



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

★
第二次修订
★

配华东师大版·新课标

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

八年级数学「下」

主 编：郭奕津

吉林人民出版社



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

★
第二次修订
★

配华东师大版·新课标

八年级数学「下」

主 编:	郭奕津	王立君			
副 主 编:	陆桂琴	孙秀梅	牛月光	王永和	胡国忠
编 者:	郭奕津	孙树宝	肖 雪	蔡凤玲	相 臣
	刘 彦	赵玉晗	于漫红	曹 宏	曹凤杰
	张亚香	杨艳天	于桂莘	王玉琳	曾桂英

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室
执行策划:王治国

新教材完全解读·八年级数学·下(配华东师大版新课标)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

网址: www.zgjf.com.cn 电话:0431-5378008

主 编 郭奕津

责任编辑 张长平 王胜利

责任校对 梁 叶

封面设计 魏 晋

版式设计 邢 程

印刷:北京市人民文学印刷厂

开本:880×1230 1/32

印张:10 **字数:**356 千字

标准书号:ISBN 7 - 206 - 02524 - 2/G · 1403

2003 年 11 月第 1 版 2005 年 11 月第 2 次修订 2005 年 11 月第 1 次印刷

定价:12.80 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。



新教材 完全解读

本书特点

- ✓ 本书是一套同步讲解类的辅导书。在编写中，首先落实知识点→连成知识线→形成知识面→结成知识网，对重点、难点详尽解读。
- ✓ 本书将为您排除学习中的障碍。对思维误区、疑难易错题、一题多解题都指出解题方法或技巧，让您从“学会”到“会学”。
- ✓ 本书修订后增加了部分例题、习题的难度，适合于中上等学生使用。

明确学习目标

指出每节课的三维目标，明确重难点，指导学生的放矢地学习新课，提纲挈领，是提高学习效率的前提。

详细解读教材

采用总结归纳、层层渗透的方式，以每个知识点为讲解元素，结合[释疑解难]、[思维拓展]、[注意]、[说明]、[小结]、[思维误区]、[探究交流]等栏目设计，落实知识点，连成知识线，形成知识面，结成知识网，突出重点，解决难点，抓住关键点，这是吃透教材的核心内容。

讲解经典例题

结合考点，按基本概念、基础应用、综合应用、探索创新、疑难易错五个角度，精选典型例题，透彻地分析解题思路，给出详细解题过程，总结解题方法，这是知识转化为能力的关键。

第二章 一元二次方程



1. 花边有多宽

知识准备

1. 知识与技能：(1)理解和掌握一元二次方程及其一般形式。(2)会判定一个方程是一元二次方程，并能确定未知数的大致范围。
2. 过程与方法：通过实际问题所列出的方程，得出一元二次方程的定义，从而进一步掌握列方程的方法。

教材解读

精华要义

知识详解

知识点1 整式方程的概念

定义：方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。

【说明】这里所说的整式是“关于未知数的整式”，有些含有字母系数的方程，尽管分母中含有字母，但只要分母中不含未知数，这样的方程仍是整式方程。

知识点2 一元二次方程的概念

定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。

典例剖析

师生互动

基础知识应用题

本节基础知识应用有：(1)一元二次方程的基本概念。(2)一元二次方程分类及判别方法。

例1 下列关于 x 的方程。(1) $ax^2+bx+c=0$ 。(2) $k^2+5k+6=0$ 。

$$(3)\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0。(4)(m^2+3)x^2+\sqrt{3}x-2=0。$$

是关于 x 的一元二次方程的是_____。(只填序号)。

【分析】所谓关于 x 的方程，就是方程中只有 x 是未知数，而其他字母都看作已知数。(1)不一定是一元二次方程，因为当 $a=0$ 时，它不是一元二次方程。(2)没有未知数 x ，所以(2)不是关于 x 的一元二次方程。(3) x 的最高次数为3，不是一元二次方程。(4) $m^2+3>0$ ，所以(4)为一元二次方程，所以应填“(4)”。本题考查的是一元二次方程的定义。答案：(4)

综合应用题

例2 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是

A. $ax^2+bx+c=0$

B. $k^2+5k+6=0$

()

