祝之光 编

物理学

（第二版）

习题分析与解答

祝之光 主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

物 理 学（第二版）
习题分析与解答

祝之光 主编
李佐周 易正湘 编

高等教育出版社

内容简介

本书是与祝之光编《物理学》(第二版)相配套的习题分析与解答。书中对主教材中的所有习题,包括讨论题和自测题都作了详细的解答,在解题过程中强调对物理知识、背景的讨论,尽量减少繁琐的数学步骤。

本书可供使用祝之光编《物理学》(第二版)的师生作为参考书,也可供使用其他理工科大学物理教材的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第二版)习题分析与解答/祝之光主编.
—北京:高等教育出版社,2004.11
ISBN 7-04-015563-X

Ⅰ.物... Ⅱ.祝... Ⅲ.物理学-高等学校
-教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第103577号

策划编辑 胡凯飞 **责任编辑** 王文颖 **封面设计** 张 志 **责任绘图** 朱 静
版式设计 张 岚 **责任校对** 王效珍 **责任印制** 杨 明

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京未来科学技术研究所有限责任公司印刷厂

开 本	787×960 1/16	版 次	2004年11月第1版
印 张	16.75	印 次	2004年11月第1次印刷
字 数	310 000	定 价	21.20元

物料号:15563-00

前　　言

本书为祝之光编写的《物理学》(第二版)的全部习题和自测题作了详细解答,并为全部讨论题提供了参考解答,可以作为使用该教材的教师的教学参考书或学生的学习参考书,也可供使用其他理工科大学物理教材的师生参考。

祝之光编《物理学》(第二版)在习题、自测题的编排中删去或修订了一些较为陈旧或不适宜的习题,新增了部分习题,并适当转编或扩充了自测题,以供学生学习后自我检测。学生使用本书前,应先不看解答,自己独立完成练习,再行核对。为帮助学生更深入地领会教学要求,理解教材内容,并掌握每章的基本题型和基本解题方法,本教材还另外编写了学习指导书作为与教材配套的系列教学辅导用书,建议学生在学习中与本题解配合使用。

本书第一、二、三、六、七、八章由广东工业大学李佐周教授编写,第四、五、九、十、十一、十二章由武汉理工大学易正湘教授编写。由于水平所限,时间仓促,疏漏错误之处难免,恳请读者批评指正。

编者

2004年6月

目　　录

第一章

质点运动　时间　空间

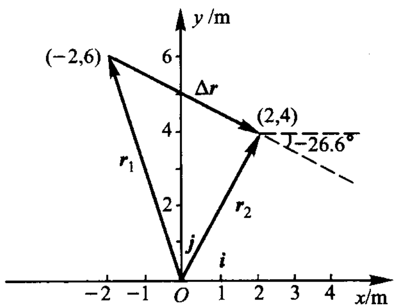
1－1　一质点在平面上作曲线运动，t_1时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}=(-2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j})$，$t_2$时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})$. 求：(1) 在 $\Delta t=t_2-t_1$时间内位移的矢量式；(2) 该段时间内位移的大小和方向；(3) 在坐标图上画出 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$及 $\Delta\boldsymbol{r}$.（题中 r 以 m 计，t 以 s 计.）

解：(1) $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})-(-2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j})=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$

(2) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=\sqrt{4^2+(-2)^2}\,\text{m}=\sqrt{20}\,\text{m}=4.47\ \text{m}$

$$\tan\angle(\Delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{i})=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-2}{4}=-0.5,\quad \angle(\Delta\boldsymbol{r},\boldsymbol{i})=-26.6^\circ$$

(3) $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$和 $\Delta\boldsymbol{r}$ 坐标图如题 1－1 解用图所示.



题 1－1 解用图

1－2　一质点作直线运动，其运动方程为 $x=1+4t-t^2$，其中 x 以 m 计，t 以 s 计. 求：(1) 第 3 s 末质点的位置；(2) 头 3 s 内的位移大小；(3) 头 3 s 内经过的路程.（注意质点在何时速度方向发生变化）；(4) 通过以上计算，试比较位置、位移、路程三个概念的差别.

