



技工学校机械类通用教材

数 学

SHU XUE

技工学校机械类通用教材编审委员会编

技工学校机械类通用教材

数 学

技工学校机械类通用教材编审委员会 编



机械工业出版社

本书是为技工学校机械类各工种的教学需要而编写的。

本书内容有: 集合与函数, 锐角三角函数, 任意角三角函数, 两角和、两角差的三角函数, 幂函数、指数函数、对数函数, 复数, 空间图形, 线性方程组, 坐标法、曲线和方程, 直线的方程, 二次曲线, 参数方程与极坐标, 逻辑代数简介, 优选法简介共十四章, 每章后面附有复习题。

本书由倪志轩、凌林欣、丁克忠、徐人琴、陈志鹤五同志编写, 陈良国同志参加修改, 并请王显祖、张志高、卢梦生、刘柱和、王槐铭、范培明等同志审阅。

数 学

技工学校机械类通用教材编审委员会 编

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 · 印张 16 3/8 · 字数 359 千字
1980 年 7 月北京第一版 · 1980 年 7 月北京第一次印刷
印数 000,001—444,000 · 定价 1.10 元

*

统一书号: 15033 · 4902

前 言

建国以来，我国的技工教育事业曾得到很大发展。技工学校的广大干部、教师辛勤劳动，努力工作，积累了不少教学经验，并编写过一套比较完整的技工学校教材，对保证教学质量，培训合格的技术工人，支援祖国的社会主义建设，发挥过积极的作用。

文化大革命中，由于林彪、“四人帮”对我国教育事业的严重破坏，技工学校的教学文件和设备几乎损失殆尽，教师队伍备受摧残。

粉碎“四人帮”以后，技工学校迅速得到恢复和发展，对教学计划、教学大纲和教材的需要均甚感迫切。

为了满足教学需要，不断提高技工学校的培训质量，加速实现我国的四个现代化，国家劳动总局和第一机械工业部委托上海市劳动局、上海市第一机电工业局负责全国机械类技工学校教材的编写工作。这次编写的教材共十九种。计有：语文、数学、物理、化学、工程力学、机械基础、金属工艺学、电工与电子基础、机械制图、车工工艺学、钳工工艺学、铣工工艺学、磨工工艺学、刨工工艺学、铸工工艺学、锻工工艺学、木模工艺学、焊接工艺学、热处理工艺学。这套教学计划、教学大纲和教材，分别适用于二年制（招收高中毕业生）和三年制（招收初中毕业生）技工学校（其中数学、语文、物理、化学主要是供招收初中毕业生的学校使用的）。

在教学计划、教学大纲和教材的编写中，我们在坚持以生

IV

产实习教学为主的原则的同时，还强调了基本理论和基本技能的训练，注意了新技术新工艺的吸收。在教学计划说明中，对各门课程的授课目的，提出了明确的要求，以便使这套教学文件能够更好地适应四个现代化的需要。

由于编写时间仓促，加之编写经验不足，这套教材可能尚存在不少缺点和错误，我们恳切地希望同志们提出批评指正，以便作进一步的修改。

技工学校机械类通用教材编审委员会

一九七九年六月

目 录

第一章 集合与函数	1
§ 1-1 集合	1
一、集合	1
二、子集、补集	3
三、有序数对	4
四、交集、并集	6
五、数集	8
§ 1-2 函数	12
一、变量和常量	12
二、对应	12
三、函数	14
四、函数的解析式	16
五、函数的图象	18
§ 1-3 反函数	23
一、逆对应	23
二、反函数	24
三、互为反函数的函数图象间的关系	27
复习题	32
第二章 锐角三角函数	41
§ 2-1 锐角三角函数	41
一、锐角三角函数的定义	41
二、余角的三角函数	45
三、 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值	47
四、同角三角函数间的基本关系式	50
五、查三角函数表	53
§ 2-2 直角三角形的解法及其应用	54