《完全解读》解读完全

说明

本丛书样张按学科分别设计,通过样张您可了解本书栏目、功能等基本信息,仅供参考,如所购图书与样张有个别区别,以所用图书为准。



新教材完全解读·九年级数学·

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$ D. $(m^2+3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$

【分析】所谓“关于 x 的方程”,就是指方程中只有 x 是未知数,而其他字母都是系数,可看作已知数。A选项不一定是一元二次方程,当 $a=0$ 时,它不是一元二次方程。B选项未知数不是 x 。C选项未知数最高次数为3。D选项符合一元二次方程的一般形式的特点,且二次项系数 $m^2+3 \geq 3$,即 m 取任何实数 m^2+3 都不等于零,所以D是一元二次方程。答案:D

中考展望

点击中考

中考命题总结与展望

本节中,一元二次方程的概念和判定是中考的重点和热点,常以填空题或选择题的形式出现在低档题中。

中考试题预测

【例】(2004·武汉)一元二次方程 $3x^2+x-2=0$ 的二次项系数和常数项分别为

A. 3, 1

B. -1, -2

C. -3, -2

D. -1, 2

【分析】由一般形式 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$,得 $a=3, c=-2$,故选C。

课堂小结

本节归纳

1. 本节学习了一元二次方程的概念及它的判别与分类,要学会判别一个方程是否是一元二次方程。

2. 在学习过程中要注意对问题的体会、比较和总结。

3. 要注意对照一元一次方程来学习本节内容。

4. 一元一次方程和一元二次方程的比较,详见知识规律小结。

习题选解

课本习题

课本第9~10页

习题5.1

1. (1)不是 (2)是 (3)不是 (4)不是

自我评价

知识巩固

1. 下列方程是一元二次方程的是

A. $(x-1)x = x^2$

B. $\sqrt{x^2+1} = 3x$

C. $2x^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0$

D. $x^2 = 1$

2. $(m-1)x^2 + (m+1)x + 3m + 2 = 0$, 当 m _____时,原式为一元一次方程,当 m _____时,原式为一元二次方程。

2

总结命题趋势

根据中考要求和考试范围,结合本节考点,回顾往年中考试题特点,总结解题思路,预测命题趋势,让学生提前了解中考信息。

归纳本节要点

总结本节要点,掌握其内在联系,查找遗漏点,消化课堂知识。

选解教材习题

精选有难度的习题,详尽解答,有思路提示和解题过程。

巩固基础知识

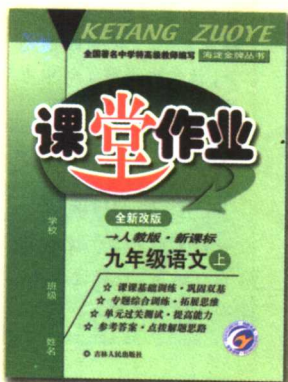
与本节知识讲解和例题剖析相对应,题量适当,注重基础,充分落实基础知识和基本技能。



梓耕品质 用成绩体现

《一课一测》 帮你学好新课

- 本书按课时编写，便于学生在课堂上学习新课使用。
- 本书修订后，习题难度有所增加，适用于中上学校使用。



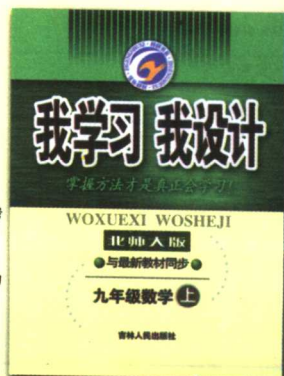
《课堂作业》 向40分钟要效益

- ☆ 课课基础训练·巩固双基
- ☆ 专题综合训练·拓展思维
- ☆ 单元过关测试·提高能力
- ☆ 参考答案·点拨解题思路
- ☆ 四大版块单独装订——处处体现细微……

《我学习 我设计》 我也成为尖子生

本书功能及特点

- 本书主要讲解知识的重点、难点及易错点。这也是中考、高考时出大题、难题的侧重点。
- 本书各年级、各学科的例题主要讲解中高考的原题、改编题、预测题，从一年级开始即能了解中高考的信息。
- 本书每课、每节配有“基础巩固”和“能力提升”两套检测题。