解：(1) 将 $t=3$ s 代入运动方程 $x=1+4t-t^2$ 得

$$x_3=1\ \text{m}+4\times3\ \text{m}-3^2\ \text{m}=4\ \text{m}$$

(2) $\Delta x_{0\sim3}=x_3-x_0=4\ \text{m}-1\ \text{m}=3\ \text{m}$　方向沿 x 轴正向

(3) 由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-2t=0$ 知 $t=2$ s 时，质点运动反向，0～2 s 和 2～3 s 内质

点的路程分别是

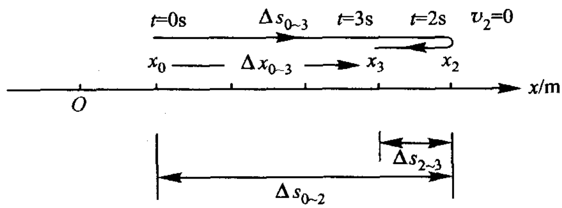
$$s_{0\sim2}=x_2-x_0=(1+4\times2-2^2)\text{ m}-1\text{ m}=4\text{ m}$$

$$s_{2\sim3}=x_2-x_3=5\text{ m}-4\text{ m}=1\text{ m}$$

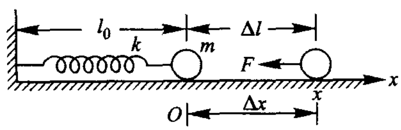
所以

$$s_{0\sim3}=s_{0\sim2}+s_{2\sim3}=4\text{ m}+1\text{ m}=5\text{ m}$$

(4) x_3、$\Delta x_{0\sim3}$和$s_{0\sim3}$如题1-2解用图(a)所示比较如下:



(a)



(b)

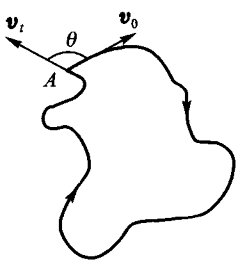
题1-2解用图

位置 质点某时刻所在空间点的位置,用从原点引向此点的矢量$\boldsymbol{r}$(位矢)或此点的三个空间坐标(x,y,z)决定,运动中$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$即运动方程. 直线运动中,取运动轨迹(直线)为坐标轴(如x轴),确定原点后,矢量的方向可用正、负表示. 如位置坐标$x>0$,表示位置由原点指向x轴正方向侧;$x<0$表示位置由原点指向x轴负方向侧. 图中x_0、x_2、x_3分别代表$t=0$,$t=2\text{s}$和$t=3\text{ s}$时质点的位置.

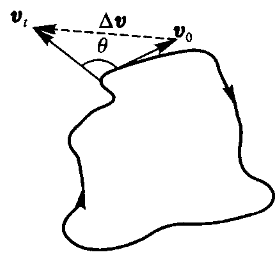
位移 某段时间内位置的变化$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$,是矢量. 直线运动中取轨迹为坐标轴(如$x$轴),则简化为位置坐标的变化$\Delta x$. 矢量性也由正、负表示,$\Delta x>0$,表示位移方向沿$x$轴正向;$\Delta x<0$表示位移方向沿$x$轴负向. 图中$\Delta x_{0\sim3}=x_3-x_0>0$,表示位移沿$x$轴正向. 一般,位置坐标$x$和位移$\Delta x$是不同的. 但若原点选取恰当,使$t=0$时质点位于原点,则在从$t=0$起的任意时段内,质点的位移和该时段末的位置相等,即$x=\Delta x$. 以无阻尼水平弹簧振子为例. 如题1-2解用图(b)所示,原长为l_0,劲度系数为k的弹簧一端固定,另端系一质量为m的振子,置于光滑的水平面上. 取振子m的平衡位置(此时弹簧无形变)为坐标原点O,则当振子的坐标为x时,其位移$\Delta x=x$,此时弹簧形变量$\Delta l=\Delta x=x$,则由胡克定律,振子所受弹簧弹性力可表达为$\boldsymbol{F}=-kx$.(式中负号代表弹性力方向与位移方向相反,始终指向平衡位置O).

路程　某段时间内沿质点运动轨迹量度累计所得总长度，为标量，恒取正值．路程与位移的大小一般不相等，只有当质点作单方向的直线运动，或在$\Delta t\to 0$（趋于零）的极限情况下，路程与位移的大小才相等．本题质点作减速直线运动，$t=2$ s时，速度减小至零，以后质点作反向运动．头 3 s 内质点的路程应为0 ~ 2 s 和 2 ~ 3 s 内两段路程累计之和为 5 m，而质点在头 3 s 内的位移为 3 m，第 3 s 的位置为 4 m，三者大小都不相同．

