

● 中学基础知识自测丛书 ●

初中数学自测手册

原新晓 编著

知 识 出 版 社

中学基础知识自测丛书

初中数学自测手册

原新晓 编著

知识出版社出版

(北京阜成门北大街 17 号)

新华书店总店北京发行所发行 国营五二三厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 10.875 字数 229 千字

1988 年 3 月第 1 版 1988 年 3 月第 1 次印刷

印数 1 — 186300

ISBN 7-5015-0130-0/G·22

定 价: 1.90 元

内 容 简 介

本书以初中数学教学大纲为准绳，以全国统编教材为依据，针对学生学习初中数学时存在的问题和常见的错误以及近年中考题型的分析而编写。全书分代数、平面几何与三角和附录三部分，从检测目的、自测题、解答与提示和常见错误分析各个方面提供读者系统地自我检测掌握初中数学内容和灵活运用的程度，帮助读者提高解题技能技巧，开拓解题思路。书末附有初中数学学习指导和北京市1937年初中毕业、升学统一考试数学试卷、答案及评分标准。

本书题型齐全，解答、分析详尽，指导得法，是初中生、尤其是初三学生的课外读物，也可作为高中生、在职职工、自学青年学习应考数学的参考书，并对教师进行初中数学教学有较好的启发。

前 言

《中学基础知识自测丛书》是为中学生、特别是高初中毕业生编写的一套培养自测能力、提高解题水平的学习参考书，对于正在自学中学课程的在职职工同样也有指导作用。

中学生在学习期间，需要培养多方面的学习能力，其中有一项就是自测能力，即能够独立地对自己学习基础知识、灵活运用知识的情况进行检查。有了这种能力，就可以逐步提高解题水平，从而使学习成绩稳步提高。自测能力不仅在平时学习中不可缺少，在进行系统复习、迎接升学考试时更显得十分重要，就是对中学毕业后继续学习也是很有帮助的。

在不少中学生和自学青年中，对于学习状况的检查总是依赖老师，而忽视把它作为一种能力来加以培养。到毕业系统复习时，由于缺少这种能力，对于自己复习的结果往往感到心中无数，练习题虽然做了不少，但总感到提高不大。因此，许多中学生希望能读到有关培养自测能力方面的参考书，以给他们帮助和启迪。正是基于这样的目的，我们编写了《中学基础知识自测丛书》奉献给广大读者。

本丛书以培养自测能力、提高解题水平为目的，每册均包括以下几个方面的内容：考察基础知识和灵活运用知识能力的各类典型题型；选题的目的及说明；正确答案和解题思路与技巧；常见错误类型及原因分析；学习方法指导等。

参加本丛书编写工作的主要是北京市第五中学的教师，还有北京市其他中学的教师。编写者都是从教几十年如今仍在教学第一线上的骨干，他们将几十年教学中积累的经验加以认真总结、提炼编成本丛书。

由于水平所限，不妥之处在所难免，诚恳希望广大读者批评指正。

编者

1987年7月于北京

目 录

第一章 实数的概念和运算	(1)
检测目的.....	(1)
自测题.....	(1)
解答与提示.....	(10)
常见错误分析.....	(26)
第二章 代数式的恒等变形	(23)
检测目的.....	(23)
自测题.....	(24)
解答与提示.....	(28)
常见错误分析.....	(39)
第三章 代数方程和方程组	(47)
检测目的.....	(47)
自测题.....	(47)
解答与提示.....	(53)
常见错误分析.....	(92)
第四章 指数和对数	(102)
检测目的.....	(102)
自测题.....	(102)
解答与提示.....	(106)
常见错误分析.....	(123)
第五章 函数及其图象	(125)

检测目的·····	(125)
自测题·····	(125)
解答与提示·····	(132)
常见错误分析·····	(152)
第六章 不等式 ·····	(157)
检测目的·····	(157)
自测题·····	(157)
解答与提示·····	(160)
常见错误分析·····	(173)
第七章 直线、相交线和平行线 ·····	(176)
检测目的·····	(176)
自测题·····	(176)
解答与提示·····	(179)
常见错误分析·····	(186)
第八章 三角形 ·····	(188)
检测目的·····	(188)
自测题·····	(188)
解答与提示·····	(193)
常见错误分析·····	(210)
第九章 四边形 ·····	(215)
检测目的·····	(215)
自测题·····	(215)
解答与提示·····	(217)
常见错误分析·····	(234)
第十章 相似形 ·····	(237)
检测目的·····	(237)

