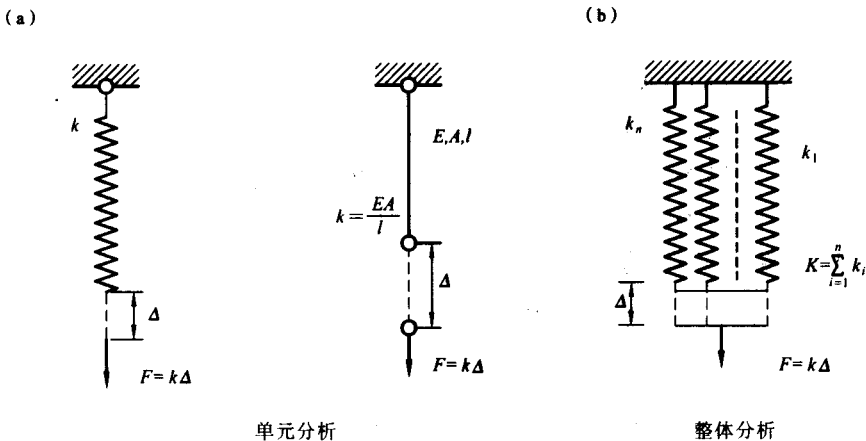
单元	结 点	平均横截面面积 (m ²)	长度 (m)	弹性模量 (kN/m ²)	单元刚度系数 (kN/m)
1	$i = 1, j = 2$	1.1×10^{-3}	0.1	2.0×10^8	2.2×10^6
2	$i = 2, j = 3$	9×10^{-4}	0.1	2.0×10^8	1.8×10^6
3	$i = 3, j = 4$	7×10^{-4}	0.1	2.0×10^8	1.4×10^6

解得各结点位移为

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 45.45 \times 10^{-6} \text{ m}, \quad u_3 = 101.01 \times 10^{-6} \text{ m}, \quad u_4 = 172.44 \times 10^{-6} \text{ m}$$

将结点位移代入式 (1.1) 得各弹簧两端拉力，由此可求得原杆件的截面应力。

通过上面的示例可知，用有限元法分析结构的过程是：把一个结构看成是由有限个单元通过结点集合起来的整体，利用结点平衡条件求结点位移，然后由结点位移求各单元内力。整个解题要点为：一是单元分析，见图 1.4 (a)，二是整体分析，见图 1.4 (b)。如果还存在斜向弹簧，见图 1.4 (c)，在整体分析中还需将斜向弹簧的刚度进行分解后，将竖向分量刚度叠加在总刚中，即 $K = k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} + k_n \times \cos \alpha$ 。当求得结点位移后，则第 n 个弹簧所受的拉力的计算如图 1.4 (d) 所示。在有限元法分析中，这种力、位移向量的分解，称为坐标变换。



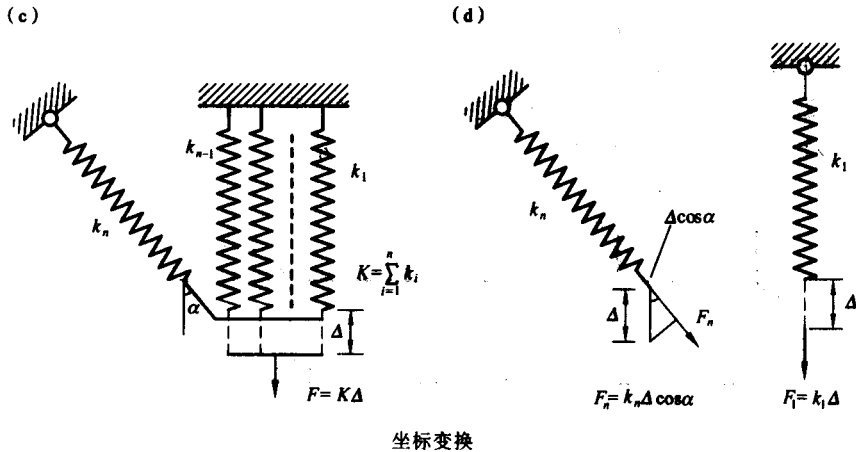


图 1.4 单元分析与整体分析的概念

杆系结构与连续体在有限元方法分析中，有两点不同：

➤ 单元刚度矩阵的推导与表达形式。杆系结构的单元刚度方程是以结构力学的位移法为基础建立的（所以又称为直接刚度法）；而连续体的单元方程是以弹性力学为基础建立的，至于整体分析二者完全一样。

➤ 连续体在平面问题、空间的实体分析中，不需坐标变换，但在空间的板、壳分析中还是要用到坐标变换概念。

1.5 结构类型和结点自由度

在结构分析中，结构的分类实际上是指对结构计算简图的分类。

按照几何特征，结构可分为三个大类，即杆系结构、板壳结构和实体结构。杆系结构是由长度远大于其他两个尺度（截面的高度和宽度）的杆件组成的结构。板壳结构是其厚度远小于其他两个尺度即长度和宽度的结构。实体结构则三个方向的尺度相近。

按照杆轴线和外力的空间位置，结构又可分为平面结构和空间结构。

在有限单元法中，是以结点位移作为基本未知量，称为结点自由度。下面对杆系结构、板壳结构以及实体结构的计算简图及结点自由度作简单介绍。

1. 杆系结构

杆系结构可分为连续梁、平面桁架、平面刚架、交叉梁系、空间桁架和空间刚架等 6 种基本类型。对其中任何一种类型，有限元法的分析求解过程都是相同的，程序结构也是相同的，区别仅在于单元刚度矩阵。

(1) 连续梁

连续梁由直杆和若干支座与地基相连而构成，如图 1.5 所示。所有荷载均作用于 xOy 平面内。在横向荷载作用下，各截面只有弯矩和剪力。