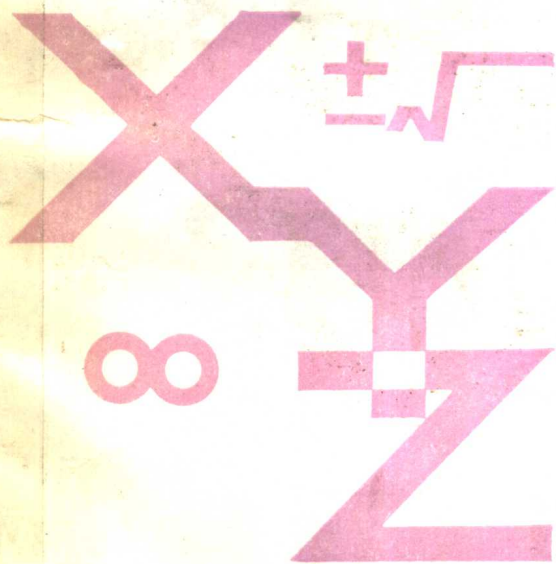


初中数理化
教与学参考丛书

CHUZHONGSHULIHUA
JIAO YU XUE
CANKAO CONG SHU

代数 教与学

翁立强 邵光砚 张亦鸣
周沛耕 陆 乘 王雨群



测绘出版社

初中数理化教与学参考丛书

代数教与学

翁立强 邵光砚 张亦鸣

周沛耕 陆 乘 王雨群

测绘出版社

(京)新登字 065 号

内 容 提 要

本书由北大、北大附中、清华附中极富经验的数学教师,按照《九年义务教育代数教学大纲》的教学体系,结合现行统编教材编写的。全书共分十五章,每章都包括基本内容、例题、习题、全章复习、测验题、参考教案及答案与提示七个部分。在基本内容中,对课程的目的要求、重点和难点,均分别加以说明,特别是对于如何突出重点,解决和分散难点作了重点叙述。配备在各章中有大量的例题、习题和测验题,力图概括全章内容及其应用,其中包括了一些常见的解题方法,便于教师在教学中选用。依照教材的重点和难点,选录编写的一些参考教案,着重对教学过程,对教材的理解、处理以及如何培养学生能力等方面,都作了详尽的说明,可供教师备课时参考。

初中数理化教与学参考丛书

代数教与学

翁立强 邵光砚 张亦鸣 周沛耕 陆 乘 王雨群

*

测绘出版社出版·发行

北京大兴星海印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

*

开本 850×1168 1/32·印张 23·字数 586 千字

1992 年 6 月第一版·1992 年 6 月第一次印刷

印数 0 001—3 100 册·定价 11.80 元

ISBN 7-5030-0357-X/G·34

前 言

“初中数理化教与学参考丛书”是按照国家教育委员会新制订的《九年义务教育全日制中学教学大纲》，结合现行统编教材编写的，是一套面对全国中学教师课堂教学用的书籍。作为文化基础教育用书，具有普及性和广泛性，能够适应社会不同层次的需要。在文字叙述上依照以“阅读为本”的主旨，有利于自学，所以，还适用于广大职工业余自学以及师范院校师生、高中学生参考。

这套丛书包括《几何教与学》、《代数教与学》、《化学教与学》、《物理教与学》四册，是由北京大学、北大附中、清华附中、矿院附中等学校的教师编写的。北京大学李文河担任组织和统稿工作，具体分工如下：

《几何教与学》 陆 乘 王雨群 陆剑鸣

《代数教与学》 翁立强 邵光砚 张亦鸣

周沛耕 陆 乘 王雨群

《化学教与学》 李文亮 李文海

《物理教与学》 蔚道环 孙慧玲 阎淑华

教师是为未来培养人才的，“面向未来”是办教育的一个根本规律。当今所谓“知识爆炸”时代，对迅猛发展的科学技术和技巧而言是合拍的。但是，对于传统的、经典的数学、物理学、化学、生物学等，这些基础学科仍然在当前世界技术革命中发挥着最直接的作用。我们意识到，做学问、学知识如同盖房子一样，必须打好坚实的基础，中学是人的一生中重要的学习阶段，应该切切实实地在打好基础上下功夫。

这套丛书不同于一般的复习参考书和习题集，它具有明显的特点，在各册书中都贯串几条线索，便于查阅。内容大致包括：

基础知识、例题、习题、自我测验题、实验与仪器、内容的归纳与复习、参考教案、答案与提示、附录等几部分，自身形成一种有重心的“生态平衡”，有利于教学参考和自学进修。期望达到，任课教师应用本书就能正常地、有效地进行课堂教学。下面就此作几点介绍：

基础知识是根据九年制义务教育大纲、紧密联系教材和教学实际编写的。着重讲清学习中的难点、疑点及佯谬之处，强调一些极易混淆的重要概念，指明混淆的症结所在。以叙述为主，避免较深的公式和数学推导。对于周围某些事物和自然现象给予科学地、正确地解释。力求从多种渠道围绕归纳到本题上来论述，有助于读者从不同角度加深理解内容中的现象、规律、概念和定律（定理）等。还便于读者有重点地复习掌握教学范围内的基础知识，提高综合运用基本知识、独立分析问题和解决问题的能力，达到学以致用目的。

选择较多的、具有代表性的例题进行剖析。解题过程中，着重讲清解题思路及规律，提明所要解决的问题以及解题的主要方法。

选编的计算题和概念性习题，类型多种多样，并按照由简到繁与由易到难的排列顺序。还选择了一些综合性程度较高的习题，可使读者更好地综合运用所学的内容，进一步提高分析能力、解题的技巧和速度。

在答案与提示中，对于难度较高需要灵活运用知识的综合题，给出必要的提示或解题要点。

还有自我测验题，题型多样、覆盖面广，有模拟考试的作用，既可以提供教师出考题时参考，也可以自作自批、自我检查，以利教师从教学角度考虑问题。

对于以实验为基础的学科课程，实验是教学中不可缺少的重要手段。适量选举一些典型的演示实验，分析实验中的现象和结果。并介绍教学实验仪器的性能，以及一些常用的、便于自制的

简易仪器的方法。通过实验教学，能够培养学生观察现象和动手的能力，能够帮助读者理解和掌握所学的概念和规律，提高分析问题和解决问题的能力。

每章都对内容作归纳和总结，能够使所学知识系统化、条理化，加强章节之间的衔接，便于了解知识的内在联系，起着承前启后的作用。

教案是教学工作的重要组成部分，是提高教学质量的重要手段和可靠保证，它能显示出教师的教学经验和不同的教学风格。教师看懂教材易，进一步深入理解也不难，但是，这还不等于就能够处理好课堂教学。譬如对一堂课，在教学上如何组织，教材如何处理，教学方法的运用，练习和作业的布置等方面……，教学方案的形式是多种多样的，本无成法可依循。我们从当前中学教学的实际出发，根据课程内容的难易繁简，有选择地编写了一些有一定代表性的教案。只是为了提供几种类型，排忧解难开阔思路，把教学要求落到实处，以期在教学上有所裨益。

我们这些在教育第一线上工作了数十年的教育工作者认识到，普及教育的根本目的在于提高全民族的文化素质，所以首先应该强调教学质量和教育的长期效应，特别是义务教育的整体质量。我们抱着踏踏实实为教育办实事的目的，竭尽菲薄之力编成此书。在编写工作中得到学校和单位领导及同志们的支持和帮助，深表谢忱。

由于我们水平所限，对本书存在的缺点和不足之处，敬请读者批评指正。

编 者

1991年3月

目 录

第一章 有理数	(1)
一、基本知识.....	(1)
二、例题.....	(19)
三、习题.....	(26)
四、全章复习.....	(35)
五、测验题.....	(37)
六、参考教案.....	(41)
七、答案与提示.....	(50)
八、附录.....	(55)
第二章 整式的加减法	(58)
一、基本知识.....	(58)
二、例题.....	(70)
三、习题.....	(77)
四、全章复习.....	(83)
五、测验题.....	(85)
六、参考教案.....	(89)
七、答案与提示.....	(100)
第三章 一元一次方程	(108)
一、基本知识.....	(108)
二、例题.....	(129)
三、习题.....	(142)
四、全章复习.....	(149)
五、测验题.....	(150)
六、参考教案.....	(154)

七、答案与提示	(163)
八、附录	(168)
第四章 一元一次不等式	(170)
一、基本知识	(170)
二、例题	(184)
三、习题	(192)
四、全章复习	(198)
五、测验题	(200)
六、参考教案	(203)
七、答案与提示	(213)
第五章 二元一次方程组	(217)
一、基本知识	(217)
二、例题	(240)
三、习题	(250)
四、全章复习	(257)
五、测验题	(258)
六、参考教案	(261)
七、答案与提示	(271)
八、附录	(278)
第六章 整式的乘除	(282)
一、基本知识	(282)
二、例题	(284)
三、习题	(295)
四、全章复习	(297)
五、测验题	(299)
六、参考教案	(300)
七、答案与提示	(307)
第七章 因式分解	(311)
一、基本知识	(311)

二、例题	(312)
三、习题	(329)
四、全章复习	(330)
五、测验题	(332)
六、参考教案	(333)
七、答案与提示	(339)
第八章 分式	(343)
一、基本知识	(343)
二、例题	(353)
三、习题	(379)
四、全章复习	(385)
五、测验题	(386)
六、参考教案	(393)
七、答案与提示	(404)
第九章 数的开方	(410)
一、基本知识	(410)
二、例题	(425)
三、习题	(432)
四、全章复习	(436)
五、测验题	(437)
六、参考教案	(439)
七、答案与提示	(443)
第十章 二次根式	(445)
一、基本知识	(445)
二、例题	(457)
三、习题	(471)
四、全章复习	(477)
五、测验题	(478)
六、参考教案	(482)

七、答案与提示	(486)
第十一章 一元二次方程	(491)
一、基本知识	(491)
二、例题	(523)
三、习题	(543)
四、全章复习	(549)
五、测验题	(552)
六、参考教案	(556)
七、答案与提示	(558)
第十二章 指数	(565)
一、基本知识	(565)
二、例题	(585)
三、习题	(591)
四、全章复习	(595)
五、测验题	(597)
六、参考教案	(601)
七、答案与提示	(604)
第十三章 常用对数	(606)
一、基本知识	(606)
二、例题	(617)
三、习题	(626)
四、全章复习	(630)
五、测验题	(631)
六、参考教案	(633)
七、答案与提示	(640)
第十四章 函数及其图象	(644)
一、基本知识	(644)
二、例题	(657)
三、习题	(673)

四、全章复习.....	(677)
五、测验题.....	(680)
六、参考教案.....	(687)
七、答案与提示.....	(691)
第十五章 解三角形	(695)
一、基本知识.....	(695)
二、例题.....	(698)
三、习题.....	(711)
四、全章复习.....	(713)
五、测验题.....	(714)
六、参考教案.....	(716)
七、答案与提示.....	(720)



第一章 有理数

一、基本知识

(一) 内容

1. 有理数的基本概念.

(1) **具有相反意义的量** 数是由于人类生活的需要和社会生产的发展而产生的. 原始人需要记载狩猎获得猎物的个数而产生了自然数 1、2、3…。由于分配的需要而产生了分数(小数是以 10、100、1000…为分母的分数). 自然数、零和分数是小学算术中所学过的数. 在实际生活和生产中我们常常遇到这样的一对量, 如: 零上 5°C 和零下 5°C ; 运进 300 公斤货物和运出 300 公斤货物; 某地高出海平面 1000 米和某地低于海平面 500 米, 收入 35 元和支出 20 元…, 这些例子中的每一对量都包含了两种互为相反的意义, 我们称它们为具有相反意义的量. 如果用小学算术中的数表示一对具有相反意义的量中的一种, 那么另一种用什么数表示才能区分开这两种互为相反的意义呢?

(2) **正数和负数** 为了解决上面提出的问题, 就必须引进新的数. 我们把具有相反意义的量中的一种意义规定为“正”, 则另一种意义为“负”. 用小学算术中的数前面放上“+”号(读作正)所组成的数表示前者, 用小学算术中的数前面放上“-”号(读作负)所组成的数表示后者. 如: 在表示温度时, 若规定零上为正, 则零上 5°C 表示为 $+5^{\circ}\text{C}$; 零下 5°C 表示为 -5°C .

(+5 和 -5 分别读作正 5 和负 5.) 在表示运送货物时, 若规定运进为正, 则运进 300 公斤表示为 +300 公斤, 运出 300 公斤表示为 -300 公斤. 在表示海拔高度时, 若规定高出海平面为正, 则高出海平面 1000 米和低于海平面 500 米分别表示为 +1000 米

和-500米。在表示收支钱数时，若规定收入为正，则收入35元和支出20元分别表示为+35元和-20元。

我们把+5、+300、+1000、+35…这些在小学算术中的数前面放上“+”号所组成的数叫做正数，把-5、-300、-500、-20…这些在小学算术中的数前面放上“-”号所组成的数叫做负数。如： $+3.5$ 、 $+3\frac{1}{7}$ 是正数， $-\frac{2}{7}$ 、-5.2是负数。

注意：

①正数前面的正号可以省略不写，现在的正数就是小学算术中的数。负数前面的负号必须写负数是我们引入的新产生的数。

②现在我们见到的正数就是小学算术中的数，因此它的性质、大小比较和四则运算法则仍遵守小学算术中的规律。

如： $(+5) + (+7) = 5 + 7 = 12$ 。

$$(+7) - (+3\frac{1}{2}) = 7 - 3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

因为 $+7\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ 、 $+3\frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$ ，所以 $+7\frac{1}{2} > +3\frac{1}{3}$ 。

③0不是正数也不是负数， $+0=0$ ， $-0=0$ 。由小学算术中的比大小的法则可得出：任何一个正数都大于零。

④对于具有相反意义的量，我们可以任意规定其中哪一种意义为正。如：若规定向东为正，则+5米和-2米分别表示向东5米和向西2米。若规定向西为正，则+5米和-2米分别表示向西5米和向东2米。

(3) **有理数** 在小学算术中，我们把自然数和零总称为整数。引入正负数概念后，我们把自然数也称为正整数，把自然数前添上“-”号所组成的负数称为负整数。这样，整数就包括

了：正整数、零、负整数三类数。同样我们把小学算术中的分数（添上“+”号或省略“+”号）叫做正分数、将其前面添上“-”号的分数称为负分数。这样，分数就包括正分数和负分数两类数。负整数和负分数是我们新引进的数。

我们把整数和分数统称为有理数。

$$\text{有理数} \begin{cases} \text{整数} \begin{cases} \text{正整数(即自然数).} \\ \text{零.} \\ \text{负整数.} \end{cases} \\ \text{分数} \begin{cases} \text{正分数.} \\ \text{负分数.} \end{cases} \end{cases} \quad (\text{小数是特殊的分数})$$

注意：

①“正数、零、负数统称为有理数”的说法是不正确的。这是因为今后将要学习的无理数中也有正无理数和负无理数之分。

②因为整数可表示为分母为1的形式的数，如 $5 = \frac{5}{1}$ ，

$-3 = \frac{-3}{1}$... 所以有理数也可以看作是能表示为 $\frac{m}{n}$ （其中 m 、 n 为互质的整数）形式的数，并常以此和无理数相区别。

（4）相反数 +4 与 -4 这一对有理数，只有符号不同，我们称它们互为相反数，其中一个数叫另一个数的相反数，+4 的相反数是 -4；-4 的相反数是 +4。同样 -3.2 和 $+3\frac{1}{5}$ 也是一对互为相反数的数，-3.2 是 $+3\frac{1}{5}$ 的相反数， $+3\frac{1}{5}$ 也是 -3.2 的相反数。

因为 $+0=0=-0$ ，所以零的相反数是其本身。

注意：

①数字前面的“+”号可以省略不写，如： $+3.2=3.2$ ，所以在一个数的前面添上一个“+”号仍得原数。我们用字母 a 表

示任意一个数，则 $+a=a$ 。

② -3.2 是 3.2 的相反数， -3.2 是在 3.2 前面添上“-”号而得的数，所以在一个数前面添上一个“-”号就得到原数的相反数。用字母 a 表示任意一个数，则 $-a$ 是 a 的相反数。

$$\begin{aligned} \text{由上述结论可以得出：} &+(-2)=-2, \quad +\left(+1\frac{1}{3}\right)=+1\frac{1}{3}, \\ &-(-2)=+2, \quad -\left(+1\frac{1}{3}\right)=-1\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

③ 零是唯一的具有“相反数就是本身”这一特殊性质的数。除零以外任何一个有理数 a 与其相反数 $-a$ 是不相等的，即当 $a \neq 0$ 时， $a \neq -a$ 。若 $a = -a$ ，则 $a = 0$ 。

(5) **绝对值** 在小学算术中的数 4 前面添上“+”号得 +4，在 4 前面添上“-”号得 -4，我们把 +4 与 -4 这一对互为相反数的数去掉“±”号后的数 4 叫做 +4 和 -4 的绝对值。+4 的绝对值是 4 表示为 $|+4|=4$ ，-4 的绝对值是 4 表示为 $|-4|=4$ 。

由 $|+4|=4=+4$ ， $\left|+7\frac{1}{2}\right|=7\frac{1}{2}=+7\frac{1}{2}$ ，得出：
正数的绝对值就是它本身。

由 $|-4|=4=+4$ ， $\left|-7\frac{1}{2}\right|=7\frac{1}{2}=+7\frac{1}{2}$ ，+4 是 -4 的相反数， $+7\frac{1}{2}$ 是 $-7\frac{1}{2}$ 的相反数，得出：负数的绝对值等于它的相反数。

$|+0|=0=|-0|$ ，即：零的绝对值仍为零。

若以字母 a 表示任意有理数，则：

当 a 是正数或零时， $|a|=a$ ；

当 a 是负数或零时， $|a|=-a$ （ $-a$ 表示 a 的相反数）；

当 $a=0$ 时， $|a|=0$ 。

反之, 当 $|a| = a$ 时, a 必为正数或零;

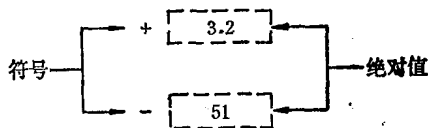
当 $|a| = -a$ 时, a 必为负数或零;

当 $|a| = 0$ 时, $a = 0$.

注意:

①任何一个有理数都是由绝对值和“ $\pm$ ”号两部分组成的.

如:



②绝对值相等, 符号相反的两个数互为相反数, 如 -5 和 $+5$; $-1\frac{3}{4}$ 和 $1.75\dots$. 一般规律为: $|a| = |-a|$, 即互为相反数的两个数绝对值相等.

2. 有理数的大小比较.

(1) 用数轴上的点表示有理数 数轴是一条有原点、有正方向、规定了单位长度的直线.

原点: 表示数零的点, 以字母 O 标出;

方向: 一般规定从左到右的方向为正, 以箭头表示.

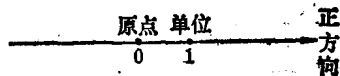


图 1-1(1)

单位: 从原点始在数轴上向正向截取一条线段, 令其长度为单位 1. 如图 1-1(1).

用数轴上原点右侧的点表示正数. 如: 用数轴上位于原点右侧与原点距离为 3 个长度单位的点 A 表示 $+3$. 用数轴上位于原点右侧与原点距离为 1.5 个长度单位的 B 点表示 $+1.5$.

用数轴上原点左侧的点表示负数, 如 -2 用数轴上原点左侧与原点距离为 2 的点 C 表示, -3.5 用位于原点左侧与原点距离为 3.5 的点 D 表示. 如图 1-1(2).

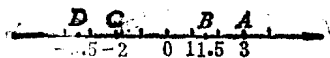


图 1-1(2)

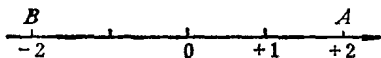
一切有理数都可以用数轴上的点表示。

注意：

- ①数轴上单位 1 的长度可根据要表示的数的大小来定。
- ②数轴的原点 O 表示数零，恰为正、负数的分界点。
- ③表示有理数的点没有充满整条数轴。

(2) 相反数和绝对值的几何意义

$+2$ 与 -2 是一对相反数，它们各用数轴上位于原点右侧和左侧与原点距离均为 2 个长度单位的点 A 和点 B 表示，如下图



我们不难看出表示 $+2$ 和 -2 这一对相反数的点 A 和点 B 恰好关于原点 O 为对称。一般地：表示一对相反数的数轴上的两点关于原点为对称。

因为 $|+2| = 2$ ， $|-2| = 2$ ，表示 $+2$ 和 -2 的点 A 和 B 到原点的距离均为 2。所以我们不难得出结论：一个数的绝对值就是表示这个数的数轴上的点与原点的距离。

(3) 有理数的大小比较 正有理数和零就是小学算术中的数，它们之间的大小比较仍依算术中的比大小的法则进行。如 $+$

$$1.5 < +3, +\frac{2}{3} < +\frac{4}{5} \dots, \text{并且所有正有理数都比零大, 如} \\ +\frac{1}{13} > 0 \dots.$$

我们把所有的有理数都表示在数轴上后，发现所有表示正数的点都位于原点右侧，对于数轴上位于原点右侧的点越靠右边则