

# DAISHU 标准化训练与教学

初中代数 第四册

编写组顾问 北京景山学校校长 崔孟明

刘保麟 李坚毅 邓少军 编

中国环境科学出版社

# 标准化训练与教学

## 初中代数 第四册

编写组顾问 北京景山学校校长 崔孟明

刘保麟 李坚毅 邓少军 编

中国环境科学出版社

1986

## 内 容 简 介

本书根据教学大纲的要求编写,同课本结构顺序相对应,共分三章,包括常用对数、函数及其图象、解三角形等内容。每章按重点知识分析、解题方法指导、标准化训练题、自学阅读参考四个部分编写,以便配合课堂教学,加强学生的“双基训练,启迪智力,提高运用知识的能力。

本书适合初中学生和教师、广大青年读者阅读参考。

## 标准化训练与教学

### 初中代数 第四册

编写组顾问 北京景山学校校长 崔孟明

刘保麟 李坚毅 邓少军 编

\*

中 央 民 主 义 学 校 出 版

北京崇文区东兴隆69号

水利电力印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1986年12月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1986年12月第一次印刷 印张: 8 3/4

统一书号: 7239·025 字数: 176千字

定价: 1.55元

## 序

《标准化训练与教学》出版了。出版这套书，是为了在改善当前中学的教与学状况方面尽我们的一点微薄的力量。受片面追求升学率的影响，现在教学上“灌”的量大而乱，“灌”的方法又僵死。“题海”无边，作业多，考试繁，学生负担过重，“双基”（基本知识、基本技能）反而削弱，能力得不到锻炼。教师和学生的素质都得不到提高。这样下去，不利于国家的现代化建设，不利于学生德、智、体诸方面发展，不利于出人材。要改善这种状况，就要端正教与学的指导思想，除建立适宜的教学计划，切实改革教育、教学和考试方法外，针对“题海”弊端，建立一套加强基础，引导学生认识基本知识结构，提高学生运用“双基”能力的训练题目，也是很重要的。这肯定是中学教学改革的重要方面，这套书就是这方面的一种尝试。它突出知识结构（包括知识的纵的和横的关系等诸方面），并根据知识的规律划分出单元，作出“重点知识分析”。这就从联系和对比等角度指出了基本概念、基本理论、基本计算、基本事实以及它们的一些基本关系，就把住了各段知识的“双基”训练，并指导了学生的学习方法。为了把知识结构与训练相结合，本书备有“解题方法指导”，着重指导“解题思路”。

这就突出了思维的基本训练，使学生排除“就题论题”，注意培养“双基”运用的基本思路及程序。

这套书根据“双基”要求，编有“标准化训练题”，朝着“科学化”、“标准化”的方向改革。这套书指的标准化则是更广义的，它的主要内容是：

1. 训练的依据是教学大纲的要求，体现教学计划；
2. 训练的内容与所学“双基”诸内容具有对应性，可检查基本知识，又检查学生分析问题和解决问题的能力；
3. 训练的覆盖面大，涉及到教学的所有主要部分，而且往往带有各部分知识的交叉，综合和对比；
4. 训练的难度适当；
5. 训练题目的表达语和指导语要标准规范，尽量明确无误；
6. 训练的方式、题型较多，包括最佳答案选择型、因果选择型、多解选择题、配伍选择题、组合选择题、比较选择题、填空选择题、是非判断题、程序性选择题以及规范性的填空简答题、计算题、改错题等。有正面、侧面、反面不同角度的训练等等。

平时进行这种“标准化题”的训练可以比较好地把住基本的教学要求，又能减轻学生的负担，并方便师生教学上的反馈、控制、自我测试，达到提高教学质量的目的。

这套书的编著者大多是第一线有经验的教师，部分是教学研究人员。他们在教学改革中，特别是在落实“双基”和学生训练上有较丰富的实践。有些教师在“知识结构单元”：

的教法上卓有成效，有些教师在落实“双基”的训练程序上取得成绩。这套书中有许多标准训练题就是从他们的训练实践中经过测试和科学比较筛选出来的。他们从实践中认识到片面追求升学率不但违背教学规律，而且建立在“猜题压题”的不可靠的基础上。平时抓住“双基”，搞“结构化”，抓住“标准训练”则负担轻、质量高，不但可以符合国家的要求，而且能面向大多数学生，减轻学生过重的负担。实践证明，平时能这样教学，升学不用突击，考试成绩也是好的。可喜的是，当前升学考试也进行科学化、标准化的改革，和教学规律一致起来。当然，由于这套书的整理比较仓促，所以难免出现不足和错误。我们诚恳地希望广大师生和社会青年读者多提宝贵意见，并跟我们一起进行学生训练的改革，提高教学质量。