自测题.....	(237)
解答与提示.....	(240)
常见错误分析.....	(255)
第十一章 圆	(263)
检测目的.....	(263)
自测题.....	(264)
解答与提示.....	(267)
常见错误分析.....	(287)
第十二章 三角函数和解三角形	(290)
检测目的.....	(290)
自测题.....	(290)
解答与提示.....	(295)
常见错误分析.....	(311)
附 录	
学习指导.....	(317)
北京市 1987 年初中毕业、升学统一考试	
数学试卷.....	(324)
试卷答案及评分标准.....	(327)

第一章 实数的概念和运算

检测目的

一、理解掌握有理数、数轴、相反数、绝对值等概念，会比较有理数的大小。

二、理解有理数的加、减、乘、除、乘方的意义，掌握有理数的运算法则、运算律和运算顺序，能熟练地进行有理数的加、减、乘、除、乘方及其混合运算。

三、理解掌握有关平方根、算术平方根、立方根、 n 次方根的概念，弄清平方根与算术平方根的区别与联系。

四、初步理解有效数字的概念，会查平方表、立方表、平方根表与立方根表。

五、初步了解实数与数轴上的点的一一对应关系，并能比较实数的大小和进行较简单的一些实数运算。

六、初步运用反证法去证明一些代数问题。

自测题

1. 判断下列命题是否正确，正确的在括号内画“√”，错误的画“×”：

(1) 不论 a 是什么实数， $2a$ 一定是偶数；

- ()
- (2) 不论 a 是什么实数, a^2 永远大于零; ()
- (3) 一个整数的倒数都小于这个整数; ()
- (4) 一个负数的相反数都大于这个负数; ()
- (5) 两个数中, 较大的数的绝对值也较大; ()
- (6) π 等于 3.14; ()
- (7) 对任意实数 b , $-b$ 一定是负数; ()
- (8) 对任意实数 a 和 b , $|a-b|=|b-a|$ 恒成立; ()
- (9) 两个正实数的和比这两个实数都大; ()
- (10) 两个负实数的和比这两个实数都小; ()
- (11) 两个正实数的积比这两个实数都大; ()
- (12) 两个负实数的积比这两个实数都小; ()
- (13) 如果分数 $\frac{b}{a}$ 小于 1, 那么 $b < a$; ()
- (14) 无限小数都是无理数。

2. 填空:

- (1) 比 $-1\frac{1}{2}$ 大 而 比 $3\frac{1}{2}$ 小的所有非负整数是_____.
- (2) 一个数的倒数的相反数是 $3\frac{1}{2}$, 这个数是_____.
- (3) 若 $2a > a$, 则 a _____.
- (4) 若两个数相乘积为零, 则这两个数_____.
- (5) 若两个数绝对值的和为零, 则这两个数_____.
- (6) 若 $a, -b$ 互为倒数, 那么 $ab =$ _____.
- (7) 当 $m < -5$ 时, $|m| + |m+5|$ 等于_____.
- (8) 若 $|a+b| = |a| + |b|$, 则_____.
- (9) 一个数的相反数是它本身, 则这个数是_____.
- (10) 一个数的倒数是它本身, 则这个数是_____.
- (11) 一个数的绝对值是它本身, 则这个数是_____.
- (12) 一个数的算术平方根是这个数本身, 则这个数是_____.
- (13) 若实数 $\frac{a}{|a|} = -1$, 则 a 是_____.
- (14) 一个数的平方比这个数大, 则这个数是_____.
- (15) 一个数的倒数比这个数大, 则这个数是_____.
- (16) 用科学记数法表示: $6500^2 =$ _____.
- (17) 由四舍五入法得到的近似数 0.0102 精确到_____分位, 有_____有效数字, 它们是_____.
- (18) 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{x^2} - 2x + 1 =$ _____.

(19) $a > b > 0$, 当 x _____ 时, $\frac{\sqrt{a-b}}{x-a}$ 有意义.

(20) 当 x 为 _____ 时, $\frac{\sqrt{x}}{|x|-1}$ 有意义.

3. 把下列各数: $\frac{3}{4}$, $\lg 0.01$, $-\cos 30^\circ$, 2.5 ,
 -2.5% , 2π , $1.\dot{3}$, $\sqrt{2}+1$, $-\sqrt{(-3)^2}$, $(\sqrt{\lg 100})^2$,
 $-|-\sqrt{3}|$ 填在相应的大括号里:

负实数集合: { _____ };

无理数集合: { _____ };

正有理数集合: { _____ }.

