

小学兴趣活动丛书 (供五年级用)

数学宫

楼薰南 寿卫华 编



上海科学普及出版社

小学兴趣活动丛书

数 学 宫

(供五年级用)

楼薰南 寿卫华 编

(沪)新登字第 305 号

责任编辑 顾蕙兰

小学兴趣活动丛书

数学宫

(供五年级)

楼薰南 寿卫华 编

上海科学普及出版社出版

(上海曹杨路 500 号 邮政编码 200063)

新华书店上海发行所发行 上海长鹰印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6.625 字数 147000

1995 年 7 月第 1 版 1995 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—10000

ISBN 7-5427-0877-5/G·274 定价: 6.50 元

编者的话

中、小学课程教材改革全面开展，课程结构正在发生重大的变化，兴趣课、选修课、活动课等已列入课表，作为课堂教学的一个新板块。广大学生在学好课本上的知识之后，要求从各个领域汲取新的知识、新的信息。为了适应这一形势发展的需要，激发学生学习的兴趣，扩大知识面，提高解决实际问题的能力，特编写了这一套小学兴趣活动丛书，为全国各地区提供一套针对性强、实用性强的兴趣课材料，希望能对数学兴趣活动的开展起到积极的推动作用。

《数学宫》按年级编写，从一年级至六年级共六册。每一册与一个年级的教材衔接，大致按教材章节为序编写，便于师生使用时对照。兴趣课的目的，是使广大学生学习必要的现代新科技知识，是课堂教学的补充、延伸和扩大。因此，我们在编写时既注意到课本的基础知识，又适当地增加难度，使学生从中学到新知识，掌握新技巧，同时对方程、对应、集合、函数、极限、概率等有一个粗浅的了解，为今后的学习打下基础。

本书适用于五年级，全书分计算、应用题、图形的面积、方程、数的整除、长方体和正方体等几个部分，每一部分又分若干个小节，在使用时可循序进行，也可前后打乱、选择使用，可合可分，十分灵活。每一小节后都安排一定数量的练习，书后附有答案或简单的解答，使学生在解题时有所启示，有所依据，有利于学生自学能力与解题能力的提高。

这套丛书的编写和出版是个新的尝试，由于编写时间匆促，限于水平，难免有疏漏之处，敬请广大师生和读者指正，以便在再版时加以修改。

目 录

一、计算	(1)
1. 速算	(1)
2. 积的大小比较	(5)
3. 个位数字	(10)
4. 求和	(15)
5. 图形计数 (一)	(18)
6. 图形计数 (二)	(23)
二、应用题	(30)
1. 归一问题	(30)
2. 平均数问题	(34)
3. 和倍、差倍与和差问题	(38)
4. 行程问题 (一)	(44)
5. 行程问题 (二)	(51)
6. 盈亏问题	(54)
7. 还原问题	(58)
8. 年龄问题	(62)
9. 置换问题	(65)
10. 差额问题	(68)
11. 植树问题	(73)
三、图形的面积	(78)
1. 平行四边形、三角形和梯形 (一)	(78)
2. 平行四边形、三角形和梯形 (二)	(86)

3. 平行四边形、三角形和梯形 (三)	(93)
4. 格点法求积	(100)
四、方程	(105)
1. 用字母表示数	(105)
2. 方程	(109)
3. 列方程解应用题 (一)	(114)
4. 列方程解应用题 (二)	(120)
五、长方体和正方体	(128)
六、数的整除	(137)
1. 数的整除	(137)
2. 分解质因数	(141)
3. 最大公约数	(146)
4. 最小公倍数	(151)
5. 有余数的除法 (一)	(156)
6. 有余数的除法 (二)	(160)
七、综合题	(166)
附：练习答案	(172)