复习题	60
第三章 任意角的三角函数	69
§ 3-1 角的概念的推广、弧度制	69
一、角的概念的推广	69
二、弧度制	72
§ 3-2 任意角三角函数的定义与符号	75
一、任意角三角函数的定义	75
二、三角函数的符号	77
§ 3-3 单位圆及 $0^\circ \sim 360^\circ$ 三角函数值的变化	80
一、单位圆和函数线	80
二、 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的三角函数值的变化	82
§ 3-4 任意角的三角函数值的求法	85
一、 $-\alpha$ 角的三角函数与 α 角的三角函数间的关系	85
二、 $(\pi \pm \alpha)$ 、 $(2\pi - \alpha)$ 的角与锐角 α 的三角函数间的关系	86
三、 $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ 、 $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$ 的角与锐角 α 的三角函数间的关系	89
四、 $(2k\pi + \alpha)$ 与锐角 α 的三角函数间的关系	92
五、任意角三角函数值的求法	93
六、接近于零的正角的正弦与正切的近似值	95
§ 3-5 斜三角形的解法	96
一、正弦定理	96
二、余弦定理	101
§ 3-6 三角函数的图象和性质	106
一、正弦函数 $y = \sin x$ 的图象和性质	106
二、余弦函数 $y = \cos x$ 的图象和性质	109
三、正切函数 $y = \tan x$ 的图象和性质	110
四、正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质	111
§ 3-7 反三角函数及其图象	117
一、反三角函数的概念	117
二、反正弦函数	118

三、反余弦函数	120
四、反正切、反余切函数	121
复习题	124
第四章 两角和、两角差的三角函数	139
§ 4-1 两角和、两角差的正弦、余弦与正切	139
一、两角和、两角差的正弦与余弦	139
二、两角和、两角差的正切	144
§ 4-2 倍角与半角的三角函数	145
一、二倍角的正弦与余弦	145
二、二倍角的正切	147
三、半角的正弦与余弦	148
四、半角的正切	149
§ 4-3 三角函数的积化和差及和差化积	151
一、三角函数的积化和差	151
二、三角函数的和差化积	153
复习题	156
第五章 幂函数、指数函数、对数函数	161
§ 5-1 指数与对数的复习	161
一、指数	161
二、对数	162
§ 5-2 幂函数	165
一、幂函数	165
二、幂函数的定义域和值域	166
三、幂指数是正整数的幂函数	166
四、幂指数是负整数的幂函数	167
§ 5-3 指数函数	169
一、指数函数	169
二、指数函数的图象和性质	170
§ 5-4 对数函数	171

VIII

一、对数函数	171
二、对数函数的图象和性质	173
复习题	175
第六章 复数	183
§ 6-1 复数及其运算	183
一、复数的概念	183
二、复数的四则运算	185
§ 6-2 复数的几何表示	187
一、用平面上的点表示复数	187
二、用平面矢量表示复数	188
§ 6-3 复数的三角形式及其运算	192
一、复数的三角形式	192
二、复数三角形式的运算	194
复习题	201
第七章 空间图形	207
§ 7-1 平面、平面的基本性质	207
一、平面的表示法	207
二、平面的基本性质	208
§ 7-2 两直线的位置关系	209
一、空间两直线的位置关系	209
二、空间平行直线的性质	210
三、异面直线所成的角	212
§ 7-3 直线和平面的位置关系	212
一、直线和平面的位置关系	212
二、直线和平面平行的判定和性质	213
三、直线和平面垂直的判定和性质	215
四、直线和平面所成的角	218
五、三垂线定理及其逆定理	220
§ 7-4 平面和平面的位置关系	222

一、两个平面的位置关系	222
二、两个平面平行的判定和性质	222
三、二面角和二面角的平面角	226
四、平面和平面垂直的判定和性质	227
五、充分条件、必要条件和充要条件	229
§ 7-5 棱柱、圆柱及其有关计算	230
一、棱柱及其有关计算	230
二、圆柱及其有关计算	235
§ 7-6 棱锥、圆锥及其有关计算	238
一、棱锥及其有关计算	238
二、圆锥及其有关计算	244
§ 7-7 棱台、圆台、球及其有关计算	249
一、棱台及其有关计算	249
二、圆台及其有关计算	253
三、球及其有关计算	257
复习题	260
第八章 线性方程组	274
§ 8-1 行列式	274
一、二元线性方程组和二阶行列式	274
二、三元线性方程组和三阶行列式	278
§ 8-2 高阶行列式简介、行列式的性质	282
一、高阶行列式简介	282
二、行列式的性质	283
§ 8-3 用行列式解线性方程组	292
§ 8-4 矩阵简介	296
一、矩阵的一般概念	296
二、矩阵的加减法、数与矩阵相乘	299
三、矩阵乘矩阵	300
四、单位阵和逆阵	304

