

小学生奥数



相傳古
洛代
河
洪發
水時浮出

一只大龟，龟壳上由3行3列分

成正点，的上块每且，块大九成
好凑成从1至9的数字，它们

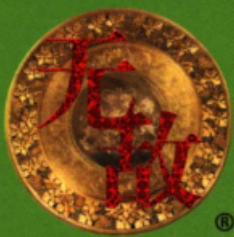
加着斜、着竖、着横
结果都是15，数学上把
等的和叫做“幻方”。



年级

● 资深教师根据奥数数学竞赛特别编写，视角独特，讲解详细。

● 首创全彩色奥数数学，另精心配编练习专用，供读者同步训练，完备实力。



小学生奥数



学习兴致更高

贴心的版面设计，愉悦的讲解方法，使学习成为一种轻松的享受，学来自然兴致不减。



领悟问题更快

紧系生活的论述，触类旁通的指引，让学习成为一种身边的生活，学来自然生动新鲜。



思考问题更深

细致入微的讲解，独辟蹊径的视角，让学习拥有一种探险的快乐，学来自然趣味盎然。



竞赛水平更强

同步奥校的学习，历届真题的演练，变学习成为一种挑战的机遇，学来自然动力无限。

ISBN 7-119-03941-5



9 787119 039411 >

定价：20.00元

图书在版编目(CIP)数据

小学生奥数.三年级/金宝铮著. —北京:外文出版社,2005

(无敌资优奥数系列)

ISBN 7-119-03941-5

I.小... II.金... III.数学课-小学-教学参考资料 IV.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 018128 号



无敌资优奥数系列

无敌小学生奥数·三年级

2006 年 1 月第 1 版

2006 年 1 月第 1 版第 1 刷

●出版:外文出版社·北京市西城区百万庄大街 24 号·邮编 100037 ●经销:各地新华书店/外文书店

●印刷:北京市京津彩印有限公司 ●印次:2006 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

●开本:1/16, 787×1092mm, 8 印张 ●书号:ISBN 7-119-03941-5 ●定价:20.00 元

总监制 ●王华荣

创意制作 ●浩远文化公司

总审订 ●金宝铮

撰稿 ●王 爽 赵升初 张绍武

黄 静 朱晓琳 冯志华

李 燕

总编辑 ●吴楷鋈

编政管理 ●陈文玮

责任编辑 ●齐海文 王冬军

文字编辑 ●聂翔宇

美术编辑 ●郑智军

插图 ●finger 工作室 刘向伟

行销企划 ●北京光海文化用品有限公司

北京市海淀区车公庄西路乙 19 号北塔六层

邮编:100044

集团电话 ●(010)88018838(总机)

发行部 ●(010)88018956(专线)

订购传真 ●(010)88018952

汇款地址 ●北京市海淀区车公庄西路乙 19 号北塔六层

邮编:100044 收款人:光海公司

E-mail ●service@super-wudi.com

读者服务 ●(010)88018838 转 53,54(分机)

选题征集 ●(010)88018958(专线)

网址 ●http://www.super-wudi.com

■ 2006 年 1 月(外文社)第 1 版 ■ 2006 年 1 月第 1 次印刷

“无敌”商标专用权经国家工商行政管理局核准,由北京光海文化用品有限公司享有

本书图文与版型设计非经书面授权不得使用;版权所有,侵权必究

法律顾问:中伦文德律师事务所 沈恒德律师、符霜叶律师

小学生奥数



3

年级

使用说明

本书结构编辑特色

本书主要内容,大致分成三大结构,环环相扣!



1. 每节的开始:由老师告诉你全节知识的重点。
2. 每节的核心:由精选的例题构成,通过细致解题,及时指导、说明,贴心启发小朋友们的解题思路。
3. 每节的最后:收录了丰富的经典题目,进行实题演练,对应对实战大为有益。

■ 指导

贴切辅导解析各种题型,由基础开始步步锻炼数学能力,引导构造数学框架。

的竖列三个数之和,以及所在的对角线三个数之和,这时应该除了*号被重复减去了三遍之外,其余只剩下13和19。这时我们就应该利用到幻方的性质了,根据幻方的定义,在幻方当中每一横行、每一竖列以及每一条对角线上的三个数之和都应该是相等的,且幻方中所有九个数之和应该是每条直线上三个数之和的3倍。因此,开始时在