1－3　质点从某时刻开始运动，经过 Δt 时间沿一曲折路径又回到出发点 A，已知初速度$\boldsymbol{v}_0$与末速度$\boldsymbol{v}_t$大小相等，并且两速度矢量间的夹角为 θ，如图所示．（1）求 Δt 时间内质点的平均速度；（2）在图上画出 Δt 时间内速度的增量，并求出它的大小；（3）求出 Δt 时间内平均加速度的大小，并说明其方向．



题 1－3 图



题 1－3 解用图

解：（1）因为 Δt 内 $\Delta\boldsymbol{r}=0$，　所以$\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=0$

（2）$\Delta\boldsymbol{v}$ 如题 1－3 解用图中虚线所示，且由速度三角形有

$$|\Delta\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_0^2+v_t^2-2v_0v_t\cos\theta}=v_0\sqrt{2(1-\cos\theta)}$$

（3）$\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$，$\bar{\boldsymbol{a}}$ 方向与题 1－3 解图中 $\Delta\boldsymbol{v}$ 方向相同，且

$$|\bar{\boldsymbol{a}}|=\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\frac{v_0}{\Delta t}\sqrt{2(1-\cos\theta)}$$

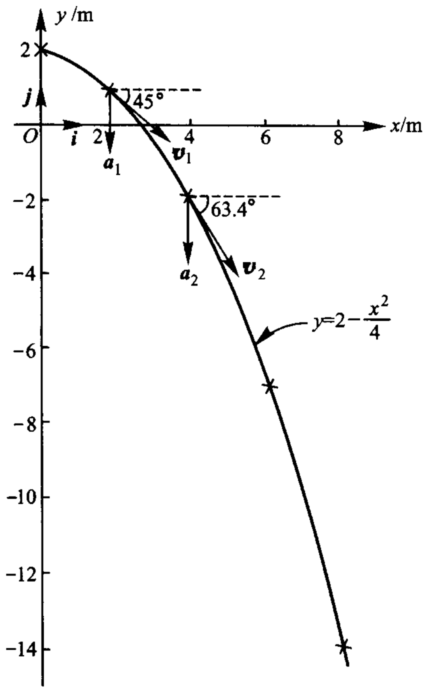
本题应注意学生手写平均速度、平均加速度及它们的大小表示是否正确．

1－4　已知一质点的运动方程为 $x=2t$，$y=2-t^2$，式中 t 以 s 计，x 和 y 以 m 计．（1）计算并图示质点的运动轨迹；（2）求出 $t=1$ s 到 $t=2$ s 这段时间质点的平均速度；（3）计算 1 s 末和 2 s 末质点的速度；（4）计算 1 s 末和 2 s 末质点的加速度．

解:(1) 由 $x=2t$ 得 $t=\frac{x}{2}$,代入 $y=2-t^2$ 得

$$y=2-\frac{x^2}{4}$$

轨迹为抛物线如题 1-4 解用图所示.



题 1-4 解用图

t/s	0	1	2	3	4	…
x/m	0	2	4	6	8	…
y/m	2	1	-2	-7	-14	…

(2) $t=1\ \mathrm{s}\rightarrow 2\ \mathrm{s}$, $\Delta t=(2-1)\ \mathrm{s}=1\ \mathrm{s}$

$$\Delta x=4\ \mathrm{m}-2\ \mathrm{m}=2\ \mathrm{m}$$

$$\Delta y=-2\ \mathrm{m}-1\ \mathrm{m}=-3\ \mathrm{m}$$

由 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}$

得$\bar{\boldsymbol{v}}_{1\,s-2\,s}=(2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j})\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

(3) $v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-2t\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

由$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$

得　　$\boldsymbol{v}_1=(2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$\boldsymbol{v}_2=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

且由 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$，　$\tan\angle(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i})=\dfrac{v_y}{v_x}$

得　$v_1=\sqrt{2^2+(-2)^2}\mathrm{m\cdot s^{-1}}=2\sqrt{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$$\tan\angle(\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{i})=-1,\angle(\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{i})=-45^\circ$$

$v_2=\sqrt{2^2+(-4)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=2\sqrt{5}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$$\tan\angle(\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{i})=-2,\angle(\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{i})=-63.4^\circ$$

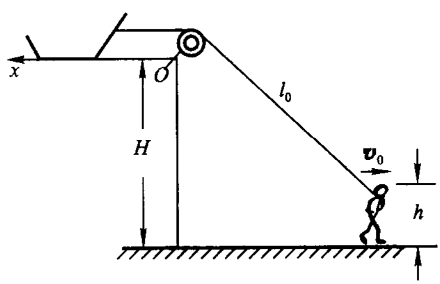
(4) $a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0$，　$a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=-2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