目 录

CONTENTS

第 16 章 数的开方

.....	(1)
本章视点	(1)
§ 16.1 平方根与立方根	(2)
新课指南	(2)
教材解读	(2)
典例剖析	(5)
中考展望	(13)
课堂小结	(13)
自我评价	(14)
§ 16.2 二次根式	(15)
1. 二次根式的概念	(15)
新课指南	(15)
教材解读	(16)
典例剖析	(18)
中考展望	(26)
课堂小结	(26)
自我评价	(27)
2. 二次根式的乘除法	(28)
新课指南	(28)
教材解读	(29)
典例剖析	(30)
中考展望	(40)
课堂小结	(40)
自我评价	(41)
3. 二次根式的加减法	(43)
新课指南	(43)
教材解读	(43)

典例剖析	(44)
中考展望	(49)
课堂小结	(50)
自我评价	(51)
§ 16.3 实数与数轴	(52)
新课指南	(52)
教材解读	(55)
典例剖析	(55)
中考展望	(60)
课堂小结	(61)
自我评价	(61)
章末总结	(63)
本章综合评价	(68)

第 17 章 函数及其图象

.....	(71)
本章视点	(71)
§ 17.1 变量与函数	(73)
新课指南	(73)
教材解读	(73)
典例剖析	(76)
中考展望	(83)
课堂小结	(81)
自我评价	(84)
§ 17.2 函数的图象	(86)
新课指南	(86)
教材解读	(86)
典例剖析	(90)



中考展望	(95)	课堂小结	(160)
课堂小结	(96)	自我评价	(161)
自我评价	(97)	§ 18.2 相似图形的特征	(162)
§ 17.3 一次函数	(98)	新课指南	(162)
新课指南	(98)	教材解读	(162)
教材解读	(99)	典例剖析	(164)
典例剖析	(104)	中考展望	(165)
中考展望	(114)	课堂小结	(166)
课堂小结	(116)	自我评价	(166)
自我评价	(116)	§ 18.3 相似三角形	(167)
§ 17.4 反比例函数	(118)	1. 相似三角形	(167)
新课指南	(118)	新课指南	(167)
教材解读	(118)	教材解读	(168)
典例剖析	(121)	典例剖析	(170)
中考展望	(128)	中考展望	(171)
课堂小结	(129)	课堂小结	(171)
自我评价	(130)	自我评价	(172)
§ 17.5 实践与探索	(132)	2. 相似三角形的识别	(172)
新课指南	(132)	新课指南	(172)
教材解读	(132)	教材解读	(172)
典例剖析	(135)	典例剖析	(176)
中考展望	(138)	中考展望	(180)
课堂小结	(139)	课堂小结	(181)
自我评价	(139)	自我评价	(182)
章末总结	(142)	3. 相似三角形的性质	(184)
本章综合评价	(152)	新课指南	(184)
		教材解读	(184)
		典例剖析	(186)
		中考展望	(190)
		课堂小结	(190)
		自我评价	(190)
		4. 相似三角形的应用	(192)
		新课指南	(192)
		教材解读	(192)
第 18 章 图形的相似	(157)		
本章视点	(157)		
§ 18.1 相似的图形	(158)		
新课指南	(158)		
教材解读	(158)		
典例剖析	(160)		