一、计 算

1. 速 算

小数四则运算，一般常采用“凑整”的方法，进行速算，提高计算的准确性，同时提高计算的速度。

整数中的各种运算定律和运算性质，在小数中完全适用，灵活地运用这些定律和性质，可以简化运算，做到既快又准。

常用的运算定律有：

1. $a+b=b+a$ 加法交换律

2. $(a+b)+c=a+(b+c)$ 加法结合律

3. $ab=ba$ 乘法交换律

4. $(ab)c=a(bc)$ 乘法结合律

5. $(a+b)c=ac+bc$ 乘法分配律

常用的运算性质有

1. $a-b-c=a-(b+c)$

2. $a-b+c=a-(b-c)$

3. $a \div b \div c = a \div (b \times c)$

4. $a \div b \times c = a \div (b \div c)$

例 1 $376.5 - 29.94$

$$= 376.5 - 30 + 0.06 \quad \text{把 } 29.94 \text{ 看作 } 30, \text{ 加上多减去的 } 0.06$$

$$= 346.56$$

例 2 $0.9 + 0.99 + 0.999 + 0.9999$

$$= 1 \times 4 - (0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001)$$

$$=4-0.111$$

$$=3.8889$$

例 3 $24.24-(17.41-5.76)$

$$=24.24-\underbrace{17.41+5.76}_{\text{先加,“凑整”}}$$

$$=30-17.41$$

$$=12.59$$

例 4 27.6×0.25

$$=27.6 \times \underbrace{(0.25 \times 4 \div 4)}_{0.25 \times 4 = 1}$$

$$=27.6 \div 4$$

$$=6.9$$

例 5 $12.5 \times (0.9 \times 0.4)$

$$=12.5 \times 0.4 \times 0.9$$

$$=5 \times 0.9$$

$$=4.5$$

例 6 $12.5 \times 2.5 \times 0.7 \times 9.6$ ($9.6=8 \times 0.4 \times 3$)

$$=(12.5 \times 8) \times (2.5 \times 0.4) \times (0.7 \times 3)$$

$$=100 \times 1 \times 2.1$$

$$=210$$

例 7 $3.756 \times 11.43 + 0.3756 \times 885.7$

分析 容易看出,式子中有两个因数的数字相同(都是3、7、5、6),利用小数乘法的法则,可以使它们的小数位数也相同,然后运用乘法分配律进行简算。

$$\text{原式} = 3.756 \times 11.43 + \underbrace{3.756 \times 88.57}_{\text{积不变}}$$

$$= 3.756 \times \underbrace{(11.43 + 88.57)}_{\text{恰好等于 } 100}$$

$$= 375.6$$

例 8 $11 \div 0.125$

$$= (11 \times 8) \div (0.125 \times 8) \quad \text{根据商不变性质}$$
$$= 88$$

例 9 $12.02 \div 2.5$

$$= (12.02 \times 0.4) \div (2.5 \times 0.4)$$

—— 凑成 1

$$= 4.808$$

例 8、例 9 是根据商不变性质，将 0.125、2.5 扩大倍数，凑成 1，使除法变成乘法，达到巧算的目的。熟练后可以直接写出得数。如 $1.7 \div 0.125 = (1.7 \times 8) \div 1 = 13.6$ 。

例 10 $(2.7 \times 5.1 \times 0.65) \div (0.9 \times 1.7 \times 1.3)$

$$= 2.7 \times 5.1 \times 0.65 \div 0.9 \div 1.7 \div 1.3 \quad \text{除法运算性质}$$
$$= (2.7 \div 0.9) \times (5.1 \div 1.7) \times (0.65 \div 1.3)$$
$$= 3 \times 3 \times 0.5 = 4.5$$

例 11 27.4×1.5

$$= 27.4 \times (1 + 0.5)$$
$$= 27.4 \times 1 + 27.4 \times 0.5$$

—— 27.5 的一半

$$= 27.4 + 13.7$$
$$= 41.1$$

从这道例题可以看出，一个数（零除外）乘以 1.5，只要将这个数加上它的一半就得到所求的积。

例 12 46.4×0.15

$$= 46.4 \times 1.5 \div 10$$
$$= (46.4 + 23.2) \div 10$$

—— 利用例 9 的方法

$$= 6.96$$

同样，在熟练后，中间过程都可以省略，直接写出得数。如

$$12.3 \times 0.015 = 0.1845$$

$$12.3$$

$$+ \quad \underline{6.15 \cdots \cdots} \text{加一半}$$

$$18.45 \cdots \cdots 0.015 \text{ 扩大 100 倍得 } 1.5, \text{ 积应缩小 } 100 \text{ 倍}$$

例 13 5.8×0.99

$$= 5.8 \times (1 - 0.01)$$

$$= 5.8 - 0.058$$

$$= 5.742$$

例 14 1.64×1.02

$$= 1.64 \times (1 + 0.02)$$

$$= 1.64 + 0.0328$$

$$= 1.6728$$

例 15 $88.88 \times 66.69 + 44.44 \times \underline{66.62}$

$$66.62 = 2 \times 33.31$$

$$= 88.88 \times 66.69 + 88.88 \times 33.31$$

$$= 88.88 \times (66.69 + 33.31)$$

$$= 8888$$

例 13~15 三道题都是利用乘法分配律,使运算大为简化。

例 16 $38.69 + 41.06 + 39.24 + 40.74 + 39.65 + 40.78$

$$= 40 \times 6 + (1.06 + 0.74 + 0.78 - 1.31 - 0.74 - 0.35)$$

$$= 240 + 0.18$$

$$= 240.18$$

算式中的六个数都十分接近 40,因此把它们都看作 40。凡大于 40 的,把小数部分再加上,凡小于 40 的,逐一减去这些数与 40 的相差数。

练习一

1. $59.64 - 37.291 - 12.709 + 3.36$
2. $5.7 \times (2.3 \div 0.19)$
3. $999^2 + 1999$
4. $0.89 + 0.899 + 0.8999 + 0.89999$
5. $37.1 \div 0.25$
6. $1.031 \div 0.125$
7. $5.6 \times 2.5 \times 1.25 \times 0.4$
8. $1.256 \times 37.43 + 87.44 \times 6.257 + 125.6 \times 0.2514$
9. $3.124 \times 42.56 + 42.56 \times 9.476 \div 12.6 \times 57.44$
10. $3.3 \div 1.21 \times 0.78 \div 3.4 \div 0.65 \times 1.87$
11. 5.46×1.5
12. 8.46×0.15
13. 430.24×0.015
14. 17.1×0.98
15. 38.16×1.01

2. 积的大小比较

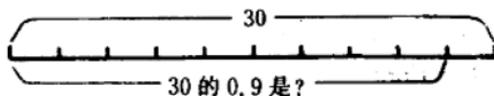
在整数乘法里,所得的积一般总是等于或大于被乘数。在小数乘法里,所得的积除了可能等于或大于被乘数之外,还会出现小于被乘数的情况,如 $30 \times 0.9 = 27 (< 30)$ 。

为什么会这样呢?我们如何能迅速地判断积是大于或小于被乘数呢?

要弄清这个问题,得从小数乘法的意义谈起。

30×0.9 的意义是求 30 的十分之九是多少,也就是把 30

平均分成十份,取其中的九份。显然 $30 \times 0.9 < 30$ 。从下图也可以清楚地看出:



如果用字母 A 表示被乘数, ($A \neq 0$) 字母 b 表示乘数, 则有下列关系式可以表示积与被乘数的关系:

$$A \times b \begin{cases} = A & \text{当 } b=1 \text{ 时} \\ > A & \text{当 } b>1 \text{ 时 (} b \text{ 为带小数)} \\ < A & \text{当 } b<1 \text{ 时 (} b \text{ 为纯小数)} \end{cases}$$

根据上述关系式可以很快地作出判断。

例 1 在 () 里填上“<”、“=”或“>”:

$$3.75 \times 0.999 () 3.75 \quad 5.68 \times 1.001 () 5.68$$

$$0.87 \times 0.87 () 0.87 \quad 14.99 \times 1 () 14.99$$

解 根据乘数的大小, 可以直接写上答案。

$$3.75 \times 0.999 (<) 3.75 \quad 5.68 \times 1.001 (>) 5.68$$

$$0.87 \times 0.87 (<) 0.87 \quad 14.99 \times 1 (=) 14.99$$

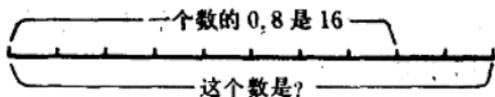
在整数除法里, 所得的商一般都小于或等于被除数。在小数除法里, 所得的商除上述两种情况外, 还会出现商大于被除数的情况。如 $16 \div 0.8 = 20 (> 16)$

为什么会商大于被除数的情况呢? 我们如何可以迅速地判断商是小于还是大于被除数呢?

要弄清这个问题, 也要从小数除法的意义说起。

$16 \div 0.8$ 的意义是已知一个数的 0.8 是 16, 这个数是多少。我们已经知道, 0.8 表示把整体“1”平均分成十份, 取出其中的八份。于是, 我们可以得出: 把一个数平均分成十份, 取出

其中的八份是 16, 要求这个数是多少, 可以这样想 $16 \div 8 = 2$, $2 \times 10 = 20$, 即 $16 \div 0.8 = 20 > 16$ 。从下图也可以清楚地看出:



每一小段(即 0.1)是 $16 \div 8 = 2$, 10 小段(即 1)是 $2 \times 10 = 20$ 。

如果我们分别用 A 表示被除数($A \neq 0$), b 表示除数($b \neq 0$), 则有下列关系式可以表示被除数与商的关系:

$$A \div b \begin{cases} = A & \text{当 } b = 1 \text{ 时} \\ > A & \text{当 } b < 1 \text{ 时 (} b \text{ 为纯小数)} \\ < A & \text{当 } b > 1 \text{ 时 (} b \text{ 为带小数)} \end{cases}$$

根据上面的关系式可以迅速地判断商与被除数的关系。

例 2 在()里填上“>”、“<”或“=”:

$$4.96 \div 1 () 4.96 \quad 18.27 \div 0.999 () 18.27$$

$$3.304 \div 1.002 () 3.304 \quad 0.59 \div 0.95 () 0.59$$

解 根据除数的大小, 可以直接写出答案。

$$4.96 \div 1 (=) 4.96 \quad 18.27 \div 0.999 (>) 18.27$$

$$3.304 \div 1.002 (<) 3.304 \quad 0.59 \div 0.95 (>) 0.59$$

例 3 不计算, 判断下列各式的大小

$$\textcircled{1} 4.56 \times 3.82 \quad \textcircled{2} 45.6 \times 0.382 \quad \textcircled{3} 0.456 \times 0.382$$

$$\textcircled{4} 45.6 \times 38.2$$

解 根据小数乘法的计算法则, 可以很快得出结论:

式④的积最大, 式③的积最小, 式①与②的积相等。

例 4 不计算, 判断下列各式的大小

$$(1) 4.72 \div 0.97 \quad (2) 47.2 \div 9.7 \quad (3) 4.72 \div 0.097$$

$$(4) 0.472 \div 97$$

解 利用商不变性质将四个算式改写一下,使四式中的除数都相同。

(1) $4.72 \div 0.97$ (2) $4.72 \div 0.97$ (3) $47.2 \div 0.97$ (4) $0.00472 \div 0.97$ 容易看出,式(3)的商最大,式(4)的商最小,式(1)与(2)商相等。

例5 判断 9876.5×5678.9 与 9876.6×5678.8 的积的大小

解 由于两个算式中,两个因数都不相同,所以如果仍按上述方法,不能很快作出判断。解答问题的关键是设法使某一个(或两个)因数相同。

因为 $9876.6 = 9876.5 + 0.1$, $5678.9 = 5678.8 + 0.1$

所以 9876.5×5678.9

$$= 9876.5 \times (5678.8 + 0.1)$$

$$= \underline{9876.5 \times 5678.8} + 9876.5 \times 0.1$$

$$9876.6 \times 5678.8$$

$$= (9876.5 + 0.1) \times 5678.8$$

$$= \underline{9876.5 \times 5678.8} + 5678.8 \times 0.1$$

比较两个算式的积,划线部分相等, $9876.5 \times 0.1 > 5678.8 \times 0.1$,因此

$$9876.5 \times 5678.9 > 9876.6 \times 5678.8$$

例6 判断 3721898×5963472 与 3721899×5963471 的大小

解 设 3721898 为 a , 5963471 为 b , 则原式可写成

$$a \times (b+1) = ab + a, (a+1) \times b = ab + b$$

因为 $b > a$, 所以 $3721898 \times 5963472 (<) 3721899 \times 5963471$

例7 将下列各式按从大到小的顺序排列:

$$120 \times 180, \quad 130 \times 170, \quad 150 \times 150,$$

$$140 \times 160, \quad 110 \times 190$$

解 观察上面五个算式,可以发现两个因数的和都相等。因为在周长相等的情况下,正方形的面积最大,五个算式中, 150×150 可以看作是边长是 150 的正方形的面积,其余四个都可以看作是长方形的面积,长方形的两条边(即算式中的两个因数)越接近正方形的边长(即 150),它们的面积也越接近正方形的面积。因此

$$150 \times 150 > 140 \times 160 > 130 \times 170 > 120 \times 180 > 110 \times 190$$

例 8 在 40×1200 , 885×355 , 1221×19 , 620×620 , 400×840 , 600×640 中哪一个积最大? 哪一个积最小?

解 容易看出,这几个算式中两个因数的和都相等(1240),因此可以得到 620×620 的积最大, 1221×19 的积最小。

练习二

1. 在()里填上“>”、“<”或“=”:

(1) 3.089×0.98 () 3.089

(2) 4.317×1.19 () 4.317

(3) $51.134 \times \frac{16}{17}$ () 51.134

(4) $A \div \frac{101}{100}$ () A ($A \neq 0$)

(5) 4.321×0.88 () $4.321 \div 0.88$

2. 判断下列乘积的大小:

(1) 489632×889157 与 489633×889156

(2) 233245.6×877890.4 与 233245.7×877890.3

3. 将下列算式按从小到大的顺序排:

$$48.2 \times 32.8 \quad 69.9 \times 11.1 \quad 40.5 \times 40.5$$

$$26.4 \times 54.6 \quad 50.3 \times 30.7$$

3. 个位数字

我们运用已经掌握的知识,不难找出一般乘法算式的积的个位数字,如 37125×29884 积的个位数字是 0, 5412.97×4386.004 的末尾数字是 8。但对于较特殊的乘法如

$$\underbrace{9 \times 9 \times \cdots \times 9}_{542 \text{ 个}}$$

$$\underbrace{0.3 \times 0.3 \times 0.3 \times \cdots \times 0.3}_{1990 \text{ 个}}$$

就不容易一下子求出它们的个位(或末位)数字。

为了解决这个问题,我们要进一步学习有关乘方的知识。

从四年级开始,我们就知道 a^2 表示 $a \times a$, 读作 a 的平方(或 a 的二次方);后来又进一步学了 a^3 , 懂得 a^3 表示 $a \times a \times a$, 读作 a 的立方(或 a 的三次方)。在这些知识的基础上不难知道:

$$a^7 = a \times a \times a \times a \times a \times a \times a,$$

$$a^{100} = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{100 \text{ 个 } a \text{ 相乘}}$$

$$a^n = \underbrace{aaa \cdots a}_n \text{ 个 } a \text{ 相乘}$$

这里的 a 表示相同的因数,叫底数; n 表示有多少个这样的因数相乘,叫指数。

例 1 在()里填上合适的数

$$(1) 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = ()^{()}$$