由 $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=-2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

得 $\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_2=-2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$，且 $a_1=a_2=2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

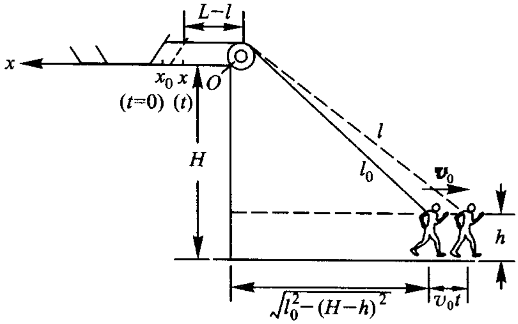
$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$都沿 y 轴负向.

***1－5**　一身高为 h 的人，用绳子跨过滑轮拉一雪橇匀速奔跑. 雪橇在高出地面 H 的平台上，如题 1－5 图所示. 人奔跑的速率为 v_0，绳子总长为 L，起始时刻($t=0$)，人到滑轮间的绳长为 l_0. 试按如图所示坐标系，(1) 写出雪橇在平台上的运动方程. (2) 求出雪橇在平台上的运动速度.



题 1－5 图

解：(1) 设任意时刻 t 雪橇坐标为 x，由题 1－5 解用图几何关系有



题 1-5 解用图

$$x = L - l = L - \sqrt{\left(\sqrt{l_0^2-(H-h)^2}+v_0t\right)^2+(H-h)^2}$$

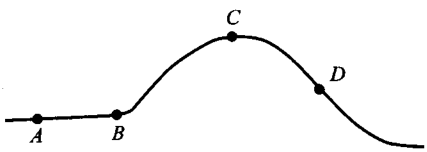
(2) $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

$$= -\frac{v_0\left(\sqrt{l_0^2-(H-h)^2}+v_0t\right)}{\sqrt{\left(\sqrt{l_0^2-(H-h)^2}+v_0t\right)^2+(H-h)^2}}$$

负号表示雪橇运动方向沿 x 轴负向.

(70 学时左右的课程不要求做此题,此后所有加 * 的习题都类同.)

1-6 球无摩擦地沿如图所示的坡路上加速滑动,试分别讨论在 A 点(平地上)、B 点(上坡起点)、C 点(坡的最高点)和 D 点(下坡路中的一点),关系式 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$是否成立? 为什么? $\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0\right)$



题 1-6 图

答:因为$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}$ 是总加速度,$\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$代表总加速度的大小;而$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a_t$,当$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0$时代表切向加速度的大小. 总加速度的大小 $a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$. 在曲线运动中,$a_n\neq0$,$a\neq a_t$;直线运动中 $a_n=0$,$a=a_t$. 因此,$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0$ 时关系式 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$在点 A 成立;在

点 B 和点 C 不成立；若下坡段平直，则点 D 处也成立.

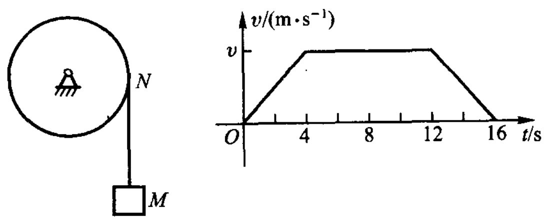
1-7　一质点作圆周运动的运动方程为 $\theta=2t-4t^2$（θ 以 rad 计，t 以 s 计），在 $t=0$ 时开始逆时针转动. 问：(1) $t=0.5$ s 时，质点以什么方向转动；(2) 质点转动方向改变的瞬间，它的角位置 θ 等于多少？

解：(1) $\omega=\dfrac{d\theta}{dt}=2-8t$

当 $t=0.5$ s 时，$\omega=2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}-8\times0.5\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}=-2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}<0$. 此时刻质点沿顺时针方向转动.

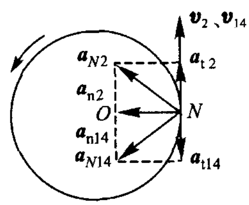
(2) 令 $\omega=2-8t=0$，得 $t=0.25$ s 时质点开始转向. 此刻 $\theta=(2\times0.25-4\times0.25^2)\ \text{rad}=0.25\ \text{rad}$.

