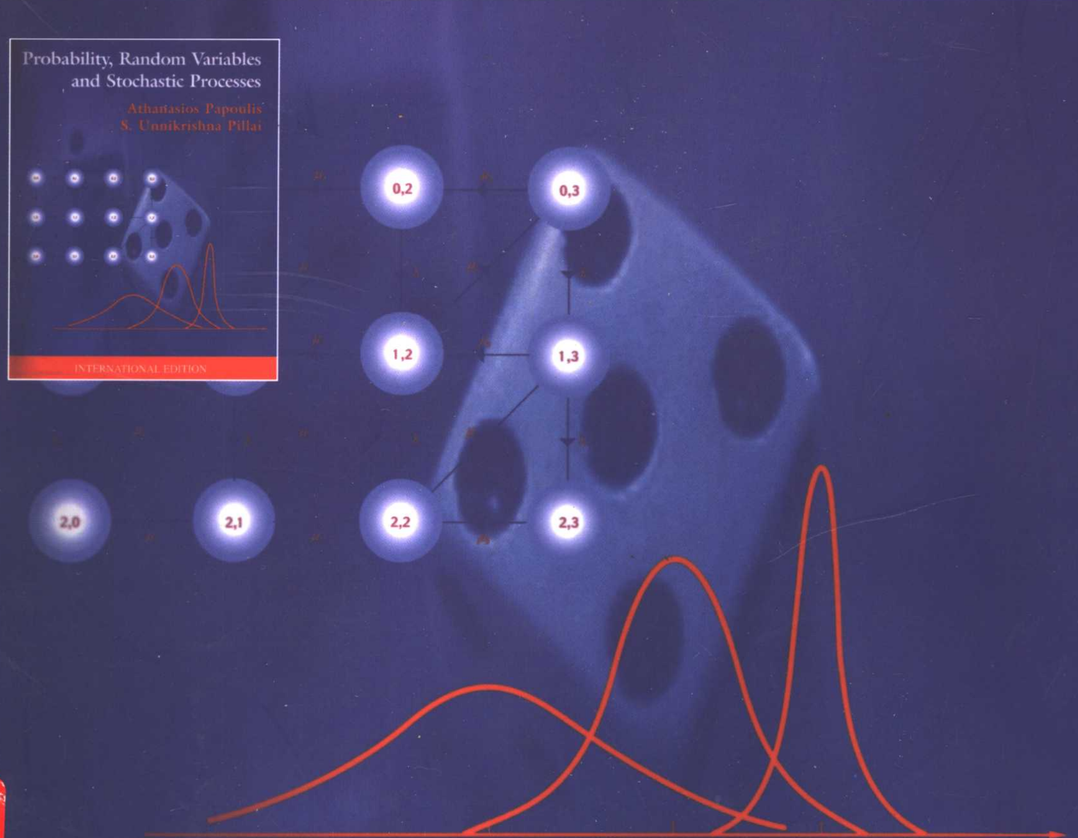
McGraw Hill Education 国外名校最新教材精选

概率、随机变量与随机过程

Probability, Random Variables and Stochastic Processes

（第4版）

〔美〕A · 帕普里斯
S · U · 佩莱 著
保 铮 冯大政 水鹏朗 译



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

国外名校最新教材精选

Probability, Random Variables and Stochastic Processes

概率、随机变量与随机过程

(第4版)

〔美〕 A·帕普里斯 S·U·佩莱 著

Athanasios Papoulis
University Professor
Polytechnic University

S. Unnikrishna Pillai
Professor of Electrical and Computer Engineering
Polytechnic University

保 铮 冯大政 水鹏朗 译

西安交通大学出版社
Xi'an Jiaotong University Press

内容提要

《概率、随机变量与随机过程》是美国著名学者 A·帕普里斯教授所著的一本经典教材。自 1965 第 1 版问世以来至今已第 4 版，一直被美国多所大学用作相关专业的研究生教材。它的特点是将高深的理论恰当地应用于工程实际，因而深受工程界专业人士的青睐。本书(第 4 版)在保持前三版风格和精华的基础上作了大量的修订：更新了约三分之一的章节内容，包括几个新的专题和新增的第 15、16 章；增加了大量的新例子，进一步澄清了一些复杂的概念，使读者能更容易地理解它们。