典例剖析	(192)	教材解读	(223)
中考展望	(194)	典例剖析	(224)
课堂小结	(195)	中考展望	(225)
自我评价	(196)	课堂小结	(225)
§ 18.4 画相似图形	(197)	自我评价	(225)
新课指南	(197)	§ 19.2 勾股定理	(226)
教材解读	(198)	新课指南	(226)
典例剖析	(199)	教材解读	(227)
中考展望	(201)	典例剖析	(228)
课堂小结	(202)	中考展望	(232)
自我评价	(202)	课堂小结	(233)
§ 18.5 图形与坐标	(203)	自我评价	(233)
1. 用坐标来确定位置	(203)	§ 19.3 锐角三角函数	(234)
新课指南	(203)	1. 锐角三角函数	(234)
教材解读	(203)	新课指南	(234)
典例剖析	(204)	教材解读	(235)
中考展望	(206)	典例剖析	(239)
课堂小结	(206)	中考展望	(245)
自我评价	(206)	课堂小结	(245)
2. 图形的运动与坐标	(208)	自我评价	(245)
新课指南	(208)	2. 用计算器求锐角三角函数值	(246)
教材解读	(208)	新课指南	(246)
典例剖析	(211)	教材解读	(247)
中考展望	(213)	典例剖析	(248)
课堂小结	(214)	课堂小结	(250)
自我评价	(214)	自我评价	(250)
章末总结	(216)	§ 19.4 解直角三角形	(251)
本章综合评价	(219)	新课指南	(251)
 		教材解读	(251)
第 19 章 解直角三角形	(222)	典例剖析	(252)
本章视点	(222)	中考展望	(257)
§ 19.1 测 量	(223)	课堂小结	(258)
新课指南	(223)	自我评价	(259)
		章末总结	(261)



本章综合评价	(266)	典例剖析	(283)
中考展望		中考展望	(287)
课堂小结		课堂小结	(288)
自我评价		自我评价	(288)
§ 20.3 机会大小的比较	(290)	新课指南	(290)
教材解读		教材解读	(290)
典例剖析		典例剖析	(292)
中考展望		中考展望	(293)
课堂小结		课堂小结	(294)
自我评价		自我评价	(294)
章末总结		章末总结	(296)
本章综合评价		本章综合评价	(299)
期中学习评价		期中学习评价	(303)
期末学习评价		期末学习评价	(307)
第 20 章 数据的整理与初步处理	(271)		
本章视点	(271)		
§ 20.1 选择合适的图表进行数据整理	(272)		
新课指南	(272)		
教材解读	(272)		
典例剖析	(273)		
中考展望	(276)		
课堂小结	(277)		
自我评价	(277)		
§ 20.2 极差、方差与标准差	(281)		
新课指南	(281)		
教材解读	(281)		



第16章

数的开方

本

章

视

点

一、课标要求与内容分析

1. 本章的课标要求是从实际问题出发,在原有的认知基础上,引进一种新的运算——开方运算,将有理数扩展到实数.实数是后续学习的基础,也是中学阶段(乃至今后)所涉及的主要对象.

2. 本章经历数系的扩展,进一步体验数学的发展源于实际,又作用于实际的辩证关系.让学生在数系扩展的过程中寻找答案,获得新知,从而构建新的知识体系,为今后学习打下坚实的基础.

3. 本章是有理数的扩展,首先学习数的开方,接着学习二次根式和无理数,从而将有理数的概念扩展到了实数.

4. 本章的重点是让学生进行讨论、类比,提出自己的见解,从而由有理数扩充到实数,并掌握平方根及算术平方根的定义、二次根式的意义和运算.难点是二次根式中字母的取值范围的确定及二次根式的化简.

二、学法指导

在教学过程中,要注重将新知识与旧知识进行联系与类比,这样有利于学生建立新的知识体系,同时也能在一定程度上培养学生的合情推理能力,同时还要注意主动参与探索,注重现代信息技术的利用,感到现代信息技术的力量,同时加深对本章知识的理解.



§ 16.1 平方根与立方根

新课指南

1. 知识与技能: 正确理解平方根、算术平方根的联系与区别, 掌握平方根、立方根的性质及开方与乘方的互逆运算.
2. 过程与方法: 通过“试一试”去发现规律, 用自己的语言加以表达, 加深对平方根概念的认识, 并进行类比、讨论和总结, 切实认识到平方根与立方根的异同, 在类比中归纳, 在总结中记忆, 有利于新知识的形成, 也有利于旧知识的巩固.
3. 情感态度与价值观: 会用所学的知识解决实际问题, 要培养自己观察、分析、研究、归纳、探索问题的能力.
4. 重点与难点: 掌握平方根和算术平方根的联系与区别是本节的重点和难点.

教材解读

精华要义

数学与生活

已知正方形的面积是 25 cm^2 .

思考讨论 你知道这个正方形的边长吗? 和你的同学互相交流一下.

知识详解

知识点 1 平方根

如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根.