编写组

1985年11月

# 目 录

|                               |        |
|-------------------------------|--------|
| <b>第十三章 常用对数</b> .....        | ( 1 )  |
| <b>第一单元 对数</b> .....          | ( 1 )  |
| [重点知识分析].....                 | ( 1 )  |
| [解题方法指导].....                 | ( 2 )  |
| [标准化练习题].....                 | ( 6 )  |
| [自学阅读参考].....                 | ( 12 ) |
| <b>第二单元 积、商、幂、方根的对数</b> ..... | ( 13 ) |
| [重点知识分析].....                 | ( 13 ) |
| [解题方法指导].....                 | ( 15 ) |
| [标准化训练题].....                 | ( 20 ) |
| [自学阅读参考].....                 | ( 26 ) |
| <b>第三单元 常用对数</b> .....        | ( 27 ) |
| [重点知识分析].....                 | ( 27 ) |
| [解题方法指导].....                 | ( 29 ) |
| [标准化训练题].....                 | ( 33 ) |
| [自学阅读参考].....                 | ( 40 ) |
| <b>第十四章 函数及其图象</b> .....      | ( 61 ) |
| <b>第一单元 直角坐标系</b> .....       | ( 61 ) |
| [重点知识分析].....                 | ( 61 ) |

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| [解题方法指导]                  | ( 62 )  |
| [标准化训练题]                  | ( 67 )  |
| [自学阅读参考]                  | ( 73 )  |
| 第二单元 函数                   | ( 77 )  |
| [重点知识分析]                  | ( 77 )  |
| [解题方法指导]                  | ( 79 )  |
| [标准化练习题]                  | ( 84 )  |
| [自学阅读参考]                  | ( 96 )  |
| 第三单元 正比例函数与反比例函数          | ( 101 ) |
| [重点知识分析]                  | ( 101 ) |
| [解题方法指导]                  | ( 102 ) |
| [标准化训练题]                  | ( 107 ) |
| 第四单元 一次函数的图象和性质           | ( 112 ) |
| [重点知识分析]                  | ( 112 ) |
| [解题方法指导]                  | ( 114 ) |
| [标准化训练题]                  | ( 119 ) |
| [自学阅读参考]                  | ( 129 ) |
| 第五单元 二次函数的图象和性质           | ( 131 ) |
| [重点知识分析]                  | ( 131 ) |
| [解题方法指导]                  | ( 133 ) |
| [标准化训练题]                  | ( 138 ) |
| [自学阅读参考]                  | ( 146 ) |
| 第六单元 一元一次不等式组和一元二次不<br>等式 | ( 150 ) |
| [重点知识分析]                  | ( 150 ) |
| [解题方法指导]                  | ( 154 ) |

|                          |         |
|--------------------------|---------|
| [标准化训练题] .....           | ( 160 ) |
| [自学阅读参考] .....           | ( 166 ) |
| <b>第十五章 解三角形</b> .....   | ( 179 ) |
| <b>第一单元 三角函数</b> .....   | ( 179 ) |
| [重点知识分析] .....           | ( 179 ) |
| [解题方法指导] .....           | ( 181 ) |
| [标准化训练题] .....           | ( 183 ) |
| <b>第二单元 解直角三角形</b> ..... | ( 186 ) |
| [重点知识分析] .....           | ( 186 ) |
| [解题方法指导] .....           | ( 188 ) |
| [标准化训练题] .....           | ( 193 ) |
| [自学阅读参考] .....           | ( 199 ) |
| <b>第三单元 解斜三角形</b> .....  | ( 202 ) |
| [重点知识分析] .....           | ( 202 ) |
| [解题方法指导] .....           | ( 204 ) |
| [标准化训练题] .....           | ( 212 ) |
| [自学阅读参考] .....           | ( 220 ) |

