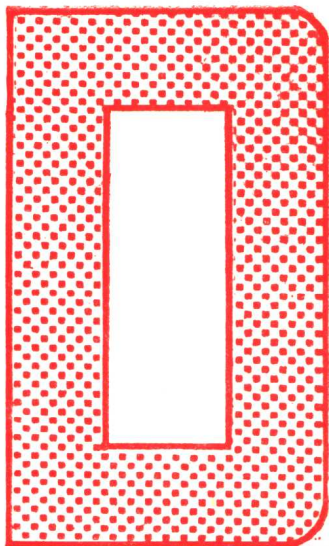
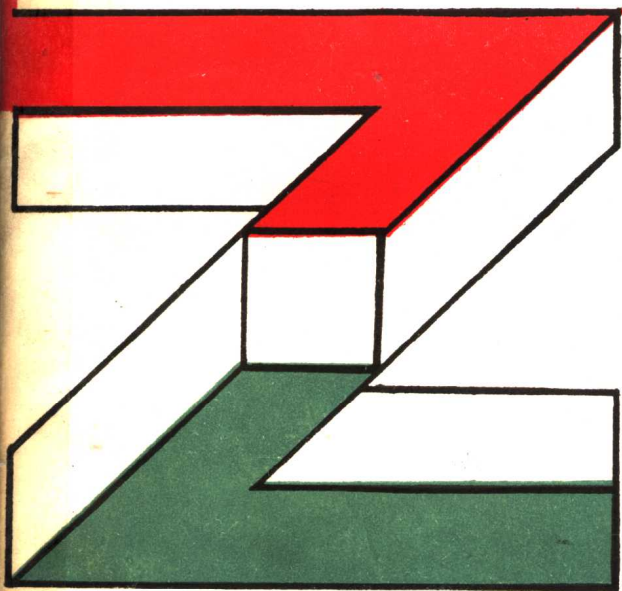


中学生学习指导丛书

初一代数学习指导

北京西城区教研中心
数学教研室 编



北京师范大学出版社

中学生学习指导丛书

初一代数学习指导

北京西城区教研中心数学教研室 编

北京师范大学出版社

中学生学习指导丛书

初一代数学习指导

北京西城区教研中心数学教研室 编

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

河北省大厂县印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 8.875 字数: 186千字

1988年6月第1版 1989年5月第2次印刷

印数: 20,001—29,300

ISBN7-303-00325-8/G·142

定价: 2.80元

前 言

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学。它在现代生活和现代生产中的应用非常广泛，是学习和研究现代科学和技术必不可少的基本工具。在中学阶段，数学是重要的学科之一。怎样使学生爱学数学、学会数学、会学数学，已成为每个学生、教师所经常思考与研究的问题。已成为每个学生家长所关注的问题。为了帮助青少年学生在中学阶段系统地掌握数学基础知识，加深对基本概念、定理、公式、法则的理解，培养运用基础知识解决问题、分析问题的能力，开阔眼界，活跃思维，激发学生对数学学习的兴趣，我们编写了这套“初中数学学习指导”小丛书。

这套小丛书是以国家教育委员会制定的全日制中学数学教学大纲为依据编写的。共五册。初一、初二、初三代数各一册。初二、初三几何各一册。它的特点是，每册书的每章主要包括以下三个方面的内容：(1)每章前言。(2)单元学习指导。(3)全章小结。

每章开始部分：简介本章内容，分析本章知识的重点、难点；指出应注意的问题；介绍必要的学习方法。

单元学习指导部分：介绍数学知识产生的背景；针对知识的重点、难点讲清基本概念、基本思路；从各个角度来分析概念、巩固概念。分析知识内在的联系、区别。通过例题介绍典型的解题思路，在例题中尽量采取一题多解、一题多

变.并在每单元后配备巩固知识、加强判断分析能力的练习.

每章小结部分:分析一章知识间的联系,总结一章中主要解题思路、数学方法,以及与以后章节的联系.在每章后配有全章练习.

这套小丛书是北京市西城区教研中心数学教研室及西城区部分有经验的教师协同编写的.参加本书编写的有肖淑英、凌为淑、李大贞、康英琴、高秀琴、冼伟强、李松文、欧阳东方、方珊、刘绍贞等十位老师.由于我们水平有限,缺乏经验,如有缺点、错误请批评、指正.我们希望这套小丛书能为贯彻我国九年义务教育法,贡献出它的力量.

编 者

1987.4.

目 录

第一章 有理数	1
第一单元 有理数的意义	2
第二单元 有理数的加法和减法	14
第三单元 有理数的乘法和除法	25
第四单元 有理数的乘方	34
小 结	42
习 题	50
第二章 整式的加减	53
第一单元 代数式	54
第二单元 整式及整式加减法	65
小 结	72
习 题	74
第三章 一元一次方程	77
第一单元 一元一次方程和它的解法	78
第二单元 一元一次方程的应用	87
小 结	93
习 题	100
第四章 一元一次不等式	102
第五章 二元一次方程组	116
第一单元 二元一次方程组的概念	116
第二单元 二元一次方程组的解法	121
第三单元 一次方程组的应用	136

小 结	142
习 题	150
第六章 整式的乘除	154
第一单元 整式的乘法	154
第二单元 乘法公式	166
第三单元 整式的除法	174
小 结	183
习 题	188
第七章 因式分解	192
小 结	210
习 题	213
第八章 分 式	215
第一单元 分 式	215
第二单元 分式的运算	225
第三单元 含字母系数的方程和分式方程	239
小 结	249
习 题	255
答案或提示	259

第一章 有 理 数

本章主要内容是有理数的有关概念——正数与负数、数轴、相反数、绝对值、有理数的大小比较等,以及有理数加、减、乘、除、乘方等运算,并配合有理数的运算学习近似数和有效数字的概念,以及查平方表和立方表的方法。

本章的重点是有理数的运算,它是初等数学的基本运算,是学好后面各章以至整个代数的基础.掌握好有理数的有关概念是学好有理数运算的前提.对于有理数的运算,要求同学达到准确与熟练的程度,准确就是要求运算过程中的每一个步骤要有根据,答案要正确;熟练就是要求算得快,并尽可能采用简便的计算方法。

本章的一个难点是负数概念的建立,因为负数概念比较抽象,学生又是刚开始接触,因此在学习中注意结合实例理解具有相反意义的量及其表示法,在此基础上理解负数的概念.同时在数扩充到有理数后,对数的认识要有新的变化,现在一讲到数,它不单包括小学学过的数,也包括负数,使负数的概念在头脑中有深刻的印象,这样,这个难点就容易突破。

本章另一个难点是有理数的运算法则。在学习中紧紧抓住有理数运算法则与小学学过的运算法则的联系,我们便可发现有理数的运算,实际上就是转化为算术里的数的运算,即先确定运算结果的符号,然后利用绝对值的概念,把有理数转化为算术里的数来运算,再求其大小,那么,这个难点也容易解决。

学习本章时,方法上注意以下几点,

(1) 有理数的有关概念及其运算，是小学学过的数及四则运算的扩充与发展，因此学习本章时，要注意与小学学过的数与运算的联系和区别，即注意其相同点与不同点，并在思考问题时有新的发展。

(2) 本章概念、法则比较多，学习时不要死记硬背，要着重理解，在理解中加强记忆，在应用中加深理解。

(3) 本章重点是运算，在运算中要注意步步有根据，初步培养自己数学的推理能力，同时计算中要注意克服马虎、粗心等不良的学习习惯。

本章共分为四个单元

第一单元 有理数的意义

第二单元 有理数的加法和减法

第三单元 有理数的乘法和除法

第四单元 有理数的乘方

第一单元 有理数的意义

一、学习指导

1. 正数和负数

正数和负数的引入，是因为在实际生活中存在大量具有相反意义的量，它用小学学过的数不能明确表示其相反的情况，这些具有相反意义的量，若把其中某个意义的量规定为正量，则它相反意义的另一个量规定为负量，把正量与负量的单位去掉，就得到正数与负数的概念。

如： $+10$ ， $+300$ ， $+0.2$ ，叫做正数，但正号可省略不写，所以上面的正数又可表为： 10 ， 300 ， 0.2 。

如： -5 ， -200 ， -0.15 ，叫做负数。

零的意义，过去表示“没有”，在学习了具有相反意义的量以后，零的意义还有丰富内容，比如，在温度计上 0°C 不是没有温度，而是表示冰点这样一个完全确定的温度，零表示具有相反意义量的基准点，是正数与负数的分界线。

这里特别注意三点：① 引进正负数后，小学学过的数实际上是正数与零（即非负数）。② 判断一个数的正负，不能认为一个数前面有“+”号是正数，前面有“-”号的是负数。由正负数概念可知，它的前提是这个数是小学学过的数（正数）前面有“+”号才是正数，前面有“-”号才是负数。③ “+”、“-”号小学时是指加减运算符号，学习正负数后，“+”、“-”号也可用来表示数的性质符号。

2. 有理数的分类

分类是按一定的标准，把所有的数都分在某一类中，且不同类的数不会相同。

有理数一般有以下两种分类法：

$$\begin{array}{lcl} \text{有理数} & \left\{ \begin{array}{l} \text{正数} \\ \text{零} \\ \text{负数} \end{array} \right. & \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \\ \text{分数} \end{array} \right. \end{array}$$

若把有理数先按整数与分数来分，再以数的符号来分，则得下表：

$$\begin{array}{lcl} \text{有理数} & \left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数(自然数) 如 } 1, 2, 3, \dots \\ \text{零} \\ \text{负整数 如 } -1, -2, -3, \dots \end{array} \right. \\ \text{分数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正分数 如 } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1\frac{1}{4}, \dots \\ \text{负分数 如 } -\frac{1}{3}, -1\frac{1}{2}, -0.5, \dots \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

若把有理数先按数的符号来分，再按数是整数或分数来分，读者自行画出图表。

从上述表中，可以清晰地看到数之间相互之间的关系，如整数与分数，统称为有理数；正整数、负整数、零统称为整数等等。比如 -5 ，它属于负整数集合，也属负数集合，也属整数集合，也属有理数集合。

例1 如果向北走10公里，记作 $+10$ 公里，那么向南走5公里，记作什么， -8 公里表示什么意思。

分析：因为向南、向北走的距离是具有相反意义的量，已知向北走10公里记作 $+10$ 公里，那么向南走5公里，应记作 -5 公里， -8 公里表示向南走8公里。

请读者思考：如果二小时以后用 $+2$ 小时表示，那么怎样表示四小时以后，三小时以前？ $+6$ 小时表示什么意思？ -5 小时呢？

例2. 分别举出五个数

(1) 它们既是整数，又是负数；

(2) 它们既是分数，又是正数；

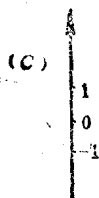
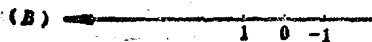
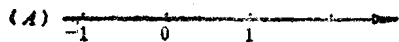
解：(1) $-1, -2, -3, -4, -5$ 既是整数又是负数；

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}$ 既是分数，又是正数。

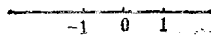
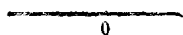
2. 数 轴

数轴有三个要素即原点、正方向、长度单位，画数轴时，三者缺一不可，同时三个要素都是根据实际情况规定的。

比 如



上述图形都是数轴，但习惯上，一般画图形(A)
画数轴时常见的错误有

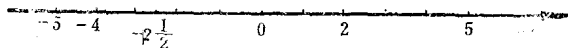


数轴的引进是把数与图形上的点联系起来，是数与形的初步结合，数形结合是学习数学的一个重要方法。

例3 在数轴上记出下列各数

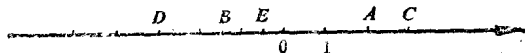
$$+2, -4, -2\frac{1}{2}, 0, 5, -5$$

解：



请读者写出两个负整数与两个正分数，并在数轴上把它们表示出来。

例4 下面数轴上的点A, B, C, D, E各表示什么数



解: A, B, C, D, E各点分别表示的数为

$$2, -\frac{3}{2}, 3, -3, -\frac{1}{2}.$$

说明: 任何一个有理数都可以用数轴上的点来表示, 反过来数轴上的一些点, 可用有理数来表示, 这里所说的“一些点”, 是说明不一定是数轴上的任意一点都可用有理数表示, 因为数轴上的点除了包括有理数点外, 还有无理数的点, 这到初中二年级才学到.

3. 相反数与添“+”、“-”号法则

相反数是指只有符号不同的两个数, 比如+6与-6是互为相反数, 零的相反数还是零.

在数轴上看, 除了零以外互为相反数的两个数, 它们分别在原点的两旁且离原点的距离相等.

请思考: 两个数的符号相反就是相反数对不对?

根据一个数前面是“+”号可省略不写, 可得出在一个数前面添上一个“+”号, 仍是原数;

根据相反数的概念, 可得在一个数前面添上一个“-”号, 就成为原数的相反数.

当数为零时, 规定 $+0=0$, $-0=0$.

例5 分别求0, +2, $+\frac{1}{3}$, -4, $-\frac{1}{2}$, -1.5的相反数.

分析: 求一个数的相反数, 则在这个数前面添上“-”号, 它们的相反数分别为0, $-(+2)=-2$, $-(+\frac{1}{3})=-\frac{1}{3}$, $-(-4)=4$, $-(-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$, $-(-1.5)=1.5$.

说明: 写相反数时, 若该数前面带有符号, 则先把这个数同符号都用括号括起来, 再添上符号, 不能写成 $-+2$ 或

--4 等等, 然后简化数的符号. $-(-4)=4$, $-(-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$ 等等, 从这里可见一个数前面有“-”号, 不一定是负数.

思考题

(1) 一个数的相反数的相反数是什么数?

(2) 化简下列各数的符号

$$+(-3.5), -(-\frac{2}{3}), -[+(-5)], -[-(4)],$$

$$-[-(+5)].$$

4. 绝对值

绝对值是一个很重要的概念, 又是本章的一个难点, 是学好有理数运算的基础, 必须真正理解绝对值的概念, 并能运用它熟练地确定任何数的绝对值和已知一个数的绝对值, 求原数.

课本上给出定义是用文字语言叙述的:

一个正数的绝对值是它本身. 如 $|+5|=+5=5$

一个负数的绝对值是它的相反数. 如 $|-5|=-(-5)=5$

零的绝对值是零, 即 $|0|=0$.

因为零的绝对值是零, 也可以说零的绝对值是它本身, 或说零的绝对值是它的相反数, 所以绝对值的定义又可这样叙述:

一个正数或零的绝对值是它本身,

一个负数的绝对值是它的相反数;

如果用数学式子表示绝对值的概念, 设 a 为任意有理数,

则

当 a 为正数时, $|a|=a$

当 a 为负数时, $|a| = -a$

当 a 为零时, $|0| = 0$

或写成
$$\begin{cases} |a| = a & (\text{当 } a \text{ 为正数或零时}) \\ |a| = -a & (\text{当 } a \text{ 为负数时}) \end{cases}$$

从数轴上看, 绝对值的概念又可表示为:

一个数的绝对值就是表示这个数的对应点离开原点的距离.

上面是从语言叙述, 数学式子, 几何意义三个不同角度来表达绝对值的概念, 读者必须切实理解和掌握.

例6 求出下列各数的绝对值

$$-4, +2, 3.5, -2\frac{1}{2}, 0.$$

解: $|-4| = -(-4)$ (根据负数绝对值的定义)

$$= 4 \quad (\text{根据性质符号法则})$$

$$|+2| = +2 = 2 \quad (\text{根据正数绝对值定义})$$

$$|3.5| = 3.5 \quad (\text{根据正数绝对值定义})$$

$$\left| -2\frac{1}{2} \right| = -\left(-2\frac{1}{2} \right) \quad (\text{根据负数绝对值定义})$$

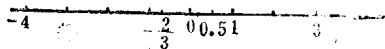
$$= 2\frac{1}{2} \quad (\text{根据性质符号法则})$$

$$|0| = 0 \quad (\text{根据零的绝对值定义})$$

所以 $-4, +2, 3.5, -2\frac{1}{2}, 0$ 的绝对值分别是 $4, 2, 3.5, 2\frac{1}{2}, 0$.

例7 在数轴上分别画出 $-4, 3, 0.5, -\frac{2}{3}$ 所对应的点, 并求它们的绝对值.

解: $-4, 3, 0.5, -\frac{2}{3}$ 在数轴上对应的点如图



从数轴上看， -4 所对应的点到原点距离是 4 ； 3 所对应的点到原点距离是 3 ； 0.5 所对应的点到原点的距离是 0.5 ； $-\frac{2}{3}$ 所对应的点到原点的距离是 $\frac{2}{3}$ 。

所以 $|-4|=4$ ， $|3|=3$ ， $|0.5|=0.5$ ， $|\frac{-2}{3}|=\frac{2}{3}$ 。

说明：① 求一个数的绝对值，就是想办法去掉绝对值的符号，首先判断这个数是正？是负？或是零，然后根据定义去求它的绝对值或者把这个数在数轴上画出它的对应点，并且求出该点到原点的距离。

② 任何一个数的绝对值是一个非负数（正数或零），不能得出一个数的绝对值是负数。

例8 (1) 求 $+8$ 与 -8 的绝对值；

(2) 分别求使 $|a|=4$ ， $|a|=5$ ， $|a|=0$ 的 a 值。

解：(1) $|+8|=+8=8$ ， $|-8|=-(-8)=8$ ；

(2) 因为 $|4|=4$ ， $|-4|=4$ ，所以 a 是 4 或 -4 。

因为 $|5|=5$ ， $|-5|=5$ ，所以 a 是 5 或 -5 。

因为 $|0|=0$ ，所以 a 是零。

说明：已知一个数的绝对值，求原数，这是从反向来检查绝对值的概念。一般情况下原数有两个，且互为相反数，当一个数绝对值是零时，原数才只有一个且是零。

5. 有理数大小的比较

小学学过两个非负有理数大小比较，是学习两个有理数大小比较的基础。

有理数大小的规定：在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

根据这个规定，可得两个有理数比较大小的法则：

- (1) 正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；
- (2) 两个正数，大的正数较大；
- (3) 两个负数，绝对值大的反而小。

从有理数大小比较的规定与法则，我们看到：正数都大于零；两个正数，大的正数较大；正是小学学过数的大小比较。除此之外，还有正数、零和负数大小比较及两个负数的大小比较。其中比较两个负数大小，对初学者来说是最容易出错的，因此掌握好两个负数大小的比较是学好有理数大小比较的关键。

例9 比较下列各组数的大小

(1) 6 与 $5\frac{2}{3}$ ； (2) -6 与 0 ；

(3) -4 与 -5 ； (4) $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{2}{3}$ 。

解：根据有理数大小比较法则

(1) $6 > 5\frac{2}{3}$ (两个正数，大的正数较大)

(2) $-6 < 0$ (负数都小于零)

(3) $\because |-4| = -(-4) = 4, |-5| = -(-5) = 5.$

又因为 $4 < 5$ (两个正数，大的正数较大)

$\therefore -4 > -5$ (两个负数，绝对值大的反而小)

(4) $\left| -\frac{1}{2} \right| = -\left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}, \left| -\frac{2}{3} \right| = -\left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3}$

又因为 $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$