正好等于*号被多减的两遍。

所以有*号处的数就应该是 $13+19$ 的一半,即 $*=16$ 。



指导

这道题给的已知条件少,但是不要慌张,因题目毕竟给了一个三阶幻方,而幻方中的奇妙性质是非常多的,充分利用这种奇妙性质,解题应相当轻松。

■ 注意

针对解题步骤和具体细节,随时给予提醒与帮助,深入讲解其根源,及时拉你远离雷区,顺利达标!

10

$$A_n^m = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-m+1);$$

$$C_n^m = (A_n^m) \div (A_n^1) = [n \times (n-1) \times \cdots \times (n-m+1)] \div [m \times (m-1) \times \cdots \times 1];$$

$$\text{求: } C_6^1, C_6^2, C_6^3, C_6^4, C_6^5, C_6^6.$$

解

$$C_6^1 = (A_6^1) \div (A_6^1) = 6 \div 1 = 6;$$

$$C_6^2 = (A_6^2) \div (A_6^1) = (6 \times 5) \div (2 \times 1) = 15;$$

$$C_6^3 = (A_6^3) \div (A_6^1) = (6 \times 5 \times 4) \div (3 \times 2 \times 1) = 20;$$

$$C_6^4 = (A_6^4) \div (A_6^1) = (6 \times 5 \times 4 \times 3) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 15;$$

$$C_6^5 = (A_6^5) \div (A_6^1) = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2) \div (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 6;$$

$$C_6^6 = (A_6^6) \div (A_6^1) = 1.$$



注意

仔细观察本题中几个结果,可以发现 $C_6^1=C_6^6, C_6^2=C_6^5$,且 $1+5=6, 2+4=6$,即 $C_n^r=C_n^{n-r}$,这在组合的知识中是一条很重要的性质。

本套书特色

书与练习完美配合

1. 一本套书包括6本书、6本练习,完全符合该年级所学知识结构,指导学生循序渐进地学习,开展智能训练。
2. 根据各年级学生的特点,选编各类有趣的题目,在玩耍中学习,体验充满快乐、实用、神奇和奥秘的数学游戏。
3. 精选奥数典型题目,为学生强化作题能力,掌握奥数精髓,为日后杰出的学习表现奠定根基。
4. 全彩色化的靓丽面貌,精准的题目配图,让你可以快速有效地理解题意,更让你在学习中拥有快乐的心情。

例 3

计算:

$$25 \times 125 \times 16.$$

解

$$\begin{aligned} & 25 \times 125 \times 16 \\ &= 25 \times 125 \times 2 \times 8 \\ &= (25 \times 2) \times (125 \times 8) \\ &= 50 \times 1\,000 \\ &= 50\,000. \end{aligned}$$

说明

对基本运算律的进一步变形:

$a-b-c=a-(b+c); a-(b+c)=a-b-c; a-(b-c)=a-b+c;$
 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c; (a-b) \times c = a \times c - b \times c;$
 $a \div b = (a \times n) \div (b \times n) = (a \div m) \div (b \div m) (n \neq 0, m \neq 0);$
 $(a+b) \div c = a \div c + b \div c; (a-b) \div c = a \div c - b \div c; a \div b \div c = a \div (b \times c);$
 $a \times b \div c = a \div c \times b = b \div c \times a; a \times b \times c = a \times (b \times c);$
 $a \times b \div c = a \times (b \div c); a \div b \div c = a \div (b \times c); a \div b \times c = a \div (b \div c).$
 同学们应根据题目特点,灵活运用计算法则,选用合适的运算定律、性质,培养逆向思维.

说明

对数学的一些原理和规律,进行进一步的补充说明与讲解,总结数学规律,更好指导学习。



大显身手做练习

例 4

对任何自然数 a, b , 定义新的运算“ $\square$ ”: 如果 $a+b$ 是偶数, 则 $a \square b = (a+b) \div 2$; 如果 $a+b$ 是奇数, 则 $a \square b = (a+b-1) \div 2$.

