

标准化题型 解题思路精析

几何·初中三年级用

山西高校联合出版社

标准化题型解题思路精析

(几何·初三年级用)

薛喜娥 耿淑云
畅俊 芦云飞

山西高校联合出版社

责任编辑:张小芒

封面设计:阿 媛

标准化题型解题思路精析

(几何·初三年级用)

薛喜娥 耿淑云

畅 俊 卢云飞

*

山西高校联合出版社出版发行

(邮编:030012 太原市并州路 267 号)

各地新华书店发行 山西省新闻出版局老龄委晋阳印刷厂印刷

*

开本:32K 印张:31.5 个印张 字数:673.9 千字

1996 年 1 月第 1 版 1996 年 1 月 第 1 次印刷

印数:1—10000 册

*

ISBN 7-81032-836-0
0·77 全套定价:26.40 元

目 录

第六章 解直角三角形.....	(1)
一 锐角三角函数.....	(1)
6.1 正弦和余弦	(1)
练习(第3页).....	(1)
练习(第9页).....	(1)
练习(第13页)	(3)
练习(第15页)	(3)
练习(第16页)	(5)
习题 6.1	(6)
6.2 正切和余切.....	(12)
练习(第23页).....	(12)
练习(第24页).....	(12)
练习(第28页).....	(14)
想一想(第28页).....	(15)
习题 6.2	(16)
二 解直角三角形	(25)
6.3 解直角三角形.....	(25)
练习(第35页).....	(25)
6.4 应用举例.....	(27)
练习(第37页).....	(27)
练习(第38页).....	(28)
练习(第40页).....	(29)
练习(第41页).....	(30)

习题 6.3	(31)
复习题六	(39)
自我测验六	(49)
第七章 圆	(54)
一 圆的有关性质	(54)
7.1 圆	(54)
练习(第 64 页)	(54)
练习(第 66 页)	(55)
练习(第 70 页)	(56)
7.2 过三点的圆	(57)
练习(第 73 页)	(57)
练习(第 75 页)	(58)
7.3 垂直于弦的直径	(59)
练习(第 78 页)	(59)
练习(第 79 页)	(59)
练习(第 81 页)	(61)
习题 7.1	(62)
7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(73)
练习(第 88 页)	(73)
练习(第 90 页)	(73)
想一想(第 90 页)	(74)
7.5 圆周角	(75)
练习(第 93 页)	(75)
练习(第 95 页)	(75)
练习(第 96 页)	(76)
7.6 圆的内接四边形	(77)

练习(第 98 页).....	(77)
习题 7.2	(78)
二 直线和圆的位置关系	(86)
7.7 直线和圆的位置关系.....	(86)
练习(第 105 页)	(86)
7.8 切线的判定和性质.....	(87)
练习(第 106 页)	(87)
练习(第 109 页)	(88)
练习(第 111 页)	(89)
7.9 三角形的内切圆.....	(90)
练习(第 114 页)	(90)
习题 7.3	(91)
7.10 切线长定理	(99)
练习(第 120 页)	(99)
7.11 弦切角.....	(101)
练习(第 123 页).....	(101)
练习(第 124 页).....	(101)
7.12 和圆有关的比例线段.....	(103)
练习(第 126 页).....	(103)
练习(第 128 页).....	(104)
练习(第 130 页).....	(107)
想一想(第 130 页).....	(108)
习题 7.4	(109)
三 圆和圆的位置关系.....	(122)
7.13 圆和圆的位置关系.....	(122)
练习(第 138 页).....	(122)

练习(第 139 页).....	(122)
7.14 两圆的公切线.....	(124)
练习(第 142 页).....	(124)
练习(第 145 页).....	(125)
7.15 相切在作图中的应用.....	(127)
练习(第 148 页).....	(127)
做一做(第 150 页).....	(128)
习题 7.5	(129)
四 正多边形和圆.....	(141)
7.16 正多边形和圆.....	(141)
练习(第 157 页).....	(141)
练习(第 161 页).....	(142)
想一想(第 161 页).....	(142)
7.17 正多边形的有关计算.....	(144)
练习(第 163 页).....	(144)
练习(第 165 页).....	(144)
7.18 画正多边形.....	(145)
练习(第 168 页).....	(145)
练习(第 171 页).....	(146)
习题 7.6	(147)
7.19 圆周长、弧长	(159)
练习(第 176 页).....	(159)
练习(第 178 页).....	(160)
7.20 圆、扇形、弓形的面积.....	(161)
练习(第 181 页).....	(161)
练习(第 183 页).....	(162)

练习(第 185 页).....	(162)
想一想(第 185 页).....	(165)
习题 7.7	(166)
想一想(第 189 页).....	(179)
想一想(第 191 页).....	(181)
7.21 圆柱和圆锥的侧面展开图.....	(182)
练习(第 194 页).....	(182)
习题 7.8	(182)
复习题七.....	(187)
自我测验七.....	(217)
1995 年全国部分省市中考试题选	(223)
1. 北京市.....	(223)
2. 北京市海淀区.....	(227)
3. 山西省.....	(231)
4. 河南省.....	(237)
5. 河北省.....	(241)
答案:	(247)
1. 北京市.....	(247)
2. 北京市海淀区.....	(258)
3. 山西省.....	(270)
4. 河南省.....	(277)
5. 河北省.....	(281)

第六章 解直角三角形

一 锐角三角函数

6.1 正弦和余弦

练习(第3页)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角,如果 $\angle A=60^\circ$,那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比值是多少?

答案: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【精析】

在 $RT\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$,则 $\angle B=30^\circ$

设斜边为 $2x$,则 $\angle B$ 的对边为 x , $\angle A$ 的对边为 $\sqrt{3}x$,所以 $\angle A$ 的对边与斜边的比为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

练习(第9页)

2. (1) 已知 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$,且 $\angle B = 90^\circ - \angle A$,求 $\sin B$;

(2) 已知 $\sin 67^\circ 18' = 0.9225$,求 $\cos 22^\circ 42'$;

(3) 已知 $\cos 4^\circ 24' = 0.9971$,求 $\sin 85^\circ 36'$.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ,先根据下列条件求出 $\angle A$ 的正弦值和余弦值,然

后说出 $\angle B$ 的正弦值和余弦值。

$$(3)b=2, c=\sqrt{29}; (4)a=4\sqrt{5}, b=8$$

答案:

$$2. (1)\frac{\sqrt{2}}{2}; (2)0.9225; (3)0.9971$$

$$3. (3)\sin A = \frac{5\sqrt{29}}{29}, \cos A = \frac{2\sqrt{29}}{29},$$

$$\sin B = \frac{2\sqrt{29}}{29}, \cos B = \frac{5\sqrt{29}}{29};$$

$$(4)\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}, \cos A = \frac{2}{3};$$

$$\sin B = \frac{2}{3}, \cos B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

【精析】

$$2. (1)\sin B = \sin(90^\circ - A) = \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(2)\cos 22^\circ 42' = \cos(90^\circ - 67^\circ 18') = \sin 67^\circ 18' = 0.9225$$

$$(\text{注: } 90^\circ - 67^\circ 18' = 89^\circ 60' - 67^\circ 18' = 22^\circ 42')$$

$$3. (4)c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + 8^2} = \sqrt{144} = 12,$$

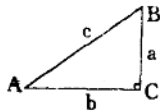
$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3},$$

$$\cos A = \frac{b}{c} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3},$$

$$\sin B = \sin(90^\circ - A) = \cos A = \frac{2}{3},$$

$$(\text{或 } \sin B = \frac{b}{c} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}),$$

$$\cos B = \cos(90^\circ - A) = \sin A = \frac{\sqrt{5}}{3},$$



(第3题)

$$(\text{或 } \cos B = \frac{a}{c} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}).$$

练习(第 13 页)

2. 查表求下列正弦值。

$$(1) \sin 48^\circ 40'; \quad (2) \sin 86^\circ 19';$$

$$(3) \sin 21^\circ 8'; \quad (4) \sin 70^\circ 57'$$

4. 查表求下列余弦值:

$$(1) \cos 21^\circ 44'; \quad (2) \cos 54^\circ 23';$$

$$(3) \cos 12^\circ 31'; \quad (4) \cos 38^\circ 39'.$$

答案:

$$2. (1) 0.7509; (2) 0.9979; (3) 0.3605; (4) 0.9452.$$

$$4. (1) 0.9289; (2) 0.5823; (3) 0.9762; (4) 0.7810.$$

【精析】

$$2. (3) \because \sin 21^\circ 6' = 0.3600, \text{角度增 } 2' \text{ 值增 } 0.0005,$$

$$\therefore \sin 21^\circ 8' = 0.3605;$$

$$(4) \because \sin 48^\circ 42' = 0.7513, \text{角度减 } 2' \text{ 值减 } 0.0004,$$

$$\therefore \sin 48^\circ 40' = 0.7509.$$

$$4. (2) \because \cos 54^\circ 24' = 0.5821, \text{角度减 } 1' \text{ 值增 } 0.0002,$$

$$\therefore \cos 54^\circ 23' = 0.5823;$$

$$(4) \because \cos 38^\circ 36' = 0.7815, \text{角度增 } 3' \text{ 值减 } 0.0005,$$

$$\therefore \cos 38^\circ 39' = 0.7810.$$

练习(第 15 页)

1. 查表求下列正弦值或余弦值:

$$(1) \sin 10^\circ, \sin 14^\circ 36', \sin 2^\circ 8', \sin 57^\circ 33';$$

$$(2) \cos 50^{\circ}18', \cos 52^{\circ}20', \cos 75^{\circ}46', \cos 80^{\circ}27'.$$

2. 已知下列正弦值或余弦值, 求锐角 A 或 B:

$$(1) \sin A = 0.7083, \sin B = 0.9371,$$

$$\sin A = 0.3526, \sin B = 0.5688;$$

$$(2) \cos A = 0.8290, \cos B = 0.7611,$$

$$\cos A = 0.2996, \cos B = 0.9931.$$

3. 查表求 $\sin 57^{\circ}$ 与 $\cos 33^{\circ}$, 所得的值有什么关系?

答案:

$$1. (1) 0.1736, 0.2521, 0.0372, 0.8439;$$

$$(2) 0.6388, 0.6110, 0.2459, 0.1659.$$

$$2. (1) \angle A = 45^{\circ}6', \angle B = 69^{\circ}36' - 2' = 69^{\circ}34',$$

$$\angle A = 20^{\circ}39', \angle B = 34^{\circ}40'.$$

$$(2) \angle A = 34^{\circ}, \angle B = 40^{\circ}26',$$

$$\angle A = 72^{\circ}34', \angle B = 6^{\circ}45'.$$

$$3. 0.8387, 0.8387; \text{相等}.$$

【精析】

$$2. (1) \sin A = 0.3526, \text{求 } \angle A.$$

$$\because 0.3518 = \sin 20^{\circ}36', \text{值增 } 0.0008 \text{ 角度增 } 3',$$

$$\therefore 0.3526 = \sin 20^{\circ}39',$$

$$\therefore \angle A = 20^{\circ}39'.$$

$$\sin B = 0.5688, \text{求 } \angle B.$$

$$\because 0.5693 = \sin 34^{\circ}42', \text{值减 } 0.0005 \text{ 角度减 } 2',$$

$$\therefore 0.5688 = \sin 34^{\circ}40',$$

$$\therefore \angle B = 34^{\circ}40'.$$

$$(2) \cos A = 0.2996, \text{求 } \angle A.$$

$$\because 0.2990 = \cos 72^{\circ}36', \text{值增 } 0.0006 \text{ 角度减 } 2',$$

$$\therefore 0.2996 = \cos 72^\circ 34',$$

$$\therefore \angle A = 72^\circ 34',$$

$$\cos B = 0.9931, \text{求} \angle B.$$

$$\because 0.9932 = \cos 6^\circ 42',$$

值减 0.0001 角度增 3' (或 2'),

$$\therefore 0.9931 = \cos 6^\circ 45' \text{ (或 } \cos 6^\circ 44'),$$

$$\therefore \angle B = 6^\circ 45' \text{ (或 } \angle B = 6^\circ 44'),$$

$$\text{取} \angle B = 6^\circ 45',$$

[因为从下方接近 0.9931 的值还有 0.9930,

$$0.9930 = \cos 6^\circ 48',$$

值增 0.0001 角度减 3' (或 2'),

$$\therefore 0.9931 = \cos 6^\circ 45' \text{ (或 } \cos 6^\circ 46'),$$

$$\therefore \angle B = 6^\circ 45' \text{ (或 } \angle B = 6^\circ 46')].$$

3. 由角度关系 $57^\circ + 33^\circ = 90^\circ$, 得:

$$\sin 57^\circ = \cos 33^\circ.$$

练习(第 16 页)

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c .

(1) 已知 $a = 32$, $\angle B = 50^\circ$, 求 c (保留两个有效数字);

(2) 已知 $c = 20$, $b = 14$, 求 $\angle A$ (精确到 1°).

2. 判断题:

(1) 对于任意锐角 α , 都有 $0 < \sin \alpha < 1$ 和 $0 < \cos \alpha < 1$;

()

(2) 对于任意锐角 α_1, α_2 , 那么 $\cos \alpha_1 < \cos \alpha_2$; ()

(3) 如果 $\sin \alpha_1 < \sin \alpha_2$, 那么锐角 $\alpha_1 < \text{锐角 } \alpha_2$; ()

(4) 如果 $\cos \alpha_1 < \cos \alpha_2$, 那么锐角 $\alpha_1 >$ 锐角 α_2 . ()

答案:

1. (1) $c=50$; (2) $\angle A=45^\circ 34' \approx 46^\circ$.

2. (1) $\checkmark$; (2) $\times$; (3) $\checkmark$; (4) $\checkmark$

【精析】

1. (1) $\because \cos B = \frac{a}{c}$,

$$\therefore c = \frac{a}{\cos B} = \frac{32}{\cos 50^\circ} = \frac{32}{0.6428} \approx 50;$$

$$(2) \cos A = \frac{b}{c} = \frac{14}{20} = 0.7,$$

$$\angle A = 45^\circ 36' - 2' = 45^\circ 34' \approx 46^\circ.$$

2. (1) 参看课本第 4 页及第 6 页的推导。

(2) 两个锐角, 角度大的其余弦值反而小。

(3) 正弦值大的, 所对的锐角也大。

(4) 余弦值大的, 所对的锐角反而小。

习题 6.1

A 组

1. 阅读课文, 思考下列问题:

(1) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, 那么什么叫做 $\angle A$ 的正弦? 当 $\angle A$ 的大小确定时, 它的正弦的值是否会起变化?

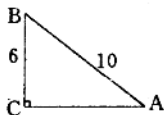
(2) 同第(1)小题, 什么叫做 $\angle A$ 的余弦? 当 $\angle A$ 的大小确定时, 它的余弦的值是否会起变化?

(4) 当 $\angle A$ 从 0° 逐渐增加到 90° 时, $\sin A$ 的值是否也逐渐增大? $\sin 0^\circ$ 和 $\sin 90^\circ$ 的值分别是什么?

(5) 当 $\angle A$ 从 0° 逐渐增加到 90° 时, $\cos A$ 的值怎样变

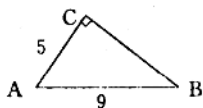
化? $\cos 0^\circ$ 和 $\cos 90^\circ$ 的值分别是什么?

2. 分别写出图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的正弦值和余弦值:



(1)

(第2题)



(2)

3. 求下列各式的值:

(1) $\sin 45^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2}$; (2) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 45^\circ$;

(3) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$;

(4) $\sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 45^\circ$;

(5) $2\cos 30^\circ - 2\sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ$;

(6) $\frac{2\sin 30^\circ}{4\cos 60^\circ - 1}$.

4. 把下列各角的正弦(余弦)改写成它的余角的余弦(正弦):

(1) $\sin 36^\circ$; (2) $\cos 72^\circ$;

(3) $\sin 63^\circ 17'$; (4) $\cos 25^\circ 51'$.

6. 查表求下列正弦值或余弦值:

(1) $\sin 28^\circ 18'$, $\sin 57^\circ 43'$, $\sin 68^\circ 33'$, $\sin 72^\circ 58'$;

(2) $\cos 65^\circ 2'$, $\cos 10^\circ 36'$, $\cos 44^\circ 15'$, $\cos 32^\circ 4'$.

7. 查表回答下列问题:

(1) $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ$ 是否等于 $\sin 60^\circ$?

(2) $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ$ 是否等于 $\cos 30^\circ$?

8. 已知下列正弦值或余弦值, 求锐角 A 或 B:

(1) $\sin A = 0.6841$, $\cos A = 0.3241$, $\sin A = 0.5136$;

$$(2) \cos B = 0.2839, \sin B = 0.0526, \cos B = 0.5412.$$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c 。

(1) 已知 $c=72$, $\angle A=42^\circ$, 求 a (保留两个有效数字);

(2) 已知 $a=16$, $\angle B=35^\circ$, 求 c (保留两个有效数字);

(3) 已知 $b=32$, $c=47$, 求 $\angle B$ (精确到 1°);

(4) 已知 $a=18$, $c=25$, 求 $\angle B$ (精确到 1°);

(5) 已知 $a=24$, $b=19$, 求 $\angle B$ (精确到 1°)。

B 组

1. 利用图 6-5 和式子 $\sin A = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{b}{c}$, 证明在同一个锐角 A 的正弦、余弦之间存在着以下重要关系式:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

2. 设 $\angle A$ 为锐角, 利用一题的关系式解决下列问题:

(1) 已知 $\sin A = \frac{4}{5}$, 求 $\cos A$ 的值 (提示: 当 $\angle A$ 为锐角时, $\cos A$ 不可能取负值);

(2) 已知 $\sin A = \frac{5}{13}$, 求 $\cos A$ 的值;

(3) 已知 $\cos A = \frac{8}{17}$, 求 $\sin A$ 的值。

答案:

1. (1) $\angle A$ 的正弦是 $\angle A$ 的对边与斜边的比, 当 $\angle A$ 的大小确定时, 其正弦值也是确定的。

(2) $\angle A$ 的余弦是 $\angle A$ 的邻边与斜边的比, 当 $\angle A$ 的大小确定时, 其余弦值也是确定的。

(4) 是, $\sin 0^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$ 。

(5) $\cos A$ 的值随着角的增大而减小;

$$\cos 0^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0.$$

$$2. (1) \sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}, \sin B = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{3}{5};$$

$$(2) \sin A = \frac{2\sqrt{14}}{9}, \cos A = \frac{5}{9}, \sin B = \frac{5}{9}, \cos B = \frac{2\sqrt{14}}{9}.$$

$$3. (1) \sqrt{2}; (2) \frac{\sqrt{6}}{4}; (3) 1;$$

$$(4) \frac{3\sqrt{2}}{4}; (5) \sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}}{2}; (6) 1.$$

$$4. (1) \sin 36^\circ = \cos 54^\circ; (2) \cos 72^\circ = \sin 18^\circ;$$

$$(3) \sin 63^\circ 17' = \cos 26^\circ 43'; (4) \cos 25^\circ 51' = \sin 64^\circ 9'.$$

$$6. (1) \sin 28^\circ 18' = 0.4741, \quad \sin 57^\circ 43' = 0.8455,$$

$$\sin 68^\circ 33' = 0.9307, \quad \sin 72^\circ 58' = 0.9561;$$

$$(2) \cos 65^\circ 2' = 0.4221, \quad \cos 10^\circ 36' = 0.9829,$$

$$\cos 44^\circ 15' = 0.7163, \quad \cos 32^\circ 4' = 0.8474.$$

$$7. (1) \text{不等于}; (2) \text{不等于}.$$

$$8. (1) 43^\circ 10', 71^\circ 5', 30^\circ 54';$$

$$(2) 73^\circ 30', 3^\circ 1', 57^\circ 14'.$$

$$9. (1) a = 48; (2) c = 20;$$

$$(3) \angle B = 43^\circ; (4) \angle B = 44^\circ;$$

$$(5) \angle B = 38^\circ.$$

B 组

$$1. \sin^2 A + \cos^2 A = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

$$2. (1) \cos A = \frac{3}{5}; (2) \cos A = \frac{12}{13};$$

$$(3) \sin A = \frac{15}{17}.$$