例如: $\because 3^2 = 9, (-3)^2 = 9, \therefore 9$ 的平方根是 $+3$ 和 -3 .

又如: $\because \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \therefore +\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{3}$ 都是 $\frac{4}{9}$ 的平方根;

$\because 0.5^2 = 0.25, (-0.5)^2 = 0.25, \therefore 0.25$ 的平方根是 ± 0.5 .

如果 $x^2 = a$, 那么 x 就叫做 a 的平方根或二次方根.

由 $x^2 = a$ 可知, a 为正数或零, 即 a 只能为非负数.

知识点 2 平方根的表示方法

一个正数 a 的平方根有两个, 它们互为相反数, 我们用 $\sqrt{a}$ 表示正数 a 的正的平方根, 用 $-\sqrt{a}$ 表示正数 a 的负的平方根, 因此正数 a 的平方根可记作 $\pm\sqrt{a}$. “ $\sqrt{\quad}$ ”中的根指数 2 省略不写. 例如: 0.25 的平方根为 ± 0.5 , 可记作 $\pm\sqrt{0.25} = \pm 0.5$.

【注意】 $\sqrt{0.25} = \pm 0.5$ 是错误的.



知识点 3 平方根的性质

我们知道 $0^2=0$, 所以 0 的平方根是 0, 而非零的并且互为相反数的两个数的平方相等. 例如: $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$, $(-\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$. 所以一个正数的平方根有两个, 它们互为相反数. 由于没有一个数的平方等于负数, 所以负数没有平方根. 如 -9 没有平方根.

由此得到以下结论:

- (1) 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数;
- (2) 0 有一个平方根, 是它本身;
- (3) 负数没有平方根.

知识点 4 算术平方根

I 正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a}$, 读作“根号 a ”. 0 的算术平方根为 0. 由于一个正数 a 的平方根有两个, 它们互为相反数, 因此只要求出算术平方根, 另一个平方根自然就得到了.

II $\sqrt{a}$ 的意义: (1) $a \geq 0$; (2) $\sqrt{a} \geq 0$; (3) $(\sqrt{a})^2 = a$.

例如: 16 的算术平方根为 4, 可记作 $\sqrt{16}=4$.

【注意】 16 的算术平方根为 $\pm\sqrt{16}=4$ 是错误的.

知识点 5 开平方

I 求一个非负数的平方根的运算, 叫做开平方. 例如: 求 100 的平方根, 就是将 100 进行开平方运算, 得 $\pm\sqrt{100}=\pm 10$, 表示 100 的平方根是 +10 和 -10.

II 开平方是一种运算, 而平方根是开平方运算的结果, 开平方运算与平方运算是互逆的. 例如: $(\pm 7)^2=49$ 中, ± 7 叫做底数, 2 叫做指数, 49 叫做幂. 而 49 的平方根, 即 $\pm\sqrt{49}=\pm 7$ 中, 49 叫做被开方数, “ $\sqrt{\quad}$ ”中的根指数 2 省略不写, ± 7 叫做 49 的平方根, 而 +7 叫做 49 的算术平方根, -7 是 49 的算术平方根的反数.

【说明】 我们以前还学过有理数的加、减、乘、除、乘方运算, 它们的计算结果是惟一的, 而开平方运算的结果不一定惟一, 一个正数开平方的结果有两个, 它们互为相反数; 0 开平方的结果惟一, 是 0; 而负数不能开平方.

知识点 6 用计算器直接求一个非负数的算术平方根

用计算器求一个非负数的算术平方根, 要先熟悉计算器的常用键, 如 $\boxed{\text{AC/ON}}$ 键是开机(清除)键, 要关机按 $\boxed{\text{OFF}}$ 键. 那么如何求一个非负数的算术平方根呢? 例如: 求 169 的算术平方根, 在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{1} \boxed{6} \boxed{9} \boxed{=}$, 计算器的显示结果为 13, 所以 169 的算术平方根为 13, 可表示为 $\sqrt{169}=13$. 又如: 求 $\sqrt{2}$, 键入 $\boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{2} \boxed{=}$, 显示 1.414 213 562, 可按要求取近似值.