求: (1) $(2\,002 \square 2\,003) \square (2\,004 \square 2\,005)$;

(2) $2\,000 \square (2\,002 \square 2\,004) \square 2\,006$.

解

$$\begin{aligned} & (1) \text{ 根据题意, } \quad \quad \quad (2) \quad 2\,002 \square 2\,004 \\ & \quad 2\,002 \square 2\,003 \quad \quad \quad = (2\,002 + 2\,004) \div 2 = 2\,003, \\ & = (2\,002 + 2\,003 - 1) \div 2 = 2\,002, \quad \quad \quad \text{原式} = 2\,000 \square 2\,003 \square 2\,006. \end{aligned}$$

大显身手做练习

精选大量典型题目,并配备透彻精准的讲解,全面提升解决数学问题的综合实力。

CONTENTS

目录

第1章 | 运算问题 P. 5 ▶ 搭配练习专用 练习 1~3

- 第1节 运算与逆运算...5 第2节 速算与巧算...12
第3节 定义新运算...18

第2章 | 数论问题 P. 23 ▶ 搭配练习专用 练习 4~8

- 第1节 能被 2, 3, 5 整除的数的特征...23
第2节 数字谜...27 第3节 简单的数阵...35
第4节 幻方...40 第5节 24 点...44

第3章 | 应用问题 P. 47 ▶ 搭配练习专用 练习 9~13

- 第1节 归一问题...47 第2节 和差问题...51
第3节 和倍问题...55 第4节 鸡兔同笼...59
第5节 行程问题...63

第4章 | 图形问题 P. 67 ▶ 搭配练习专用 练习 14~15

- 第1节 一笔画...67 第2节 平面图形计数...74

第5章 | 组合计数 P. 89 ▶ 搭配练习专用 练习 16~19

- 第1节 加法原理...89 第2节 乘法原理...97
第3节 包含与排除...104 第4节 找规律...110

第6章 | 竞赛问题 P. 117 ▶ 搭配练习专用 练习 20~21

- 第1节 生活中的推理...117 第2节 策略...121

第1章

运算问题

撰稿:李燕



运算是数学的基础,如果想学好数学,就必须要先培养过硬的计算本领。

1

运算与逆运算

Q

老师说……



计算问题是小学数学的基础知识,也是学好数学必须具备的基本功。“算得多”未必就能“算得好”,“算得好”才能使人受益终身.掌握运算的基本方法和一些运算技巧,对于提高我们运算的准确率和运算速度有很大的帮助,从而为同学们后面的学习打下坚实的基础.

例题1

计算:

$$54+47+18+82+53.$$

解

$$\begin{aligned}& 54+47+18+82+53 \\& = (47+53) + (18+82) + 54 \\& = 100+100+54 \\& = 254.\end{aligned}$$

例题2

计算:

$$875-364-236.$$

解

$$\begin{aligned}& 875-364-236 \\& = 875-(364+236) \\& = 875-600 \\& = 275.\end{aligned}$$

例
题
3

计算:

$$25 \times 125 \times 16.$$

解

$$\begin{aligned} & 25 \times 125 \times 16 \\ &= 25 \times 125 \times 2 \times 8 \\ &= (25 \times 2) \times (125 \times 8) \\ &= 50 \times 1\,000 \\ &= 50\,000. \end{aligned}$$

说明



对基本运算律的进一步变形:

$a-b-c=a-c-b$; $a-(b+c)=a-b-c$; $a-(b-c)=a-b+c$;
 $(a+b) \times c=a \times c+b \times c$; $(a-b) \times c=a \times c-b \times c$;
 $a \div b=(a \times n) \div (b \times n)=(a \div m) \div (b \div m) (n \neq 0, m \neq 0)$;
 $(a+b) \div c=a \div c+b \div c$; $(a-b) \div c=a \div c-b \div c$; $a \div b \div c=a \div c \div b$;
 $a \times b \div c=a \div c \times b=b \div c \times a$; $a \times b \times c=a \times (b \times c)$;
 $a \times b \div c=a \times (b \div c)$; $a \div b \div c=a \div (b \times c)$; $a \div b \times c=a \div (b \div c)$.
 同学们应根据题目特点,灵活运用计算法则,选用合适的运算定律、性质,培养逆向思维.