4. 下列各数中, 哪两个互为相反数? 哪两个互为倒数? 哪两个互为负倒数?

4 , $\sqrt{2}-1$, 0.25 , $\lg 3$, $\left(-\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{5}-2$,

$1-\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\lg \frac{1}{3}$, $\sqrt{5}+2$.

5. “ $a+b$ ” 与 “ $a-b$ ” 是否是互为相反数?

6. 计算下列各式:

(1) $a+|a|$; (2) $(a-1)+|a-1|$;

(3) $|a+2|+|a-2|$.

7. 设 x 为实数, 试不用绝对值符号写出下列式子的表达式:

(1) $|8x+5|$; (2) $|2x-3|$;

(3) $|x-2|+|x+1|$.

8. 已知 $|a|=2$, $|b|=3$, 求 $a+b$ 的值.

9. $\sqrt{2a+1} + |3b-2| = 0$, 求 a 和 b 的值.

10. 比较下列每组三个数的大小:

(1) π , 3.1415 , $\frac{22}{7}$;

(2) $-\frac{5}{6}$, $-\frac{6}{7}$, -0.85 .

11. 下列各数中, 最小的正数是哪一个:

$$10 - 3\sqrt{11}, \quad 3\sqrt{11} - 10, \quad 18 - 5\sqrt{13},$$

$$51 - 10\sqrt{26}, \quad 10\sqrt{26} - 51.$$

12. 如果 $\sqrt{a^2} + |b| = b - a$, 那么 a, b 在数轴上的大概位置在哪儿?

13. x 是什么实数时, 下列各式成立:

(1) $|(x-3) + (x-8)| = |x-3| + |x-8|$;

(2) $|(5x+4)(3x-7)| = (5x+4)(3x-7)$;

(3) $\left| \frac{x-3}{2-x} \right| = \frac{3-x}{2-x}$.

14. 当 x 是实数时, 下列方程有解吗? 为什么?

(1) $(x+4)^2 + x^2 - 6x + 9 = 0$;

(2) $|5x+6| + |7-3x| + 4 = 0$.

15. 化简: $\frac{|x+1|}{x+1} + \frac{|x-2|}{x-2} \quad (-1 < x < 2).$

16. 解方程: $|x-3| = 2$.

17. 解下列方程:

(1) $|3x-2| = \frac{1}{2}$; (2) $|x+1| + 2 = 3$.

18. 已知 $|x| = 5$, $\sqrt{y^2} = 2$, 计算 $x+y$.

19. 用 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为正整数) 的形式, 表示下列各数:

- (1) 6,910,000;
- (2) 地球的体积约为1080,000,000,000 立方公里;
- (3) 地球赤道半径约为 6,371,000 米;
- (4) 一光年约等于 9,000,000,000 公里.

20. 查表计算:

- (1) 8.009^2 ;
- (2) 5.3^2 ;
- (3) 707^2 ;
- (4) 0.03654^2 ;
- (5) -42.8^2 ;
- (6) $(-0.39251)^2$;
- (7) 2.3^3 ;
- (8) 1.910^3 ;
- (9) 2.0153^3 ;
- (10) -0.03078^3 ;
- (11) $4.74^2 + 7.58^2$;
- (12) $13.5^3 + (-21.7)^2 - 18.9^2$.

21. 填空:

(1) 若一个有理数的平方根与立方根是同一个数, 那么这个有理数是_____;

(2) 8 的算术平方根是_____;

0.09 的平方根是_____;

-8 的立方根是_____;

(3) 如果 $\sqrt{a^2} = -a$, 那么 a _____;

(4) 查表得 $\sqrt{7.534} = 2.745$, 那么 $\sqrt{753.4} =$ _____;

(5) 已知 $\sqrt[3]{0.498} = 0.7926$, 那么 $\sqrt[3]{\quad} = 7.926$.