1-8　如题 1-8 图所示，图(a)为矿井提升机示意图，绞筒的半径 $r=0.5$ m. 图(b)为料斗 M 工作时的 $v-t$ 图线，图中 $v=4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. 试求 $t=2$ s、8 s、14 s 等时刻绞筒的角速度、角加速度和绞筒边缘上一点 N 的加速度.



(a)　　(b)

题 1-8 图



题 1-8 解用图

解：设绳在绞筒上不打滑，则绞筒边缘上任一点的速度、切向加速度 a_t 与料斗 M 的速度，加速度相同，它们的变化也相同. 由 $v=r\omega$，$a_t=r\alpha$，$a_n=r\omega^2$ 和 $a_N=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$ 及　$\tan\angle(\boldsymbol{a}_N,\boldsymbol{v})=\dfrac{a_n}{a_t}$　得

$$\omega_2=\frac{v_2}{r}=\frac{2}{0.5}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}=4\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2},\quad \text{逆时针}$$

$$a_{t2}=a_{0\sim4}=\frac{v_4-v_0}{t_4-t_0}=\frac{4}{4}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}=1\text{m}\cdot\text{s}^{-2},\quad \text{向上}$$

$$\alpha_2=\frac{a_{t2}}{r}=\frac{a_{0\sim4}}{r}=\frac{1}{0.5}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}=2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2},\quad \text{逆时针}$$

$$a_{n2}=r\omega_2^2=0.5\times4^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_{N2}=\sqrt{a_{t2}^2+a_{n2}^2}=\sqrt{1^2+8^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8.06\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle \boldsymbol{a}_{N2},\boldsymbol{v}_2=\arctan\frac{a_{n2}}{a_{t2}}=\arctan\frac{8}{1}=82.9^\circ$$

$\boldsymbol{a}_{N2}$方向如题 1-8 解用图所示.

$$\omega_8=\frac{v_8}{r}=\frac{4}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=8\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}},\quad 逆时针$$

$$a_{t8}=a_{4\sim12}=0$$

$$\alpha_8=\frac{a_{t8}}{r}=\frac{a_{4\sim12}}{r}=0$$

$a_{N8}=a_{n8}=r\omega_8^2=0.5\times8^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=32\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$,$\boldsymbol{a}_{N8}$方向由 $N\to O$

$$\omega_{14}=\frac{v_{14}}{r}=\frac{2}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=4\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}},\quad 逆时针$$

$$a_{t14}=a_{12\sim14}=-1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad 向下$$

$$\alpha_{14}=\frac{a_{t14}}{r}=\frac{a_{12\sim16}}{r}=-\frac{1}{0.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}=-2\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}},\quad 顺时针$$

$$a_{n14}=r\omega_{14}^2=0.5\times4^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_{N14}=\sqrt{a_{t14}^2+a_{n14}^2}=\sqrt{(-1)^2+8^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=8.06\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle \boldsymbol{a}_{N14},\boldsymbol{v}_{14}=180^\circ-\arctan\frac{a_{n14}}{a_{t14}}=180^\circ-\arctan\frac{8}{1}=180^\circ-82.9^\circ=97.1^\circ$$

$\boldsymbol{a}_{N14}$方向如题 1-8 解用图所示.

1-9 质点从静止出发沿半径 $R=3$ m 的圆周作匀变速运动,切向加速度 $a_t=3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. 问:(1) 经过多少时间后质点的总加速度恰好与半径成45°角?(2) 在上述时间内,质点所经历的角位移和路程各为多少?

解:(1) 当$\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{e}_n)=45^\circ$时,$a_n=a_t=3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

而 $a_n=R\omega^2$,　　$a_t=R\alpha$

又 $v_0=0$,则 $\omega_0=0$,$a_t=\mathrm{const}$,则 $\alpha=\mathrm{const}$

有 $\omega=\omega_0+\alpha\Delta t=\dfrac{a_t}{R}\Delta t$

由于 $a_n=R\left(\dfrac{a_t}{R}\Delta t\right)^2=3$,　$\dfrac{a_t^2}{R}\Delta t^2=3$,　$\Delta t^2=1\ \mathrm{s}^2$

故得

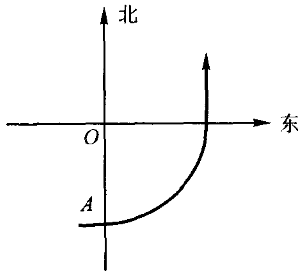
$$\Delta t=1\ \mathrm{s}$$

(2) $\Delta\theta=\omega_0\Delta t+\dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2=\dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$