例
题
4

计算:(1) $1\,000-90-80-20-10$; (2) $8\,996+3\,458+7\,546$;
 (3) $987-178-222-390$; (4) $947+(372-447)-572$.

解

$$\begin{aligned} & (1) 1\,000-90-80-20-10 \\ &= 1\,000-(90+10)-(20+80) \\ &= 1\,000-100-100 \\ &= 800. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2) 8\,996+3\,458+7\,546 \\ &= (8\,996+4)+(3\,454+7\,546) \\ &= 9\,000+11\,000 \\ &= 20\,000. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (3) 987-178-222-390 \\ &= 987-(178+222)-390 \\ &= 987-400-400+10 \\ &= 187+10=197. \\ & (4) 947+(372-447)-572 \\ &= 947+372-447-572 \\ &= (947-447)-(572-372) \\ &= 500-200=300. \end{aligned}$$

例
题
5计算:(1) $5 \div (7 \div 11) \div (11 \div 15) \div (15 \div 21)$;(2) $15\,000 \div 125 \div 15$; (3) $456 \times 2 \times 125 \times 25 \times 5 \times 4 \times 8$.

解

$$\begin{aligned} & (1) 5 \div (7 \div 11) \div (11 \div 15) \div (15 \div 21) \\ &= 5 \div 7 \times 11 \div 11 \times 15 \div 15 \times 21 \\ &= 5 \times (11 \div 11) \times (15 \div 15) \times (21 \div 7) \\ &= 5 \times 3 = 15. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2) 15\,000 \div 125 \div 15 \\ &= 15\,000 \div 15 \div 125 \\ &= 1\,000 \div 125 \\ &= 8. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (3) 456 \times 2 \times 125 \times 25 \times 5 \times 4 \times 8 \\
 & = 456 \times (2 \times 5) \times (25 \times 4) \times (125 \times 8) \\
 & = 456 \times 10 \times 100 \times 1\,000 \\
 & = 456\,000\,000.
 \end{aligned}$$

注意



第(1)小题中主要利用 $a \div b \times c = a \div (b \div c)$.
 同学们应该熟记: $a \times (b \div c) = a \times b \div c$; $a \div (b \times c) = a \div b \div c$; $a \div (b \div c) = a \div b \times c$.

例
题
6计算: (1) $(100-4) \times 25$; (2) 125×792 ;(3) $9 \times 17 + 91 \div 17 - 5 \times 17 + 45 \div 17$.

解

$$\begin{aligned}
 & (1) (100-4) \times 25 \\
 & = 100 \times 25 - 4 \times 25 \\
 & = 2\,500 - 100 \\
 & = 2\,400.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (2) 125 \times 792 \\
 & = 125 \times (800-8) \\
 & = 125 \times 800 - 125 \times 8 \\
 & = (125 \times 8) \times 100 - 125 \times 8 \\
 & = 1\,000 \times 100 - 1\,000 \\
 & = 1\,000 \times (100-1) \\
 & = 99\,000.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (3) 9 \times 17 + 91 \div 17 - 5 \times 17 + 45 \div 17 \\
 & = 9 \times 17 - 5 \times 17 + 91 \div 17 + 45 \div 17 \\
 & = (9-5) \times 17 + (91+45) \div 17 \\
 & = 4 \times 17 + 136 \div 17 \\
 & = 68 + 8 \\
 & = 76.
 \end{aligned}$$

注意



乘法由于有交换律, 因此由 $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$ 变形: $c \times (a \pm b) = c \times a \pm c \times b$; $c \times (a - b) = c \times a - c \times b$. 但是同学们一定要注意, 除法没有交换律, 因此不存在以上变形.

例
题
7

计算: $2\,006 + 2\,005 - 2\,004 - 2\,003 + 2\,002 + 2\,001 - 2\,000 - 1\,999 +$
 $1\,998 + \cdots + 5 - 4 - 3 + 2 + 1$.