§ 8-5 线性方程组的矩阵解法	307
一、用逆阵解线性方程组	307
二、消元法解线性方程组的矩阵表示法	308
复习题	314
第九章 坐标法、曲线和方程	323
§ 9-1 轴和轴上的线段	323
一、直线上点的坐标	323
二、有向线段	324
§ 9-2 平面直角坐标系	327
一、平面上点的坐标	327
二、坐标变换	331
§ 9-3 两个重要公式	336
一、两点间的距离公式	336
二、线段的定比分点	339
§ 9-4 曲线和方程	343
复习题	348
第十章 直线的方程	355
§ 10-1 直线方程的概念、倾角和斜率	355
一、直线方程的概念	355
二、直线的倾斜角和斜率	355
三、两直线平行和垂直的条件	358
§ 10-2 直线方程的其它形式	361
一、点斜式方程	361
二、两点式方程	363
三、截距式方程	365
四、直线方程的一般式	366
§ 10-3 关于直线的其它问题	369
一、点到直线的距离	369
二、两条直线的夹角	370

三、三条互不平行的直线共点的条件	374
四、直线型经验公式	375
复习题	377
第十一章 二次曲线	385
§ 11-1 圆	386
§ 11-2 椭圆	391
一、椭圆的定义和标准方程	391
二、椭圆的性质和形状	392
§ 11-3 双曲线	401
一、双曲线的定义和标准方程	401
二、双曲线的性质和形状	403
§ 11-4 抛物线	411
一、抛物线的定义和标准方程	411
二、抛物线的性质和形状	413
§ 11-5 二元二次方程的简化	419
一、不含 xy 项的二次方程	419
二、一般二次方程的简化	421
三、一般二次方程的判别	423
复习题	427
第十二章 参数方程和极坐标	436
§ 12-1 参数方程	436
一、参数方程的概念	436
二、将普通方程化成参数方程	439
三、由参数方程作图	442
四、利用参数求曲线的方程	444
五、摆线的参数方程	445
六、渐开线的参数方程	447
§ 12-2 极坐标	448
一、极坐标的概念	448

XII

二、极坐标和直角坐标之间的关系	451
三、由极坐标方程画图	453
四、求轨迹的极坐标方程	455
五、圆锥曲线的极坐标方程	458
六、凸轮轮廓曲线和等速螺线	460
复习题	467
第十三章 逻辑代数简介	473
§ 13-1 二进制计数法	473
一、十进制计数法的特征	473
二、二进制	474
三、十进制数化成二进制数	476
四、二进制数的运算	479
§ 13-2 逻辑代数初步	480
一、基本逻辑运算	480
二、逻辑和、逻辑积的基本运算律	484
三、逻辑函数的化简	486
四、逻辑式的对偶性	488
五、棣·摩根公式	490
§ 13-3 电子数字计算机简介	491
一、电子数字计算机的主要部件	491
二、电子数字计算机的解题过程	492
复习题	496
第十四章 优选法简介	499
§ 14-1 什么是优选法	499
§ 14-2 常用的几种优选方法	500
一、0.618 法	500
二、分数法	507
三、对分法	510
四、爬山法(瞎子爬山法)	511
复习题	512

第一章 集合与函数

§ 1-1 集 合

一、集合

一个班级的全体学生,一个家庭的全体成员,一只工具箱里的全部工具,自然数的全体等等,这些都叫做集合。班级中的任意一个学生,家庭中的任意一个成员,工具箱中的任意一件工具,自然数中的任意一个数,这些都叫做集合中的元素。

集合用花括号 $\{ \}$ 表示,集合的元素就写在花括号中。一个集合也可用一个大写字母表示,例如全部英语字母中的元音字母的集合,表示为:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

全体自然数的集合,表示为:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

集合的元素可以是有限个的,也可以是无限个的。无限个元素不可能全部写出,可写出有限个元素后再加三点“ $\dots$ ”表示。即使是有限个元素为了省略,也常常用这种方法表示。

若 e 是集合 A 的元素,则可记作

$$e \in A$$

记号“ $\in$ ”是属于的意思,上式读作“ e 属于 A ”。同样, 3 是自然数集合 N 的元素,记作

$$3 \in N$$

读作“3 属于 N ”。以后我们常用大写字母 N 表示自然数集合。

集合也可用花括号内的文字说明来表示,或者给集合的

元素一些限制性条件的方式来表示,例如:

$$\{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{\text{全体偶数}\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{1 \text{ 到 } 10 \text{ 的自然数}\}$$

$\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ 也可以表示为 $\{2n | n \text{ 是自然数}\}$ 或 $\{2n | n \in N\}$

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 也可表示为 $\{n | n \text{ 是小于 } 11 \text{ 的自然数}\}$ 或 $\{n | n \in N, n < 11\}$

花括号中竖线前面部分表示集合元素的一般形式,后面部分是前面部分的限制性条件。

例 1 写出集合 $\{b | b \in N, b \text{ 是 } 15 \text{ 的因数}\}$ 的全部元素。

解 因 $b \in N$, 说明 b 只能是自然数, 又因 b 是 15 的因数, 而 15 只能分解为 1×15 和 3×5 , 故满足这二个条件的数只有 1, 3, 5, 15。因此

$$\{b | b \in N, b \text{ 是 } 15 \text{ 的因数}\} = \{1, 3, 5, 15\}$$

例 2 把下面二个集合用给出限制条件的方式表示:

(1) $\{3, 5, 7\}$

(2) $\{3, 6, 9\}$

解 (1) 3, 5, 7 是连续的奇数, 故可表示为

$$\{3, 5, 7\} = \{2n+1 | n \in N, n < 4\}$$

(2) 3, 6, 9 是 3 的倍数, 故可表示为

$$\{3, 6, 9\} = \{3n | n \in N, n < 4\}$$

一个数可以和数轴上的一个点相对应, 因此数的集合可以和数轴上点的集合相对应。数的集合简称数集, 点的集合简称点集。所以数集可以和点集相对应。

例如, 数集 $\{2a | a \in N, a < 8\}$ 对应的点集是图 1-1 数轴



图 1-1

上用“ $\odot$ ”表示的点的全体。

二、子集、补集

1. 子集 观察下面的集合:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad B = \{2, 3, 6\}$$

$$C = \{\text{全部英语字母}\} \quad D = \{a, e, i, o, u\}$$

可以看到, 集合 B 的元素是集合 A 的元素的一部分, 集合 D 的元素是集合 C 的元素的一部分。这种由一个集合中的一部分元素构成的集合称为子集。所以集合 B 是集合 A 的子集, 集合 D 是集合 C 的子集。若集合 B 是集合 A 的子集, 则可表示成:

$$B \subseteq A \quad \text{或} \quad A \supseteq B$$

读作“ B 包含于 A ”或者“ A 包含 B ”。

不含任何元素的集合叫做空集, 用 $\{ \}$ 或 $\emptyset$ 表示, 当然空集是任何一个集合的子集。我们还把集合本身看作是自身的子集。

例如, 集合 $E = \{-1, 0, 1\}$

的全部子集有:

不含任何元素的空集 $\emptyset$ 或 $\{ \}$

含一个元素的子集 $\{-1\}, \{0\}, \{1\}$

含二个元素的子集 $\{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}$

含三个元素的子集(集合自身) $\{-1, 0, 1\}$

所有子集中, 除自身外的其它子集叫做真子集。

因此, 如果集合 A 是集合 E 的真子集, 那么 E 中至少有一个元素不属于 A 。

若 A 是 E 的真子集, 则可记作

$$A \subset E \quad \text{或} \quad E \supset A$$

2. 补集 一个 40 人的班级, 数学测验成绩在 80 和 80

分以上的有 12 人, 那么其余 28 人的数学测验成绩都不到 80 分。这里三个集合

$\varepsilon = \{\text{班级里的全部学生}\}$

$A = \{\text{数学测验成绩在 80 和 80 分以上的学生}\}$

$B = \{\text{数学测验成绩不到 80 分的学生}\}$

显然, 全班任一学生不属于集合 A 便属于集合 B 。我们把集合 ε 中不属于集合 A 的元素组成的集合称为 A 在 ε 中的补集。 ε 称为全集。 A 的补集用 $\bar{A}$ 表示。例如:

全集 $\varepsilon = \{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

子集 $A = \{3, 7, 11, 13\}$

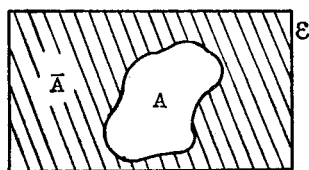


图 1-2

那么子集 A 在全集合 ε 中的补集

$$\bar{A} = \{5, 9\}$$

$\bar{A}$ 是 A 的补集, 反过来 A 也是 $\bar{A}$ 的补集, 故 A 和 $\bar{A}$ 互为补集。

如果用一个矩形来表示全集合 ε (图 1-2), 矩形中圈内的部分表示 ε 的子集 A , 那么矩形中圈外部分 (打斜线的阴影部分) 就表示 A 的补集 $\bar{A}$ 。

三、有序数对

用 (a, b) 表示的有次序的二个数, 称为有序数对。因为是有次序的, 所以 $(1, 2) \neq (2, 1)$ 。如果把有序数对看作一个元素, 那么 $\{(1, 2); (1, 1); (2, 1)\}$ 是由三个元素构成的集合。

例 3 写出集合 $\{(a, b) | a \text{ 和 } b \text{ 是 } 10 \text{ 的因数}\}$ 的全部元素。

解 因 10 的因数有 1, 2, 5, 10, 所以这个集合有如下表所列的 16 个元素: