



$ax+by=c$

游戏中的数学

杨 迅 文

福建人民出版社

帥
兵

游戏中的数学

杨 迅 文

福建人民出版社

游戏中的数学

杨 迅 文

*

福建人民出版社出版

(福州得贵巷27号)

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 5印张 100千字

1980年11月第1版

1980年11月第1次印刷

印数: 1—13,050

书号: 7173·418 定价: 0.37元

前 言

数学，是自然科学的一门基本学科，青少年要为实现祖国的四个现代化学好科学基础知识，尤其需要学好数学这门课程。

这本小册子，是为那些对数学感兴趣而又不满足于课堂上学到的知识，希望能够知道得更多些的读者编写的；同时，它也是为那些对学习数学感到头疼，认为数学的内容过于严肃、枯燥的同学们编写的。它假定读者对初等数学已有一定基础，相当于中学生的水平。

有一位数学家说过这样的一段话：“数学这一学科是如此的严肃，最好不要失去机会把它弄得略为趣味化。”本书的目标，正是在于通过一些民间流传的数学趣题、魔术、游戏……来引起青少年读者的好奇心，激发他们对数学知识的追求，借以帮助读者在轻松愉快的游戏中扩大眼界，获得一些新知识，提高分析问题、解决问题的能力。

为此，此书努力吸引读者暂时离开课堂和教科书，一同到数学的“诗画那样美丽的境界”里作一番轻松的散步。在这里，读者将看到，数学的知识如何帮助我们揭开魔术的秘密，如何以意想不到的形式在各种游戏中帮助我们取得胜利，以及怎样应用数学的方法去解决一些看来似乎是很困难的问题。

尽管这本小册子涉及到的数学内容比较浅显，但由于笔者的水平所限，错误和不当之处定然不少，恳请读者不吝指教。

在本书的编写过程中，王松伦、尤宗涛两位老师，作了许多具体的指导和修改。杨理全、陈慎德两位同志协助设计了部分插图。在此，特向他们表示衷心的感谢。

笔 者

一九八〇年五月

目 次

前言.....	(1)
第一章 你也可以当个魔术师.....	(1)
一 猜枚游戏.....	(2)
二 指钟猜时的奥秘.....	(5)
三 移牌如何“先知”？.....	(9)
四 抽中的牌是怎样找出来的？.....	(13)
五 “玄妙观”地摊上骰子的秘密.....	(16)
六 谁坐在几号椅子上？.....	(20)
第二章 游戏中也用得到归纳法.....	(23)
一 数学实验与找纸牌的戏法.....	(24)
二 取火柴的秘诀（一）.....	(27)
三 找纸牌戏法的推广.....	(30)
四 归纳法结论的可靠程度.....	(34)
五 “耳听纸牌”的秘密.....	(38)
六 关于“世界末日”的传说.....	(40)
七 怎样用天平找废品.....	(43)
八 称出假珍珠.....	(48)
附录：用天平称三次，从13颗珍珠中找出假珠的过程.....	(52)

九	移棋子的游戏·····	(54)
第三章	趣话不定方程·····	(60)
一	桃三李四橄榄七·····	(61)
	附录 “桃三李四橄榄七”问题的算术解法·····	(64)
二	“百牛吃百草”的问题·····	(66)
三	猜生日的数学题·····	(70)
四	不定方程 $ax+by=c$ 的一般解法·····	(76)
五	“不用动脑筋”的智力游戏·····	(79)
六	“韩信点兵”中“奇妙的数” 是怎么得来的? ·····	(84)
七	不列方程倒更简单些——一个猜年龄 的问题·····	(87)
第四章	奇妙的二进制数·····	(91)
一	要配几只砝码? ·····	(92)
二	猜年龄和姓氏的游戏·····	(96)
三	属相是怎样显示出来的? ·····	(101)
四	取火柴的秘诀(二) ·····	(105)
五	下象棋也用得到二进数·····	(112)
六	用二进制数来帮助记忆·····	(114)
七	再谈称出假珍珠·····	(122)
	附录: 用三进制数编码法称出假珍珠的几点说明·····	(128)
第五章	区分颜色证题法·····	(132)
一	守园人的愿望·····	(132)
二	国际象棋盘的启发·····	(134)
三	参观展览馆的路线·····	(137)

四	半张象棋盘上的数学题.....	(138)
五	马的循环路线.....	(139)
六	周游世界问题.....	(141)
七	不是充分条件.....	(146)
八	车走循环步的充要条件.....	(148)
九	能剪多少个小矩形?	(150)



第一章

你也可以当个魔术师

**要解答一个问题，里面
含有数量间的关系的，只要
把题目由日常的语言译成代
数的语言就行了。**

——牛顿

我相信你们每一位都喜欢看魔术表演。那些从帽子里跑出来的兔子，空箱子里飞出来的鸽子，凭空抓来的五彩绸巾……一定都曾引起你的惊奇和兴趣。

当然，所谓“魔术”，并非表演者真有什么超凡的“魔法”，多半是凭借敏捷的手法，特制的道具，来取得表演的效果，所以又有人称之为“障眼法”。其实也不是所有的魔术都要靠造成观众的错觉来达到预期的效果，其中也有不少是应用数学、物理、化学等方面的科学原理来表演的。这一类的“魔术”特别能鼓起青年学生的好奇心理，帮助他们重温、搞清并巩固这方面的知识。在这一章里，我们将向读者介绍几套“数学魔术”，并将同读者一起用数学的方法来探索这类魔术的“秘密”。而要学会这些魔术，既不需要你有敏捷的手法，也用不着什么特制的道具，只要求你懂得一些最

基本的代数知识就够了。如果你有兴趣的话，你也可以当个魔术师呢。

一、猜枚游戏

猜枚，是我国民间流传很广的一种游戏。猜枚的形式多种多样，这里介绍的是带有魔术性质的一种。

游戏所用的道具就是“枚”。枚在古时是指铜子儿，后来引伸作为小件东西的量词，当然我们的游戏可以不用铜子儿，而用棋子之类的小件物品，甚至干脆“就地取材”，捡些小石子也可以。

游戏由甲、乙二人进行。游戏开始时，甲背过身，让乙在地上摆三堆小石子，每堆的数量不限，但三堆要一样多。然后再由乙按以下的规则移动小石子：先从左边的一堆取3枚放到中间的一堆，再从右边的一堆取2枚也放到中间的一堆，接着再看看左边的那堆现在有多少枚，然后从中间的一堆也取出这么多枚，加到左边的一堆上。这样移动后，由甲来猜中间那堆还剩下多少枚。

这剩下的数量是多少呢？用不着瞎估



乱猜，“8枚。”不信么？你可以试试看。例如：三堆原各有5枚，当分别从左边取3枚，从右边取2枚放到中间的一堆之后，中间就变为 $5+3+2=10$ 枚，而左边只剩下 $5-3=2$ 枚了，然后按左边这堆现有的枚数，从中间取出2枚给左边，中间一堆最后不就剩下 $10-2=8$ 枚了吗？你还可以假设，原来每堆各有6枚，或者7枚、8枚……而最后的结果肯定都是一样的，即中间一堆都还剩下8枚。

这是什么原因呢？只要把游戏中的“日常的语言”译成“代数的语言”，就可以揭开这个“秘密”。

日 常 的 语 言	代 数 的 语 言
一样多的三堆小石子	$x \quad x \quad x$ (左) (中) (右)
从左边取3枚给中间	$x-3 \quad x+3 \quad x$
从右边取2枚给中间	$x-3 \quad x+5 \quad x-2$
按左边现有数量，从中间取这么多给左边	$(x-3)+(x-3) \quad (x+5)-(x-3) \quad x-2$

(表 1)