解

$$\begin{aligned}
 & \text{原式} = 2\,006 + (2\,005 - 2\,004 - 2\,003 + \\
 & \quad 2\,002) + (2\,001 - 2\,000 - 1\,999 + \\
 & \quad 1\,998) + \cdots + (5 - 4 - 3 + 2) + 1 \\
 & = 2\,006 + 0 + 0 + \cdots + 0 + 1 \\
 & = 2\,007.
 \end{aligned}$$

指导



通过观察可以发现, 题目中每四个数一组可以相互抵消, 将这些数先进行分组, 可以使计算得到简化.

例题8

计算：(1) $28 \times 5 + 2 \times 4 \times 35 + 21 \times 20 + 14 \times 40 + 8 \times 62$ ；

(2) $1\ 234 + 2\ 341 + 3\ 412 + 4\ 123$.

解

$$\begin{aligned}
 & (1) 28 \times 5 + 2 \times 4 \times 35 + 21 \times 20 + 14 \times 40 + 8 \times 62 \\
 &= 7 \times 4 \times 5 + 7 \times 5 \times 2 \times 4 + 7 \times 3 \times 20 + 7 \times 2 \times 40 + 8 \times (63 - 1) \\
 &= 7 \times 20 + 7 \times 40 + 7 \times 60 + 7 \times 80 + 8 \times 9 \times 7 - 8 \\
 &= 7 \times 20 + 7 \times 40 + 7 \times 60 + 7 \times 80 + 7 \times 72 - 8 \\
 &= 7 \times (20 + 40 + 60 + 80 + 72) - 8 \\
 &= 1\ 904 - 8 \\
 &= 1\ 896.
 \end{aligned}$$

注意



观察算式，其中28、35、21、14都是7的倍数，而62离7的倍数63差1.

(2) $1\ 234 + 2\ 341 + 3\ 412 + 4\ 123$

$$\begin{aligned}
 &= (1\ 000 + 200 + 30 + 4) + (2\ 000 + 300 + 40 + 1) + \\
 &\quad (3\ 000 + 400 + 10 + 2) + (4\ 000 + 100 + 20 + 3) \\
 &= (1\ 000 + 2\ 000 + 3\ 000 + 4\ 000) + (200 + 300 + 400 + 100) + \\
 &\quad (30 + 40 + 10 + 20) + (4 + 1 + 2 + 3) \\
 &= 10\ 000 + 1\ 000 + 100 + 10 \\
 &= 11\ 110.
 \end{aligned}$$

注意



通过观察我们发现1、2、3、4在个、十、百、千位各出现1次，而 $1+2+3+4=10$.

例题9

下列算式中，“□”、“○”、“△”、“☆”各代表什么数？

(1) $\square + \square + \square = 48$;

(2) $\bigcirc + \bigcirc + 6 = 21 - \bigcirc$;

(3) $5 \times \triangle - 18 \div 6 = 12$;

(4) $6 \times 3 - 45 \div \star = 13$.

解

(1) □表示同一个数，由乘法的

意义： $\square + \square + \square = \square \times 3 = 48$,

所以， $\square = 48 \div 3 = 16$.

(2) 先把 $\bigcirc + \bigcirc + 6$ 看成某个数，

得 $(\bigcirc + \bigcirc + 6) + \bigcirc = 21$,

因此 $\bigcirc = 15 \div 3 = 5$.

(3) 把 $5 \times \triangle$ 看成某一个数，

得到 $5 \times \triangle = 12 + 18 \div 6$, $5 \times \triangle = 15$,

所以， $\triangle = 3$.

(4) 把 $45 \div \star$ 看成某一个数，

得到 $45 \div \star = 6 \times 3 - 13$,

所以， $\star = 45 \div 5 = 9$.

例
题
10

在下列各式中的空格处填上运算符号,使等式成立:

$$(1) 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 24;$$

$$(2) 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 6;$$

$$(3) 8 \quad 2 \quad 3 = 3 \quad 3;$$

$$(4) 12 \quad 4 \quad 4 = 10 \quad 3.$$

解

(1) 因为 $4+4+4+4 < 24$, 所以至少填一个“ $\times$ ”.

又因为 $4 \times 4 = 16$, 只要其他都填“ $+$ ”就可以了, 不难得出如下一些填法:

$$4 \times 4 + 4 + 4 = 24, 4 + 4 + 4 \times 4 = 24 \text{ 或 } 4 + 4 \times 4 + 4 = 24.$$

(2) 容易想到有 $5+1=6$.