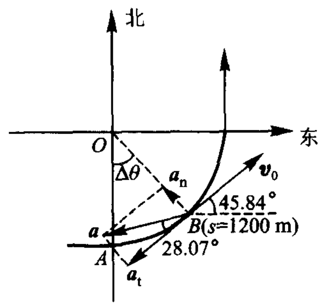
$$=\frac{1}{2}\ \frac{a_t}{R}(\Delta t)^2=\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\times 1^2\ \text{rad}=0.5\ \text{rad}$$

$$s=R\Delta\theta=3\times 0.5\ \text{m}=1.5\ \text{m}$$

1－10　列车沿圆弧轨道行驶如图，方向由西向东逐渐变为向北，其运动规律 $s=80t-t^2$（s 以 m 计，t 以 s 计）。当 $t=0$ 时，列车在 A 点，此圆弧轨道的半径为 1 500 m. 若把列车视为质点，求列车从 A 点行驶到 $s=1\ 200$ m 处的速率和加速度.



题 1－10 图



题 1－10 解用图

解：本题列车的运动，以点 A 为原点，在$\frac{1}{4}$圆弧段上的位置可由 $s(t)=80t-t^2$唯一决定，列车的运动为一维运动，$s(t)$称为弧坐标. 在直线（取为 x 轴）运动中，速度 $v=\frac{dx}{dt}$，其正负代表质点的运动方向与 x 轴正向相同或相反. 与此类似，在弧坐标中速度为 $v=\frac{ds}{dt}$，其正负代表质点的运动方向与原绕行的方向相同或相反. 切向加速度 $a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2s}{dt}$，其正负代表切向加速度与质点的速度方向相同或相反.

由 $s=80t-t^2=1\ 200$，可求出 $s=1\ 200$ m 对应的时刻 $t_1=20$ s，$t_2=60$ s.

由 $v=\frac{ds}{dt}=80-2t$，当 $t=20$ s 时，$v=40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

当 $t=60$ s 时，$v=-40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，代表列车反向运动，不合题意，应舍去.

$t=20$ s 时，质点角位移（以 OA 为起始线）

$$\Delta\theta=\theta-\theta_0=\theta=\frac{s}{R}=\frac{1\ 200}{1\ 500}\ \text{rad}=0.8\ \text{rad}=45.84°$$

由题 1－10 解用图 $\angle AOB=\Delta\theta$，$\boldsymbol{v}\perp OB$　所以 $s=1\ 200$ m 处

$v=40\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,方向为东偏北 45.84°

或表示为$\boldsymbol{v}=40(\cos 45.8°\boldsymbol{i}+\sin 45.8°\boldsymbol{j})$

由 $a_t=\dfrac{dv}{dt}=-2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\quad a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{40^2}{1\ 500}\mathrm{m\cdot s^{-2}}=\dfrac{16}{15}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

得 $\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n=-2\boldsymbol{e}_t+\dfrac{16}{15}\boldsymbol{e}_n$

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{16}{15}\right)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=2.27\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\angle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}_t)=\arctan\frac{a_n}{|a_t|}=\arctan\frac{16/15}{2}=28.07°$$

1-11 从伽利略坐标变换式(1-14)导出伽利略速度变换式和加速度变换式.

解:伽利略坐标变换式

$$\begin{cases}x'=x-ut\\ y'=y\\ z'=z\\ t'=t\end{cases}$$

由

$$\begin{cases}dx'=dx-u\,dt\\ dy'=dy\\ dz'=dz\\ dt'=dt\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}\dfrac{dx'}{dt'}=\dfrac{dx}{dt}-u\\[2mm] \dfrac{dy'}{dt'}=\dfrac{dy}{dt}\\[2mm] \dfrac{dz'}{dt'}=\dfrac{dz}{dt}\end{cases}$$

可得伽利略速度变换式

$$\begin{cases}v'_x=v_x-u\\ v'_y=v_y\\ v'_z=v_z\end{cases}$$

又由

$$\begin{cases}dv'_x=dv_x\\ dv'_y=dv_y\\ dv'_z=dv_z\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}\dfrac{dv'_x}{dt'}=\dfrac{dv_x}{dt}\\[2mm] \dfrac{dv'_y}{dt'}=\dfrac{dv_y}{dt}\\[2mm] \dfrac{dv'_z}{dt'}=\dfrac{dv_z}{dt}\end{cases}$$

可得伽利略加速度变换式