【说明】 我们所用的计算器是由上海中小学教材改革委员会办公室推荐的,用其他计算器可按其说明操作.常用的计算器有先键入数字的,例如:求 169 的算术平方根,键入 $\boxed{1}\boxed{6}\boxed{9}\boxed{\sqrt{}}$, 计算器的显示结果为 13. 还有一种计算器,依次键入 $\boxed{1}\boxed{6}\boxed{9}\boxed{2ndF}\boxed{\sqrt{y}}\boxed{2}\boxed{=}$, 显示结果为 13 等. 另外如果要输入的数的位数超过了计算器所能显示的最大位数,可用科学记数法的形式输入.

知识点 7 立方根

如果一个数的立方等于 a , 那么这个数就叫做 a 的立方根.

例如: $\because 3^3 = 27$, $\therefore 27$ 的立方根为 3;

$\because (-5)^3 = -125$, $\therefore -125$ 的立方根为 -5.

如果 $x^3 = a$, 那么 x 就叫做 a 的立方根或三次方根.

知识点 8 立方根的表示方法

数 a 的立方根, 记作 $\sqrt[3]{a}$, 读作“三次根号 a ”, 其中 a 是被开方数, 3 是根指数. 例如: $\sqrt[3]{27}$ 表示 27 的三次方根, 结果为 3.

【注意】 在数 a 的三次方根的表示方法中, 根指数 3 容易丢掉. 如果 3 丢掉了, 意义也就变了, 如 $\sqrt[3]{27}$ 表示 27 的立方根, 而 $\sqrt{27}$ 表示 27 的算术平方根.

知识点 9 立方根的性质

由立方根的定义可以得到立方根的性质:

- (1) 正数有一个正的立方根;
- (2) 负数有一个负的立方根;
- (3) 零的立方根是零.

【说明】 (1) 立方根的性质与平方根的性质不同, 负数有立方根, 但没有平方根. 如 -64 的立方根为 -4, 但 -64 没有平方根.

(2) 求带分数的立方根时, 要将带分数先化成假分数. 求负数的立方根时, 不要丢掉负号.

知识点 10 开立方

求一个数的立方根的运算, 叫做开立方. 开立方与立方互为逆运算. 由性质可知, 开立方的结果是惟一的, 这与开平方是不同的. 例如: $-\frac{8}{27}$ 的立方根是 $-\frac{2}{3}$, 而 $-\frac{8}{27}$ 没有平方根; 64 的立方根为 4, 64 的平方根为 ± 8 ; 0 的立方根是 0, 平方根也是 0. 开立方与开平方一样, 也是一种运算.

知识点 11 用计算器求一个数的立方根

用计算器求一个数的立方根, 只需直接按一定顺序按键. 例如: 求 1 331 的立方根, 在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt[3]{}}\boxed{1}\boxed{3}\boxed{3}\boxed{1}\boxed{=}$, 计算器的显示结果为 11, 因此 $\sqrt[3]{1\,331} = 11$. 求一个负数的立方根, 例如: 求 -729 的立方根, 可采取两种方法. 方法 1, 在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt[3]{}}\boxed{-}\boxed{7}\boxed{2}\boxed{9}\boxed{=}$, 显示的结果为 -9. $\therefore \sqrt[3]{-729} = -9$.



方法2,先求729的立方根,再求它的相反数,在计算器上依次键入 $\sqrt[3]{} 7 2 9$
 $=$,显示的结果为9,从而得到 $-\sqrt[3]{729} = -9$.如果求0.385 04的立方根,在计算器
 上依次键入 $\sqrt[3]{} 0 . 3 8 5 0 4 =$,显示的结果为0.727 503 828,可按要
 求取近似值.如果没有特殊说明,一般都是保留四个有效数字,所以 $\sqrt[3]{0.385 04} \approx$
 $0.727 5$.如果用计算器计算 $\sqrt[3]{9.263}$,其结果要求精确到0.01,那么首先在计算器上
 依次键入 $\sqrt[3]{} 9 . 2 6 3 =$,显示的结果为2.100 151 161,然后按要求可得
 $\sqrt[3]{9.263} \approx 2.10$.以上操作方法采用的是由上海中小學生教材改革委员会办公室推荐
 的计算器,如果用其他的计算器可按其说明操作.