等号左端有五个5, 那么除一个5外, 需要用另外四个5凑成1, 于是至少要有一个“ $\div$ ”. 有如下填法:

$$5+5 \div 5 \times 5 \div 5 = 6, 5+5 \times 5 \div 5 \div 5 = 6,$$

$$5+5 \div 5+5-5=6, 5 \div 5+5-5+5=6.$$

(3) 右端“3 3”, 有四种填法:

$$3+3=6, 3-3=0, 3 \times 3=9, 3 \div 3=1.$$

再考察左端, 因为只有一个奇数3, 所以要想得到奇数, 3的前面只能填“ $+$ ”或“ $-$ ”; 要想得到偶数, 3的前面只能填“ $\times$ ”. 有如下填法:

$$8-2+3=3 \times 3 \text{ 或 } 8 \div 2-3=3 \div 3.$$

(4) 右端, 若填“ $\times$ ”, $10 \times 3 = 30$ 为偶数. 若填“ $+$ ”或“ $-$ ”, $10+3=13$ 或 $10-3=7$ 为奇数.

再考察左端, 因为都是偶数, 所以结果想得到奇数, 必须要填“ $\div$ ”.

有如下填法:

$$12 \div 4 + 4 = 10 - 3, 12 + 4 \div 4 = 10 + 3.$$

例
题
11

计算: $567+558+562+555+563$.

解

$$\begin{aligned} & 567+558+562+555+563 \\ &= (560+7) + (560-2) + (560+2) + (560-5) + \\ & \quad (560+3) \\ &= 560 \times 5 + (7-2+2-5+3) \\ &= 2\ 800 + 5 = 2\ 805. \end{aligned}$$

注意



几个比较接近于某一整数的数相加时, 可选这个整数为“基准数”. 此题的基准数为560.

例
题
12

计算: $(11 \times 10 \times 9 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1) \div (22 \times 24 \times 25 \times 27)$.

解

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 11 \times 10 \times 9 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 \div 22 \div 24 \div 25 \div 27 \\
 &= (11 \times 2 \div 22) \times (10 \times 5 \div 25) \times (9 \times 6 \div 27) \times \\
 &\quad (8 \times 3 \div 24) \times 7 \times 4 \\
 &= 2 \times 2 \times 7 \times 4 = 112.
 \end{aligned}$$

指导



本题是对 $a \div (b \times c) = a \div b \div c$ 的灵活运用。

例题 13

计算: $(123\ 456 + 234\ 561 + 345\ 612 + 456\ 123 + 561\ 234 + 612\ 345) \div 7$.

解

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (1+2+3+4+5+6) \times (100\ 000 + 10\ 000 + \\
 &\quad 1\ 000 + 100 + 10 + 1) \div 7 \\
 &= 21 \times 111\ 111 \div 7 \\
 &= 3 \times 111\ 111 \\
 &= 333\ 333.
 \end{aligned}$$

指导



本题的括号中, 1, 2, 3, 4, 5, 6 在几个数位上都是各出现一次, 将整数分解可以简化运算。

例题 14

在 $134+7$, $134+14$, $134+21$, $\cdots$, $134+210$ 这 30 个算式中, 每个算式的计算结果都是三位数, 求这些三位数的百位数字之和。

解

由题意, 只要知道这 30 个算式当中有多少个结果的百位数为 1, 有多少个结果的百位数为 2, 有多少个结果的百位数为 3, 就可以求出所有这些三位数的百位数字之和。

由 $200 - 134 = 66$, $66 \div 7 = 9 \cdots 3$,
得 $134 + 7 \times 9 < 200$, $134 + 7 \times 10 > 200$;

同理, $300 - 134 = 166$, $166 \div 7 = 23 \cdots 5$,

有 $134 + 7 \times 23 < 300$, $134 + 7 \times 24 > 300$ 。

由以上可知: 结果中百位数为 1 的有 9 个, 百位数为 2 的有 $23 - 10 + 1 = 14$ 个, 百位数为 3 的有 $30 - 24 + 1 = 7$ 个。

因此所有百位数的总和应为:

$$1 \times 9 + 2 \times 14 + 3 \times 7 = 58.$$



大显身手做练习

练习 1

计算: $(2+5+8+\cdots+2\ 006) - (1+4+7+\cdots+2\ 005)$.

解

$$\text{原式}=(2-1)+(5-4)+(8-7)+\cdots+(2\,006-2\,005)$$

$$=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{669\text{个}1}=669.$$

练习2

计算:(1) $55\times 45+66\times 54+77\times 63+88\times 72$;(2) $12\,345\,678\times 9-98\,765\,432-625\times 125\times 16\times 8$.

解

$$(1)\text{原式}=5\times 11\times 5\times 9+6\times 11\times 6\times 9+7\times 11\times 7\times 9+8\times 11\times 8\times 9$$

$$=(5\times 5+6\times 6+7\times 7+8\times 8)\times 11\times 9$$

$$=(25+36+49+64)\times 99=174\times 99$$

$$=174\times (100-1)=17\,400-174=17\,226.$$

$$(2)\text{原式}=(12\,345\,679-1)\times 9-98\,765\,432-$$

$$(625\times 16)\times (125\times 8)$$

$$=111\,111\,111-9-98\,765\,432-10\,000\,000$$

$$=123\,456\,70-10\,000\,000=2\,345\,670.$$

注意



第(2)小题中的 $12\,345\,679\times 9=111\,111\,111$,会在下二节“巧算与速算”中再次看到详解.

练习3

计算: $2\,004\times 2\,003-2\,003\times 2\,002+2\,002\times 2\,001-2\,001\times 2\,000+$ $2\,000\times 1\,999-1\,999\times 1\,998$.

解

$$\text{原式}=2\,003\times (2\,004-2\,002)+2\,001\times (2\,002-2\,000)+1\,999\times (2\,000-1\,998)$$

$$=2\,003\times 2+2\,001\times 2+1\,999\times 2=(2\,003+2\,001+1\,999)\times 2$$

$$=2\,001\times 3\times 2=12\,006.$$

练习4

请问如何用最少的运算符号完成下面的等式.

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9=100$$

解

最少用三个运算符号,如下:

$$123-45-67+89=100.$$

2 速算与巧算

Q 老师说……



在进行加、减、乘、除运算时,为了又快又准确,除了熟练掌握计算法则外,还需要掌握一些速算、巧算方法.本节我们就先介绍一些速算和巧算的方法.

例题 1

直接写出结果:

(1) $25 \times 10\ 000 =$ _____;

(2) $23 \times 9 =$ _____;

(3) $25 \times 9\ 999 =$ _____.

解

(1) $25 \times 10\ 000 = 250\ 000$;

(2) $23 \times 9 = 230 - 23 = 207$;

(3) $25 \times 9\ 999 = 250\ 000 - 25 = 249\ 975$.

指导



(1) 一个数 $\times 10$,直接在该数后添0;一个数 $\times 100$,在该数后添00;一个数 $\times 1\ 000$,在该数后添000…

(2) 一个数 $\times 9$,在该数后添0,再减此数;一个数 $\times 99$,添00,再减此数;一个数 $\times 999$,添000,再减此数…

例题 2

直接写出结果:

(1) $8\ 427\ 652 \times 5 =$ _____; (2) $24 \times 15 =$ _____.

解

(1) $8\ 427\ 652 \times 5$

$= 8\ 427\ 652 \div 2 \times 10$

$= 42\ 138\ 260$.

(2) $24 \times 15 = (24 + 24 \div 2) \times 10$

$= (24 + 12) \times 10 = 360$.

指导



计算此类题可记住以下原则:

(1) 一个偶数乘以5,可以“除2添0”;

(2) 一个偶数乘以15,可以“加半添0”.

例题 3

直接写出结果:

(1) $2\ 456 \times 11 =$ _____; (2) $56\ 789 \times 11 =$ _____.

解

(1) $2\ 456 \times 11 = 27\ 016$;

(2) $56\ 789 \times 11 = 624\ 679$.

**指导**

一个数乘以11,“两头一拉,中间相加”。

以(1)为例:

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & & 4 & & 5 & & 6 \\ & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & & \diagup \\ 2 & & 7 & & 0 & & 1 & & 6 \end{array}$$

所以27 016为结果。

例题4直接写出结果:(1) $15 \times 15 =$ _____; (2) $125 \times 125 =$ _____.**解**

(1) $15 \times 15 = 2\ 25$;

$$\begin{array}{c} 15 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \times (1+1)$$

(2) $125 \times 125 = 156\ 25$.

$$\begin{array}{c} 125 \\ \times 125 \\ \hline \end{array}$$

$$12 \times (12+1)$$

指导

个位为5的两位数的自乘,结果为:

$$\text{十位数字} \times (\text{十位数字} + 1) \times 100 + 25.$$

例题5

直接写出结果:

(1) $186 \times 5 =$ _____;

(2) $76 \times 25 =$ _____;

(3) $96 \times 125 =$ _____.

解

(1) $186 \times 5 = 1\ 860 \div 2 = 930$;

(2) $76 \times 25 = 7\ 600 \div 4 = 1\ 900$;

(3) $96 \times 125 = 96\ 000 \div 8 = 12\ 000$.

指导

乘以5,25,125的变换:

$a \times 5 = a \times 5 \times 2 \div 2 = 10a \div 2$;

$a \times 25 = a \times 25 \times 4 \div 4 = 100a \div 4$;

$a \times 125 = a \times 125 \times 8 \div 8 = 1\ 000a \div 8$.

例题6

直接写出结果:

(1) $388 \times 101 =$ _____;

(2) $7\ 888 \times 1\ 001 =$ _____.

解

(1) $388 \times 101 = 388 \times 100 + 388$

$= 38\ 800 + 388 = 39\ 188$.

(2) $7\ 888 \times 1\ 001 = 7\ 888 \times 1\ 000 + 7\ 888$

$= 7\ 895\ 888$.

指导

乘以11,101,1 001的变换:

$a \times 11 = a \times (10+1) = 10a + a$;

$a \times 101 = a \times (100+1) = 100a + a$;

$a \times 1\ 001 = a \times (1\ 000+1) = 1\ 000a + a$.

例题7

计算:(1)136+999+24+101;(2)397-146+288-339.

解

$$\begin{aligned} & (1) 136+999+24+101 \\ & = (136+24)+(999+101) \\ & = 160+1\ 100 \\ & = 1\ 260. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2) 397-146+288-339 \\ & = 397+3-3-146+288+12-12-339 \\ & = (397+3)+(288+12)-(3+12+146+339) \\ & = 400+300-500=200. \end{aligned}$$

例题8

计算:

$$100+99+98-97-96-95+\cdots+10+9+8-7-6-5+4+3+2-1=.$$

解

$$\begin{aligned} & \text{原式}=(100+99+98-97-96-95)+\cdots+(10+9+8-7-6-5)+4+3+2-1 \\ & = \underbrace{9+9+\cdots+9}_{16\text{个}9}+4+3+2-1 \\ & = 9 \times 16+8 \\ & = 152. \end{aligned}$$

解

$$\begin{aligned} & \text{原式}=(100-97)+(99-96)+(98-95)+\cdots+(10-7)+(9-6)+(8-5)+4+3+2-1 \\ & = \underbrace{3+3+3+\cdots+3}_{48\text{个}3}+4+3+2-1 \\ & = 3 \times 48+4+3+2-1 \\ & = 144+8=152. \end{aligned}$$

例题9

计算:(1)2 005×52+12×2 005+35×2 005+2 005;(2)425÷25.

解

$$\begin{aligned} & (1) \text{原式}=2\ 005 \times (52+12+35+1) \\ & = 2\ 005 \times 100=200\ 500. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2) \text{原式}=(425 \times 4) \div (25 \times 4) \\ & = 1\ 700 \div 100=17. \end{aligned}$$

例题10

计算:111 111 111×999 999 999.

解

$$\begin{aligned} & \text{原式}=111\ 111\ 111 \times (1\ 000\ 000\ 000-1) \\ & = 111\ 111\ 111\ 000\ 000\ 000-111\ 111\ 111 \\ & = 111\ 111\ 110\ 888\ 888\ 889. \end{aligned}$$



指导

本题中看似复杂的乘法运算,通过凑整转化成了减法运算,大大降低了运算难度.