# 第十三章 常用对数

## 第一单元 对数

### 〔重点知识分析〕

#### 主要内容

对数的概念；指数式与对数式的对应关系

当 $a > 0, a \neq 1$ 时,

$$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b.$$

|                    | $a$ | $b$ | $N$ |
|--------------------|-----|-----|-----|
| 指数式 $a^b = N$      | 底数  | 指数  | 幂   |
| 对数式 $\log_a N = b$ | 底数  | 对数  | 真数  |

#### 几个重要的性质

$\log_a N (a > 0, a \neq 1)$  中  $N > 0$ , 即零与负数没有对数;

$$\log_a a = 1 (a > 0, a \neq 1);$$

$$\log_a 1 = 0 (a > 0, a \neq 1);$$

$$a^{\log_a N} = N (a > 0, a \neq 1, N > 0).$$

这一单元的核心是指数式与对数式的互化. 必须把对数式转化成指数式, 才能运用指数的运算规律推出对数的一系列

列性质. 如把 $\log_a 1 = x (a > 0, a \neq 1)$ 转化成 $a^x = 1$ 可得 $x = 0$ , 这样就推出了 $\log_a 1 = 0$  (1的对数是零)这一性质. 另外, 要在理解的基础上牢记并会应用这几个重要性质.

### 〔解题方法指导〕

例 1 判断下列各式的正误, 正确的在( )中填“+”号, 错误的在( )中填“-”号

(1)  $a^m = n$ 化成对数式是 $\log_a m = n$ . ( )

(2)  $\log_2 1 = \log_3 1$ . ( )

(3)  $\log_3 3 = 3$ . ( )

(4)  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 中, 必须 $x > 0$ 才有意义. ( )

(5) 在 $\log_{10} x = -2$ 中, 因为 $-2$ 是负数, 所以 $x$ 无解. ( )

思路:

(1)  $a^m = n$ 化成对数式应为 $\log_a n = m$ , 因此应填“-”;

(2) 由 $\log_2 1 = 0, \log_3 1 = 0$ 可知 $\log_2 1 = \log_3 1$ , 因此应填“+”;

(3) 应为 $\log_3 3 = 1$ , 因此应填“-”;

(4)  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 中,  $x$ 可以取值的范围是 $x > 0$ , 因此应填“+”;

(5)  $\log_{10} x = -2$ 化成指数式得 $10^{-2} = x$ , 即 $x$

$=\frac{1}{100}$ ，并非无解。因此填“-”号。

**例 2 填空**

(1) 若  $\log_{\frac{1}{4}} 2 = x$ ，则  $x =$  \_\_\_\_\_；

(2) 若  $\log_9 x = 1.5$ ，则  $x =$  \_\_\_\_\_；

(3) 若  $\log_x \frac{9}{4} = \frac{2}{3}$ ，则  $x =$  \_\_\_\_\_。

**思路：**

(1) 把  $\log_{\frac{1}{4}} 2 = x$  化成指数式，得

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2.$$

$$\therefore \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 2,$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}.$$

(2) 把  $\log_9 x = 1.5$  化成指数式，得

$$9^{\frac{3}{2}} = x.$$

$$\therefore 9^{\frac{3}{2}} = 27,$$

$$\therefore x = 27.$$

(3) 把  $\log_x \frac{9}{4} = \frac{2}{3}$  化成指数式，得

$$x^{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4}.$$

$$\therefore \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4},$$

$$x = \frac{27}{8}.$$

**例 3** 计算  $\log_2 \log_3 \log_4 64$ .

**思路:** 本题需要重复求对数, 即先求  $\log_4 64$ , 把结果当作真数, 再求以 3 为底的对数……

**解:**  $\log_2 \log_3 \log_4 64$

$$= \log_2 \log_3 3$$

$$= \log_2 1 = 0.$$

**例 4** 选择正确答案, 把正确答案的字母代号填在括号内.

(1)  $7^{\log_7 \frac{2}{3}}$ ; [答] ( )

(2)  $\log_8 \frac{1}{4}$ ; [答] ( )

(3)  $\log_4 8$ ; [答] ( )

(4)  $\log_8 \log_2 \sqrt{2}$ ; [答] ( )

(A)  $-\frac{1}{3}$  (B)  $-\frac{3}{2}$

(C)  $-\frac{2}{3}$  (D)  $-\frac{2}{3}$

**解:** (1) [答] (C);

(2) [答] (D);

(3) [答] (B);

(4) [答] (A).