要猜中间一堆最后剩下的数量，只要求出表1最后一栏的中间一个代数式的值就行了，这个值是：

$$(x+5)-(x-3)=8.$$

从这里我们看到，揭开这个游戏的秘密的诀窍，全在于“由日常语言到代数语言”的翻译技巧。

这个游戏第二次进行时，决不能再用“3枚和2枚”，

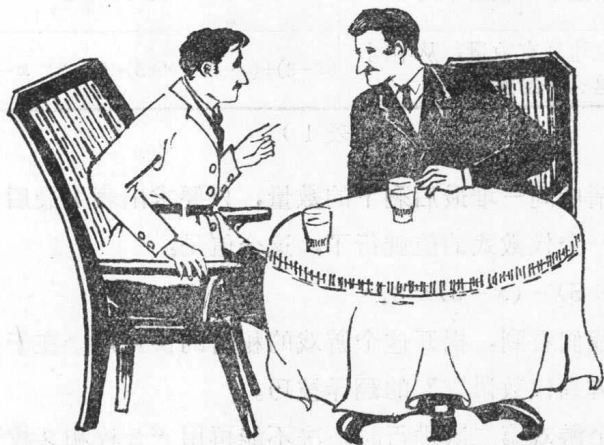
而可换成“4枚和3枚”或其它的“ a 枚和 b 枚”（ a, b 为自然数）的形式。当然我们没有必要每次都去列出一个代数式，只要掌握最后的结果一定是“ $2a+b$ ”就行了。相信你们自己不难证明这个结论，这里就不赘述了。

跟这个游戏相仿，外国也有过一些性质相近的游戏。例如俄国流传的“莱蒙托夫的数学游戏”，便是这样。

莱蒙托夫是俄国的诗人，他在军队中服役时，常喜欢进行这样一种游戏：叫一个人随便想一个数，请他记住这个数，但不要说出来，然后请他作这样的一些运算：先把这个数加上70，减去32，再减去所想的数，然后再乘以5，除以2，而莱蒙托夫一定猜得出最终的答案是多少。

人们都感到奇怪，莱蒙托夫并不知道别人最初想的是什么数，怎么会算出最后的答数呢？其实只要仔细想一想，就不难知道其中的奥妙。

下面，我们把莱蒙托夫的游戏从日常的语言译成代数的



语言。

日 常 的 语 言	代 数 的 语 言
随便想一个数	x
把这个数加上70	$x + 70$
减去32	$x + 70 - 32$
再减去所想的数	$x + 70 - 32 - x$
再乘以 5	$5(x + 70 - 32 - x)$
除以 2	$5(x + 70 - 32 - x) \div 2$

(表 2)

表 2 中的第五行就揭开了游戏的秘密:

$$x + 70 - 32 - x = 70 - 32.$$

这时,剩下的数值已与原先想的数完全无关了。

莱蒙托夫的游戏与我们的猜枚游戏的共同点就在于:在游戏过程中,都设法减去原先的那个数,这样,表演者虽然不知道原先是什么数,但实际上这个数已不起作用了,不同点则在于:莱蒙托夫的游戏过程中这一过程比较明显,而在猜枚游戏中,这个过程却是比较隐蔽的。也正由于这一点,猜枚游戏比起莱蒙托夫的游戏来更有趣。

二、指 钟 猜 时 的 奥 秘

“指钟猜时”是一套很适宜在人数不太多的小型聚会上表演的数学魔术。

这套魔术所需要的道具是:一根教鞭和一只普通的时

钟。如果一时找不到钟，不妨用纸画一个，只要使你的观众可以看清上面的12个字码就行了。



表演者请一位观众随意选定1——12这十二个字码中的一个，不用说出来。表演者用教鞭在时钟的字盘上指点，并与观众约定，他每指一下，这位观众就得往他原先选定的数上加1。比方说，原先选的数是5，表演者点第一下，这位观众就在心中默念 $6 (= 5 + 1)$ ；点第二下，就默念7；如此下去，当他加满20时，就得喊“停”。奇妙的是，这时表演者的教鞭恰好指在他所选定的那个数上，而且屡试屡验。

秘密在哪里呢？说穿了，这只不过是一道最简单的代数题。下面我们就来分析，表演者应如何指点，才能保证当观众数到20时，恰好指在观众所选的那个字码上。

观众选中的字码，可以是1——12中的任意一个，设这

个数为 M 。

再假定当观众喊“停”时，表演者已指了 N 下。这时观众已按魔术的规则从 M 起加了 N 下，而且恰好加满20。那么，以下等式成立：

$$M + N = 20 \quad (1)$$

其次，对表演者来说，这第 N 下必须恰好指在 M 上，而等式(1)可以化为

$$M = 20 - N$$

这样，上面的一句话也可以说成是：第 N 下，表演者应把教鞭指在字码 $20 - N$ 上。

这句话的意思就是：第1下，教鞭应指在19上，第2下指在18上，…第8下指在12上，第9下指在11上，…，直至观众喊停为止，这时教鞭所指的数一定是观众所选的。

细心的读者一定会说，时钟字盘上并没有19——13这几个字码呀！是的，字盘上最大的数码是12，但观众选的数也不会大于12，正因为这样，表演者至少要在第8下才有可能被观众喊“停”。所以，开头的七下他完全可以随意乱指，

(这还可以迷惑观众，使他们不易看出规律来。)只要记住：从第8下起，沿反时针方向顺着12、11、10、9、8……逐个指下去就行了。

这套魔术不宜多做，否则易被人识破机关。最好是表演过几次以后，就把它的秘密向观众公开，使他们也掌握其中的数学原理，增进对学习数学的兴趣。

当然这套魔术还可以变化一下，不用时钟，而用扑克牌摆成某种你自己容易记忆的排列方式，再把每张牌都翻到背

面来，而当观众叫“停”的时候，再把所指的这张牌翻开，这样表演的效果会更好些。

更有趣的是《红楼梦》里的薛宝钗竟也表演过一次与“指钟猜时”大同小异的魔术。对此，谈祥柏同志的《红楼梦行令法》一文，曾有过精彩的描写，现节录在下面：

看过红楼梦的人，都知道赵姨娘暗算宝玉和凤姐的事，在“四时真本”中，写到这事终于败露，赵姨娘因此发疯而死。一天，宝玉等人赏花，即景生情，宝钗取了一付骨牌，在其中任取六只牌，各贴一张小纸，每只牌上各写一字，是“作法急病现报”。随后，就将牌的背面朝天加以揉乱。最后，她把牌拼成一个圆环，别过身去，对湘云说道：“你随便在心中认定一张牌，看一看它写的是什么字，随后照老样子放好，等一会你按这个字笔划报数，我就可以知道你心中想的是哪一个。”湘云照她吩咐的做了，宝钗回过身来，湘云报着：“一，二，三，…”宝钗拿起一支硃笔，每报一下，她便在某张骨牌上点一下，看上去她的点法完全是乱七八糟的。直到湘云报完数，她的笔停在某一只牌上，大家把这张牌翻过来一看，哈哈，正是湘云所暗中认定的一只。大家有点不相信，各人都来尝试一下，但屡试屡验，都惊奇得说不出话来。

其实这六字是按笔划成算术级数的：作（6），法（7），急（8），病（9），现（10），报（11）。宝钗表面上将牌揉乱，实是按反时针方向排成圆环。湘云报数时，她起初六下是完全任意的，不过故意迷惑别人而已，从



第七下起，循着圆弧反时针方向进行，这样，她就能毫不困难地猜出来。

读者可以看到，这里的原理与“指钟猜时”是很相似的，而且还更简单些，如果湘云等人在“惊奇得说不出话来”之后，能够仔细思考一下，也是不难发现其中奥妙的。

三、移牌如何“先知”？

当你向你的朋友们表演过“指钟猜时”后，如果朋友们