思想方法小结 在学习平方根与立方根时,应相应地把结论进行联系、比较,并
 分析结论不同的原因.

两者的联系:都与相应的乘方互为逆运算.

两者的区别:在用符号表示平方根时,根指数2可省略;表示立方根时,根指数3
 不能省略.平方根只有非负数才有,而立方根任何数都有.

知识规律小结 (1) $\sqrt{a}$ 中的两个非负数:① $a \geq 0$;② $a \geq 0$.

(2) $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$, $\sqrt[3]{a^3} = a (a \text{ 为任意数})$.

典例剖析

师生互动

基本概念题

有关基本概念的题目包括:(1)理解平方根及算术平方根的定义,并注意它们的
 区别与联系;(2)理解立方根的定义及其与平方根的区别.

例1 下列各数是否有平方根?如果有,有几个?并说明理由.

(1) $(-2)^2$; (2) $(-3)^3$; (3) 0^3 ; (4) $-a^2$.

【分析】 要判断各数是否有平方根,首先要判断出各个数是正数、零或是负数.
 依据平方根的性质,正数有两个平方根,零的平方根是零,负数没有平方根.

解:(1) $\because (-2)^2 = 4 > 0, \therefore (-2)^2$ 有平方根,有两个.

(2) $\because (-3)^3 = -27 < 0, \therefore (-3)^3$ 没有平方根.

(3) $\because 0^3 = 0, 0$ 的平方根是0, $\therefore 0^3$ 有平方根,有一个.

(4) $\because -a^2 \leq 0, \therefore$ 当 $a=0$ 时,有一个平方根;

当 $a \neq 0$ 时,没有平方根.

【说明】 此题主要考查平方根的性质,由于将来要学习二次根式的分数指数幂
 的表示方法,因此几个小题皆以指数形式出现.

例2 求下列各数的平方根.

(1)16; (2)0.81; (3) $\frac{9}{16}$; (4) $6\frac{1}{4}$; (5) $-(-9)^3$.



〔分析〕 求一个数的平方根,主要是进行平方运算.

解:(1) $\because (\pm 4)^2 = 16, \therefore 16$ 的平方根为 ± 4 , 即 $\pm \sqrt{16} = \pm 4$.

(2) $\because (\pm 0.9)^2 = 0.81, \therefore 0.81$ 的平方根为 ± 0.9 , 即 $\pm \sqrt{0.81} = \pm 0.9$.

(3) $\because \left(\pm \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}, \therefore \frac{9}{16}$ 的平方根为 $\pm \frac{3}{4}$, 即 $\pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}$.

(4) $\because 6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$, 又 $\because \left(\pm \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$,

$\therefore 6\frac{1}{4}$ 的平方根为 $\pm \frac{5}{2}$, 即 $\pm \sqrt{6\frac{1}{4}} = \pm \frac{5}{2}$.

(5) $\because -(-9)^3 = -(-729) = 729$, 又 $\because (\pm 27)^2 = 729$,

$\therefore -(-9)^3$ 的平方根为 ± 27 , 即 $\pm \sqrt{-(-9)^3} = \pm 27$.

小结 由于开平方与平方互为逆运算,因此求一个数的平方根主要采用平方的方法.要理解解题过程的意义,并掌握求一个数的平方根的书写方法.另外要熟记 1~20 的平方.

【说明】 此题的安排由浅入深,整数、分数、小数的形式都有,特别是带分数,首先要化成假分数,再进行求解.(5)题要求熟练应用乘方运算(指数运算),先求出乘方运算的结果,再求平方根.

例 3 求下列各数的算术平方根.

(1) 144; (2) $-(-3.61)$; (3) $(-7)^2$; (4) $8 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2$.

〔分析〕 正数的平方根有两个,它们互为相反数,而正的为算术平方根,因此本题只要求出正数的正的平方根即可.

解:(1) $\because 12^2 = 144$,

$\therefore 144$ 的算术平方根为 12, 即 $\sqrt{144} = 12$.

(2) $\because -(-3.61) = 3.61$, 而 $1.9^2 = 3.61$,

$\therefore -(-3.61)$ 的算术平方根为 1.9, 即 $\sqrt{-(-3.61)} = 1.9$.

(3) $\because (-7)^2 = 49$, 而 $7^2 = 49$,

$\therefore (-7)^2$ 的算术平方根为 7, 即 $\sqrt{(-7)^2} = 7$.

(4) $\because 8 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = 8\frac{1}{36} = \frac{289}{36}$, 而 $\left(\frac{17}{6}\right)^2 = \frac{289}{36}$,

$\therefore 8 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2$ 的算术平方根为 $\frac{17}{6}$, 即 $\sqrt{8 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{17}{6}$.

【注意】 (3)题易出现 $(-7)^2$ 的算术平方根为 -7 的错误;(4)题要先计算,再化成假分数,最后求算术平方根.解题过程中注意不要出现 $\pm \sqrt{144} = 12$ 或 $\sqrt{144} = \pm 12$ 的错误.



例4 求下列各数的立方根.

(1) 343; (2) -0.729 ; (3) $-2\frac{10}{27}$; (4) ± 125 ; (5) $-x^3$.

〔分析〕 求一个数的立方根与求一个非负数的平方根的方法是相同的,也就是用立方运算求一个数的立方根.同时要注意立方根与平方根的性质不同,负数的立方根为负数,而负数没有平方根.

解: (1) $\because 7^3 = 343, \therefore 343$ 的立方根为 7, 即 $\sqrt[3]{343} = 7$.

(2) $\because -0.9^3 = -0.729, \therefore -0.729$ 的立方根为 -0.9 , 即 $\sqrt[3]{-0.729} = -0.9$.

(3) $\because -2\frac{10}{27} = -\frac{64}{27}$, 又 $(-\frac{4}{3})^3 = -\frac{64}{27}$,

$\therefore -2\frac{10}{27}$ 的立方根为 $-\frac{4}{3}$, 即 $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = -\frac{4}{3}$.

(4) $\because 5^3 = 125, \therefore 125$ 的立方根为 5, 即 $\sqrt[3]{125} = 5$.

$(-5)^3 = -125, \therefore -125$ 的立方根为 -5 , 即 $\sqrt[3]{-125} = -5$.

(5) $\because -x^3 = (-x)^3, \therefore -x^3$ 的立方根为 $-x$, 即 $\sqrt[3]{-x^3} = -x$.

小结 要熟练地计算一个数的立方根,最好熟记 1~10 的立方. 求一个负数的立方根,可先求正数的立方根,再取它的相反数,例如: $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = -\sqrt[3]{2\frac{10}{27}} = -\frac{4}{3}$.
用字母可表示为 $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$.

基础知识应用题

本节知识的基本应用包括:理解平方根、算术平方根、立方根的定义及性质.

例5 求下列各式中的未知数 x .

(1) $x^2 - 121 = 0$; (2) $(x-2)^2 = 100$; (3) $25(2y-3)^2 - 64 = 0$.

〔分析〕 此题通过解方程的形式加深对平方根定义的理解,同时为将来学习一元二次方程奠定了基础.

解: (1) $\because x^2 - 121 = 0, \therefore x^2 = 121$ (表示 x 是 121 的平方根),

$\therefore x = \pm \sqrt{121}$, 即 $x = \pm 11$.

(2) $\because (x-2)^2 = 100$ (表示 $x-2$ 是 100 的平方根), $\therefore x-2 = \pm \sqrt{100}$,

即 $x-2 = 10$, 或 $x-2 = -10, \therefore x = 12$, 或 $x = -8$.

(3) $\because 25(2y-3)^2 - 64 = 0, \therefore 25(2y-3)^2 = 64$,

$\therefore (2y-3)^2 = \frac{64}{25}$ (表示 $2y-3$ 是 $\frac{64}{25}$ 的平方根).

$\therefore 2y-3 = \frac{8}{5}$, 或 $2y-3 = -\frac{8}{5}, \therefore y = \frac{23}{10}$, 或 $y = \frac{7}{10}$.

例6 求下列各式的值.

(1) $\sqrt{256}$;

(2) $-\sqrt{0.49}$;