本书可供无线电通信系统、信号处理、控制理论、优化、滤波等专业的研究生和本科高年级学生使用，也可供相关领域的科研人员和工程技术人员参考。

Athanasios Papoulis S. Unnikrishna Pillai
Probability, Random Variables and Stochastic Processes
ISBN:0 - 07 - 112256 - 7

图书在版编目(CIP)数据

概率、随机变量与随机过程：第 4 版 / (美)帕普里斯(Papoulis,A.)，(美)佩莱(Pillai,S. U.)著：保铮，冯大政，水鹏朗译. —西安：西安交通大学出版社，2004.8
书名原文：Probability, Random Variables and Stochastic Processes
ISBN 7 - 5605 - 1883 - 4

Ⅰ. 概… Ⅱ. ①帕…②佩…③保…④冯…⑤水… Ⅲ. ①概率论-高等学校-教材②随机变量-高等学校-教材③随机过程-高等学校-教材 Ⅳ. 0211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 078495 号

书　　名	概率、随机变量与随机过程(第 4 版)
著　　者	〔美〕A·帕普里斯　S·U·佩莱
译　　者	保　铮　冯大政　水鹏朗
出版发行	西安交通大学出版社
地　　址	西安市兴庆南路 25 号(邮编：710049)
电　　话	(029)82668357　82667874(发行部) (029)82668315　82669096(总编办)
电子邮件	xjtupress@163. com
印　　刷	西安交通大学印刷厂
字　　数	1106 千字
开　　本	787 mm ×1092 mm　1/16
印　　张	43. 625
印　　次	2004 年 9 月第 1 版　2004 年 9 月第 1 次印刷
印　　数	0001～4 000
书　　号	ISBN 7 - 5605 - 1883 - 4 /O · 213
定　　价	75. 00 元

译者序

概率论与随机过程是一门应用性非常强的学科。从概率论的发展初期直到现在，这一特点越来越突出。在机会游戏中的应用推动了古典概率理论的发展，而目前概率论和随机过程的应用已经遍及众多的工程领域。虽然有许多关于概率论和随机过程的数学专著和经典教材，但作为一本以大多数工程师和物理学家为使用对象的经典著作，《概率、随机变量与随机过程》一书在全世界受到了广泛的欢迎。正如作者在第 1 版前言中所指出的，“本书既不是为那些满足于查阅指导手册的学生写的，也不是为那些能从高等数学教材中深入研究这一课题的少数人写的。本书的主要对象是大多数的工程师和物理学家，他们相当成熟，能够理解并跟得上逻辑推理……”。该书先后进行过四次修订和再版，并已经被翻译成多种不同语言的版本。我们翻译的是该书于 2001 年 12 月修订后的第 4 版。关于本书的指导思想和内容安排已经在作者的前言中进行了交代，无须重复。这里只是将本书的作者，特别是 A·帕普里斯(Athanasios Papoulis)教授和本书的情况作一些简单介绍。

A·帕普里斯教授 1921 年出生于希腊，分别从雅典国家技术大学和美国宾夕法尼亚大学获得电子工程和数学学位。他 1952 年到纽约布鲁克林工业大学开始任教，直到 1991 年退休，一年后又重新任教直到 1994 年。于 2002 年 4 月 25 日在美国长岛亨廷顿去世，享年 81 岁。

帕普里斯教授一生撰写了 150 余篇学术文章和 9 本学术专著，使他成为科学教育界的杰出学者。其中《概率、随机变量和随机过程》一书于 1965 年第 1 版出版，很快成为该领域的经典教材。该书的第 4 版(和 S. U. Pillai 合著)于 2001 年 12 月问世。帕普里斯教授获得了众多的荣誉，其中包括国际电气电子工程师协会(IEEE)颁发的杰出教育贡献金质奖章以及德国 Humbolt 科研奖和三个欧洲大学的荣誉学位。从事教育和科研工作 41 年中，

帕普里斯教授以其生动活泼的授课方式和将数学思想应用于电子工程领域的创造性贡献成为布鲁克林工业大学师生心目中一个难忘的人物。为了纪念帕普里斯教授，IEEE长岛分会专门设立了帕普里斯奖以奖励那些在工程和技术教育领域做出突出贡献的人。哥伦比亚大学的名誉退休教授，帕普里斯教授的长期同事，米卡·施瓦兹博士(Dr. Mischa Schwartz)是这样回忆帕普里斯教授的，“他是一个天才的应用数学家，他的研究成果和专著显示了他以一种既简单又深刻的方式来分析复杂工程问题的独特能力”。帕普里斯教授的另一个同事，诺贝尔奖获得者，加州工学院的化学教授，鲁道夫·马库斯教授认为帕普里斯教授是“一个终生的朋友。我很欣赏多年来我们讨论过程中他认真和严密的逻辑，他能以这种逻辑把握任何问题的本质。”

《概率、随机变量与随机过程》这本经典名著中，帕普里斯教授的上述独特风格得到了充分的体现：严密的逻辑，浅显易懂的证明，生动有趣的例子和与工程应用背景的紧密结合。本书的第一译者保铮教授[①]在上个世纪80年代曾合作翻译过本书的第2版。我们对能够再次把这样一本经典名著翻译成中文介绍给读者而感到荣幸，并以此来纪念帕普里斯教授。

本书的第1章至第8章由水鹏朗[②]翻译，第9章至第16章由冯大政[③]翻译，全书由保铮和水鹏朗做最后整理。作者在新版里对内容做了较大改动，在本书翻译过程中，我们参考了原书第2版的译本。对于新版中改动很少或未改动的部分我们基本上做了重译，但也有少部分采用了第2版译本的内容。在本书的翻译过程中，我们也得到了几位同事和研究生的帮助，他们有：同事陈瑞林同志和刘宏伟博士，研究生常冬霞、周祎、刘建强、冶继民、匡晓霞和杜兰。在此对他们表示衷心的感谢！

限于译者水平，译文不当之处在所难免，敬请读者原谅。

译者 2003年9月于西安电子科技大学

---

① 保铮，西安电子科技大学教授，中国科学院院士。

② 水鹏朗，西安电子科技大学教授，博士生导师。

③ 冯大政，西安电子科技大学教授，博士生导师。

——出版者注

前 言

与前三版相比，第4版做了重大的改进，包括增加了一位合作作者。第4版大约有三分之一的内容是新的，这些新内容与原内容很好地融为一体，并且秉承了前三版的风格和精华，前几版的读者对此是非常熟悉的。

这一版保持了相同的基本观点和方法：按照演绎科学讲解概率论和随机过程这门课程，并通过基本的工程应用说明理论。关于本书的内容安排，第一版的说明依然有效："本书既不是为那些满足于查阅指导手册的学生写的，也不是为那些能从高等数学教材中深究这一课题的少数人写的。本书的主要对象是大多数的工程师和物理学家，他们相当成熟，能够理解并跟得上逻辑推理……在一些概率论的入门课程中，所讲的概率论的基本原理与现代应用所需的复杂概念之间明显缺乏衔接……随机变量、变换、数学期望、条件密度和特征函数是不可能熟练掌握的。这些概念必须明确定义并且逐个加以详细讨论。"

基于这些，我们加入了大量的例子进一步澄清这些概念。第4版中新的课题包括：

第3章和第4章有一些部分重写并得到了充实。第3章有一节详细描述了伯努利定理和机会游戏(3.3节)，添加了几个有趣的例子提高学生的兴趣，包括经典的赌博破产问题。在第4章，我们分类并罗列了各种概率分布，介绍了二项式分布的两种近似，表明了一些随机变量之间的关系。

第5章包含了一些新例子，这些例子演示了特征函数和矩生成函数的用途，包括棣莫弗-拉普拉斯定理的证明。

第6章被重写并增加了一些例子，这一章透彻描述了二元随机变量及其性质。

第8章增加了8.3节——参数估计，包括了最小方差无偏估计的关键思想、克拉美-罗界、罗-布莱科沃尔定理和巴塔卡亚界。

在第9、10章，泊松过程这节被扩充，包含了一些新结果。并

添加了随机游动的详细内容,作为新的一节。

第12章包括了一个新的小节,描述了在给定一组有效的自相关函数的情况下,所有容许的谱延拓类的参数化。

因为排队论的重要性,原材料中关于排队论的内容被完全修改并扩充成第15和16章。第15章描述了马尔可夫链,包括性质、特征,以及链的长期(稳态)和瞬态性态,也通过例子说明了各个定理的用途。特别是,例15-26——网球比赛是一个从理论到应用的非常好的例子。这章也包括了分枝理论的详细研究,它在排队论中有重要的应用。第16章描述了马尔可夫过程和排队论,从介绍查普曼-柯尔莫格洛夫(Chapman-Kolmogoroff)方程入手,核心是用生-灭过程演示马尔可夫排队。不过,也讲到了非马尔可夫排队和机器服务问题,并包括了对网络排队的介绍。

这本书的内容可按如下安排作为一个学期的课程进行讲授:

- 第1章到第6章:概率论(对高年级或一年级研究生)
- 第7章和第8章:统计和估计理论(概率论的后续课程)
- 第9章至第11章:随机过程(概率论的后续课程)
- 第12章至第14章:谱估计和滤波(随机过程的后续课程)
- 第15章和第16章:马尔可夫链和排队论(概率论的后续课程)

最后,作者衷心感谢McGraw-Hill出版公司电子和计算机工程编辑Gatherine Fields Shultz女士,发展部编辑Michelle Flomenhoft女士和John Griffin先生,计划部经理Sheila Frank女士和她高效率的团队。感谢D. P. Gelopulos, M. Georgiopoulos, A. Haddad, T. Moon, J. Rowland, C. S. Tsang, J. K. Tugnait和O. C. Ugweje教授,在整个书的修改过程中,他们提出了大量的评论、批评和指导。另外,应该特别提到是Michael Rosse博士,他的同事Dante Youla, Henry Bertoni, Leonard Shaw和Ivan Selesnick教授,以及他的学生Hyun Seok Oh博士,Jun Ho Jo先生和Seung Hun Cha先生,在手稿的准备过程中,他们给予作者有价值的帮助和鼓励。作者同C. Radhakrishna Rao教授讨论了他的两个关键定理和其他问题,对他提供的帮助深表感谢。

A·帕普里斯

S·U·佩莱

目 录

第二部分　随机过程

第一部分　概率和随机变量

Probability and Random Variables

原书空白页

第1章 概率的意义

1.1 引　言

概率论用来研究相继发生或同时发生的大量现象的平均特性，比如：电子发射、电话呼叫、雷达检测、质量控制、系统故障、机遇游戏、统计力学、湍流、噪声、出生率与死亡率、排队论，以及其它等等。

人们观测到，在许多领域中，当观测次数增加时，某些量的平均会趋于一个常数；即使平均是对实验前特定的任何子序列进行，其值仍保持不变。例如，在投掷硬币的实验里，正面出现的比例接近 0.5 或其他某个常数，如果每投掷四次取第四次计数的话，仍然会得到相同的平均值（也就是说，没有什么赌博方法能够在长时间里对轮盘赌稳操胜券）。

概率论的目的就是用事件的概率来描述和预测这些平均量。事件 A 的概率是赋予这一事件的一个数 $P(A)$，它可以解释为：

如果实验重复进行 n 次，事件 A 发生 n_A 次，则当 n 足够大时，A 发生的相对频率 n_A/n 以高度的确定性接近 $P(A)$：

$$P(A) \approx n_A/n \tag{1-1}$$

这种解释是不精确的。术语“以高度的把握性”、“接近”和“足够大”的含义都不明确。但是，这种不精确性是不可避免的。如果我们想用概率论的术语来定义“高度的把握性”，能做到的只不过是延缓得到一个无法避免的结论，即：如同任何物理理论一样，概率论也只能以不准确的形式与物理现象相联系。然而，概率论本身是建立在具有明确定义的公理基础之上，按照严格的逻辑规则演绎出来的一门严密的学科，应用于实际问题时，它被证明是成功的。

观测，推理，预测　将概率应用于实际问题时，必须明确区分下列步骤：

步骤1（物理的）　用一个不准确的过程来确定某一事件 A_i 的概率 $P(A_i)$。

这一过程可以利用描述概率与观测之间的关系的(1-1)式：概率 $P(A_i)$ 等于观测的比值 n_{A_i}/n。也可从某种对称性出发进行“推理”：如果总共出现 N 个结果，其中 N_A 个结果属于事件 A，则 $P(A) = N_A/N$。

例如，如果把一颗偏心的骰子投掷 1 000 次，有 200 次出现 5 点，那么“5 点”的概率等于 0.2。如果骰子是均匀的，由于对称性，出现 5 点的概率应等于 1/6。

步骤2（概念的）　假定概率满足某些公理，通过演绎推理从某些事件 A_i 的概率 $P(A_i)$ 确定另外一些事件 B_j 的概率 $P(B_j)$。

例如,在投掷均匀骰子的游戏里,我们可以推出偶数点出现的概率是3/6,推理过程如下:

$$\text{如果}\quad P(1)=\cdots=P(6)=\frac{1}{6},\text{则}\ P(\text{偶数点})=\frac{3}{6}。$$

步骤3(物理的)　基于所得到的概率 $P(B_j)$ 进行实际预测。

这一步骤可以把(1-1)式反过来使用:如果重复实验 n 次,而事件 B 发生 n_B 次,则 $n_B\approx nP(B)$。

例如,投掷匀称骰子1 000次,我们预计偶数点将出现约500次。

解决问题时,我们不能过分强调将上述三个步骤分开处理。但必须明确地区分由经验确定的数据和由逻辑推理所得的结果。

步骤1和3是基于归纳推理的。例如,假定我们希望确定一枚给定硬币正面出现的概率。我们应当投掷硬币100次还是1 000次呢?如果投掷了1 000次,正面出现的频数为0.48,基于这个观测我们能做出什么样的预测呢?我们能否推想再投掷1 000次时正面的数目将约为480?这些问题只能归纳地做出回答。

在本书中,我们主要讨论步骤2,即从某些概率演绎地导出另一些概率。有人可能会说:这样的推导只不过是一种同义语的无谓重复,因为其结果已经包含在原假设之中。如果是这样,那么在同样的意义下,我们可以说:卫星运动的复杂方程式早已包含在牛顿定律里了。

最后,我们再重复一遍,事件 A 的概率 $P(A)$ 可以解释为赋予该事件的一个数,就像质量是赋予物体的一个数,电阻是赋予电阻器的一个数。在理论发展过程中,我们将不关心这个数的"物理意义"。在电路分析、电磁场理论、古典力学或其它一些学科中曾经这样做过。当然,除非它能帮助我们解决实际问题,否则理论就没有实际价值。即使仅仅是近似的,我们也必须对实际电阻器给以特定的电阻值,对实际事件给以特定的概率(步骤1);我们也应当对从理论推导出来的所有结论赋予一定的物理意义(步骤3)。但是对概念和观测的结合与理论的纯逻辑结构(步骤2)必须加以区分。

为了说明这一点,我们在下面例子里讨论电路理论中电阻意义的解释。

【例1-1】　电阻器通常被看成一个二端器件,它的电压正比于电流

$$R=\frac{v(t)}{i(t)}\tag{1-2}$$

这只是一个简单的抽象。实际电阻器总是一个具有分布电感和电容且没有明显端点的复杂器件。(1-2)式的关系,只有在一定频率范围内,加上其它多种限制条件,并容许一定的误差才能成立。然而,在电路理论中,人们忽略了这些不确定性,认为电阻 R 是满足(1-2)式的精确数值,且以(1-2)式和克希荷夫定律为基础发展了电路理论。我们都会认同,在理论研究的每一阶段都要精确关心 R 的真正意义是不明智的。

1.2　定　义

在这一节里,我们讨论各种概率的定义和它们的作用。

1.2.1　公理化定义

我们将利用集合论的一些概念(详见第2章):必然事件 S 是每次试验均发生的事件。两个

事件 A 和 B 的并 $A \cup B \equiv A + B$ 是一个新事件，表示 A 和 B 之一发生或两者都发生。事件 A 和 B 的交 $A \cap B \equiv AB$ 是另一事件，表示 A 和 B 都发生。如果 A 和 B 中一个事件发生排斥另一事件的发生，则称事件 A 和 B 是互斥的或互不相容的。

我们用掷骰子实验加以说明：六个面中出现任何一面的事件是必然事件。"偶数点"事件和"小于 3 点"事件的并是事件"1 点"或"2 点"或"4 点"或"6 点"，而两者的交是事件"2 点"。"偶数点"事件和"奇数点"事件是互斥的。

概论的公理化方法仅仅从下列三条假设出发：

任一事件 A 的概率 $P(A)$ 是赋予此事件的一个非负实数：

$$P(A) \geqslant 0 \tag{1-3}$$

必然事件的概率等于 1：

$$P(S) = 1 \tag{1-4}$$

如果两个事件 A 和 B 是互斥的，则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \tag{1-5}$$

这种方法用于概率的历史并不太久[柯尔莫格洛夫(A. Kolmogoroff)，1933]①。但是，我们觉得，这是引出概率的最好途径，即使在初等课程里也是如此。它强调理论的演绎特性，避免了概念模糊，也为复杂的应用提供了坚实的基础，而且，至少它为深入研究这一重要学科提供了一个开端。

概率的公理化展开可能会涉及过多的数学。但是，正如我们希望表明的，情况并非一定如此，理论的基本部分完全可以用基础微积分来解释。

1.2.2　相对频率定义

相对频率方法是基于下述定义：一事件 A 的概率 $P(A)$ 是极限

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_A}{n} \tag{1-6}$$

式中 n_A 是 A 的发生次数，n 是试验次数。

这个定义看起来是合理的。由于概率用以描述相对频率，用这一频率的极限来定义它是很自然的。这样，与先验定义联系在一起的那些麻烦被消除了，人们可能觉得，这一理论是建立在观测基础上的。

尽管相对频率概念是概率应用的基础(步骤 1 和 3)，但把它作为演绎过程的基础(步骤 2)，带来的问题是富有挑战性的，也是困难的。事实上，在实际实验中，n_A 和 n 虽然可以很大，但终究是有限的，所以它们的比值往往不能等于，甚至难以逼近到极限。如果用(1-6)式来定义 $P(A)$，这个极限只能作为一种假说来接受，而不是一个可以用实验确定的数。

上个世纪早期，冯·密塞思(Von Mises)②用(1-6)式作为一个新理论(也就是概率论)的基础。在那个年代里，流行的观点仍然是古典的。他的工作对于概率的先验概念提供了一个颇受欢迎的处理办法，使得人们不得不审视抽象推理和实际应用的联系，从而也表明了概率论可

---

① A. Kolmogoroff. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeits Rechnung. Ergeb. Math und ihrer Grensg. Vol. 2, 1933.

② Richard Von Mises. Probability, statistics and Truth. English edition, H. Geiringer, ed. G. Allen and Unwin Ltd., London, 1957.

以得到有用的结论，因为它隐含地使用了基于大量经验的相对频率的概念。虽然(1－6)式把$P(A)$和观测频率联系在一起，但用(1－6)式作为演绎基础的方法却没有被广泛接受。一般认为柯尔莫格洛夫的公理化方法更为优越。

我们仍用理想电阻R的定义为例，并冒昧地比较一下两种方法。我们可以把R定义为下面的极限

$$R=\lim_{n\to\infty}\frac{e(t)}{i_n(t)}$$

式中$e(t)$是电压源，$i_n(t)$是一系列实际电阻器里的电流，而这些电阻器在某种意义上趋于一个理想的二端元件。这个定义可以表明实际电阻器和理想元件之间的关系，但所得的理论是复杂的。显然，基于克希荷夫定律的R的公理化定义要好一些。

1.2.3　古典定义

在好几个世纪的时间里，概率论都是建立在古典定义的基础上。现在，这一概念仍然用于确定概率数据，并作为行之有效的假定。下面，我们来说明它的重要性。

按照古典定义，一个事件A的概率$P(A)$可以不经实际实验而先验确定。它的值由下式给出

$$P(A)=\frac{N_A}{N} \tag{1-7}$$

式中N是可能结果的总数，而N_A是属于事件A的结果数。

在掷骰子实验中，可能的结果数为6，而属于“偶数点”这一事件的结果数为3，所以P(偶数点)$=3/6$。

但是，应该注意到，N和N_A的意义不总是明确的。我们通过下面的例子来演示这种内在的模糊性。

【例 1－2】　投掷两颗骰子，我们需要求出所出现的点数之和等于7的概率p。

用(1－7)式来解决这一问题时，首先需要确定N和N_A这两个数。

(a) 我们可以认为可能的结果有11种，即其和的值为2，3，…，12。而这11个结果中，仅有一种值为7，于是$p=1/11$。这一结论显然是错误的。

(b) 我们可以把所有的点数对作为可能的结果，而对两颗骰子不加区分。这样我们有21个可能的结果，其中只有(3，4)，(5，2)和(6，1)三对点数和为7。这种情况下，$N=21$和$N_A=3$，$p=3/21$，因此，这一结论也是错误的。

(c) 我们现在知道上述两个解之所以错误，是因为(a)和(b)的各种结果并不是**等可能的**。要“正确地”解决这个问题，必须在区分第一颗和第二颗骰子的条件下计算所有的点数对。这时结果的总数为36，而属于点数和为7这一事件的结果有6个，分别是(3，4)，(4，3)，(5，2)，(2，5)，(6，1)和(1，6)，所以$p=6/36$。

上述例子表明，有必要改进定义(1－7)式。改进后的形式如下：

如果所有结果是**等可能的**，一事件的概率等于属于它的结果数与总结果数的比。

很快我们将会看到，这种改进并不能消除古典概率定义存在的问题。