**例 5**  $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{4}} x = 0$ , 求  $x$ .

思路：先把  $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{3}} x$  看作整体，由  $\log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$  可得

$\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{3}} x = 1$ ，再由  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = 1$  得  $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{3}$ ，然后求  $x$ 。

解：由  $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{3}} x = 0$  得

$$\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{3}} x = 1.$$

因此  $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{3}$ 。

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{1}{2}.$$

例 6 计算  $\frac{2}{7} \log_4 4 - 3 \log_2 \frac{1}{2} + 4 \log_4 1 - 6 \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4}$ 。

思路：运用对数的概念分别求值，然后再计算。

解：  $\frac{2}{7} \log_4 4 - 3 \log_2 \frac{1}{2} + 4 \log_4 1 - 6 \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4}$

$$= \frac{2}{7} \times 1 - 3 \times (-1) + 4 \times 0 - 6 \times (-2)$$

$$= \frac{2}{7} + 3 + 0 + 12 = 15\frac{2}{7}.$$

例 7 已知  $\log_3(x^2 - x - 3) = 1$ ，求  $x$  的值。

思路：利用性质  $\log_3 3 = 1$ ，把原方程转化为一个一元二次方程再求解。

解：由  $\log_3(x^2 - x - 3) = 1$  得

$$x^2 - x - 3 = 3,$$

即

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$(x-3)(x+2) = 0,$$

$$x_1 = 3, x_2 = -2.$$

经检验，它们都是原方程的根。

### 小结

学完本单元，一定要作到

1. 能正确地进行指数式与对数式的互化；
2. 能恰当地运用指数法则推出对数的有关性质；
3. 能熟练应用这些性质，为继续学习本章的内容打好基础。

### [标准化训练题]

#### 练习一

##### 1. 填空

(1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$  的对数形式是 \_\_\_\_\_,  $\log_{10} 10000 =$

4 的指数形式是 \_\_\_\_\_;

(2)  $\log_2 2\sqrt{2} =$  \_\_\_\_\_;

(3) 如果  $\log_3 x = -\frac{1}{2}$ , 那么  $x =$  \_\_\_\_\_;

(4) 如果  $\log_a x = \frac{1}{2} (a > 0, a \neq 1)$ , 那么  $x =$  \_\_\_\_\_;

(5) 如果  $\log_7 x = 0$ , 那么  $x =$  \_\_\_\_\_;

(6) 如果  $\log_x 12 = 1$ , 那么  $x =$  \_\_\_\_\_.

2. 填写表中的空格

表(1)

| 指 数 式                                                | 对 数 式                            |
|------------------------------------------------------|----------------------------------|
| $a^b = N (a > 0, a \neq 1)$                          | $\log_a N = b$                   |
| $\left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 1000$              |                                  |
|                                                      | $\log_{10} 0.1 = -1$             |
| $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ |                                  |
|                                                      | $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ |

表(2)

| 对 数 式                      | $x$ 的 值 |
|----------------------------|---------|
| $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$ |         |
| $\log_2 64 = x$            |         |
| $\log_x \frac{8}{27} = -3$ |         |
| $\log_{10} x = -2$         |         |
| $\log_4 (2\sqrt{2}) = x$   |         |

### 3. 化简

$$(1) 5\log_2 \sqrt{2} - 2\log_2 2 + \log_2 \frac{1}{2}$$

$$(2) \log_3 \frac{1}{27} + \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_2 8 + \log_4 64;$$

$$(3) 2\log_3 3 - 3\log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_5 1 - 6\log_4 \frac{1}{2}.$$

### 4. 求下列各式中的 $x$

$$(1) \log_a (x^2 - 2x - 2) = 0 \quad (a > 0, a \neq 1);$$

$$(2) \log_3 (3x + 2) = 1;$$

$$(3) \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x) = -1.$$

## 练习二

### 1. 选择填空

(1) 在对数式  $\log_a x (x > 0)$  中,  $a$  可以取值的范围是

(A)  $a > 0$  且  $a \neq 1$

(B)  $a \geq 0$  且  $a \neq 1$

(C)  $a \neq 0$  且  $a \neq \pm 1$

(D)  $a \neq 0$  且  $a \neq 1$

[答]( )

(2) 如果  $\log_{10}(\log_2 \log_{10} x) = 0$ , 那么  $x^{-\frac{1}{2}}$  等于

(A) 100

(B) 0.1

(C) 0.01

(D)  $\frac{1}{10} \sqrt{10}$

[答]( )