22. 计算:

$$(1) 3\frac{1}{4} - \left(+4\frac{5}{12}\right) - \left(-12\frac{1}{6}\right) + \left(2\frac{1}{3}\right) - \left(+5\frac{1}{6}\right)$$

$$-\left(-2\frac{1}{4}\right);$$

$$(2) 3.75 - \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + 4\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6} \right].$$

23. 计算:

$$(1) (-2) \times (-3) \times (+5) \times (-12) \div (-5);$$

$$(2) \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) \times (-0.25) \times \frac{4}{5}.$$

24. 计算:

$$(1) \left[2\frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} \times \sqrt[3]{-8} \div \frac{1}{6} \right] \times (-6);$$

$$(2) -0.75^2 \div \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^6 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2.$$

25. 用简便方法计算下列各题:

$$(1) \left(-2\frac{1}{2}\right) + \left[\left(\frac{5}{6} - 0.5\right) + 1\frac{1}{6}\right];$$

$$(2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{7}{12}\right) \times 24;$$

$$(3) \left[2\frac{7}{9} + \left(-13\frac{4}{7}\right) \right] - \left[\left(-11\frac{4}{7}\right) + \left(+6\frac{7}{9}\right) \right];$$

$$(4) \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{4}{45} - 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-2\frac{1}{3}\right);$$

$$(5) (-1155) \div [(-11) \times (+3) \times (-5)];$$

$$(6) 170000 \div (-16) \div (-25) \div (-25);$$

$$(7) (-125) \div 3 + (-62) \div 3 + (+187) \div 3;$$

$$(8) (-4763 \div 47 + 80 \div 47 - 17 \div 47) \div (-5^2 - 8^2 - 11);$$

$$(9) \left(16\frac{24}{31} - 24\frac{16}{21}\right) \div 8 \div 65 \times (-7);$$

$$(10) 3\frac{1}{7} \times \left(3\frac{1}{7} - 7\frac{1}{3}\right) \times \frac{7}{22} \div 1\frac{1}{21};$$

$$(11) \left(10\frac{3}{4}\right)^2 - \left(5\frac{1}{4}\right)^2;$$

$$(12) 5.99^2.$$

26. 计算:

$$(1) 5\frac{3}{4} - 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{4}\right] \div \frac{2}{5};$$

$$(2) (-3)^2 - \left(1\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{2}{9} - 6 \div \left| -\frac{2}{3} \right|;$$

$$(3) 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{6}{11}\right) + 0.25 - (-2)^3 \div \left(-2\frac{2}{3}\right)^2;$$

$$(4) 18 \div (-3^2) - |2^4 - (-29) \times (-2)|;$$

$$(5) -2^2 + (-2)^2 - (-1)^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{6} - \left| -1 \right|;$$

$$(6) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (-6.5) \times \frac{4}{13} + (-2)^4 \div [(-2)^3 + 2];$$

$$(7) [(-5)^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 15] \times 8 \div 7 + 1;$$

$$(8) -2^3 \div \left(-1\frac{1}{3}\right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{11}\right) - [0 + (-1)^4$$

$$+ 7 \times (-1) \div 3.5]^2 \div (-2)^2;$$

$$(9) -2^2 - \left| -1\frac{1}{2} \right| \times 3\frac{1}{3} - \left| -1^3 \right| \times \left[\left| -2 \right| + \frac{1}{5} \right.$$

$$\left. + \left(-\frac{1}{10}\right) \right] + \left[-(-1^2) - 4 + (-5) \times 2\frac{1}{2} \right]^2;$$

$$(10) \left(2\frac{1}{3}\right)^2 - 1\frac{1}{6} \times \frac{5}{7} - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + 0 \div \frac{2}{5} \\ - \left[21 \times \left(3\frac{1}{7} - 7\frac{1}{3}\right) \times \frac{7}{22} \div 3\frac{1}{2}\right]^2;$$

$$(11) \frac{3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times 1\frac{1}{2} - 4 \times \left(1\frac{1}{2}\right)}{2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1};$$

$$(12) (-1)^n \times 2.5^2 \times 4^2 - 3^2 \div 1\frac{4}{5} \quad (n \text{ 为正整数}).$$

$$27. \text{ 计算: } \sqrt{5} + \frac{1}{7} - \left(4.375 - \frac{4}{3}\right) \quad (\text{精确到} 0.01).$$

$$28. \text{ 计算: } \left(2\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(-1\frac{61}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} - (-1)^{-4} + \\ (2^{-1} + 4^{-2})^{\frac{1}{2}} \times (-2)^0.$$

$$29. \text{ 计算: } \log_5 120 - 5 \log_5^2 - 2 \log_5 (1 - 5^{-2}) \\ + \log_5 (0.2 - 5^{-3}).$$

30. 计算:

$$(1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} - (\pi)^0 + \left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}};$$

$$(2) 0.25(-2)^5 - \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{9} - \sqrt{7})^0 \\ + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \left| -\frac{11}{8} \right| + \left(\frac{81}{64}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$(3) \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}};$$

$$(4) \sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{5}{2} + \sqrt{6}}.$$