

气象科研成果汇编

(二)

湖北省气象局科研所

一九七九年九月

目 录

1. 付热带天气尺度和次天气尺度系统短期演变的一般机制
.....胡伯威 (2)
2. 梅雨的环流背景以及切变线低涡若干问题探讨
.....胡伯威、王灵艳 (18)
3. 冬半年 100 毫巴形势的统计特征及在预报中的应用
.....匡木贺 (40)
4. 分析 100 毫巴上极涡特征作 1—4 月份武汉 ≥ 5 天连晴，
连阴雨的中期预报
.....黄勇飞 (55)

付热带天气尺度和次天气尺度系统 短期演变的一般机制

胡 伯 威

提 要

本文从包含水汽潜热的平衡模式的方程组出发，假定大气各场函数在水平方向呈简单谐波分布。得到各标准气压层上垂直运动和涡度倾向的近似解析解。它是包含所有气压层上各项广义的温度平流和涡度平流的一组线性多项式。每一多项式中各项的系数值分别表现出该项平流因子对某气压层上垂直运动或涡度倾向的影响。对几种标准情况计算出这些影响系数，有助于定性地揭示天气尺度系统短期演变的主要物理过程。较适用于付热带情况。

引 言

60年代以来我国叶笃正、陈秋土、曾庆存，李麦村等在研究大气运动适应理论同时也注意把这一理论用于天气系统发展演变机制的研究。在这方面做了一系列的工作[1]—[7]。其中一个重要的思想是关于广义平流在天气系统演变中的决定作用。即根据尺度分析，控制方程中影响大气场变化的因素（项）可分为两类，一类是当运动偏离某种形式的适应平衡的情况下伴随着位势运动和垂直运动而出现的所谓线性项。它们对场变化的贡献总是趋向于消弥其它因子所引起的场变化中不协调的部分（即偏离某种适应平衡状态的部分）。也就是说在场演变中，它们主要是起着适应调整的作用。在高度简化的方程中除上述线性项以外就是非线性的平流项。推广而言，有人把更一般的情况下除线性项以外的项通称为广义的平流项[2]。因此说，任意时刻的场变化是平流变化和调整变化两部份的总和。但由于起着适应调整作用的线性项本身是当平流变化导致平衡偏离的情况下才出现的。所以调整变化并不是独立的，它是对平流变化的反应。特别是当演变过程大体在相继的平衡状态中进行时，调整变化按照一定的规律响应平流变化。在这种情况下可以认为全部场变化是由广义平流决定的。理论上，由一个初始场出发，对任意时空点上的大气场函数可以给出由各广义平流的三维空间和时间的积分形式表示的解析解。为了明确地揭示天气系统演变的物理过程，解析解较之数值解更有意义。但在一般情况下要得到不是抽象的而是具体、便于运用的解析解是困难的。

本文的目的是根据上述思想，针对付热带地区大气特点，寻求一种形式简明并便于定性运用的涡度倾向和垂直运动的近似解析解。以便揭示付热带天气尺度系统演变的一些主要物理过程。

一、基本方程

我国南方在夏季季风环流建立后，由于行星锋带和西风急流都稳定在 35°N 以北。这个地区大部份时间是在对流层下部来自热带的暖湿气团控制下。形成大气条件的下列特点：1、由于气团潮湿不稳定，热力对流频繁，非绝热热源作用在对流层中有重要的动力意义。2、由于水汽潜热参与动力过程，有利于波长较小的扰动的发展[8]。3、水汽潜热的参与又相当于减小了静力稳定性，导致较小的惯性重力波速和能量频散速度；延迟了地转适应过程。

加之系统的水平尺度较小以及纬度偏低，Rossby数($R_o = \frac{V}{fL}$)较大。因此运动有一定程度的地转偏差[7]。根据上述特点在模式中即使不能描述潜热作用的细节，也要给出潜热作用的地位。以便在具体分析中联系实际条件作定性讨论。另一方面在平衡模式的基础上适当简化可能比采用纯粹的准地转模式更符合实际。而且便于在运用时近似地从实际风场出发。

省略垂直方向平流项和涡管扭转项的涡度方程可写成下列形式：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f) - \zeta \nabla \cdot \mathbf{V} - g K \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \times \boldsymbol{\tau}) + f \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}$ 为摩擦应力

除 $f \frac{\partial \omega}{\partial p}$ 以外 (1) 式右端各项都可看作广义的涡度平流，其总和用 J_α 表示。

于是涡度方程可写成简缩形式：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = J_\alpha + f \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (2)$$

引进静力平衡关系的热流入量方程可写成：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = \frac{R}{P} \mathbf{V} \cdot \Delta T - \frac{R}{P} \frac{Q}{c_p} - \sigma \omega \quad (3)$$

这里 R 为空气气体常数， Q 为单位质量空气的非绝热加热率。 $\sigma = -\frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$ 即静力稳定性。

同样地，除 $-\sigma \omega$ 外 (4) 式右端各项可以看作广义的温度平流，其总和用 J_T 表示，(3) 式可写成：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\frac{R}{P} J_T - \sigma \omega \quad (4)$$

采用平衡模式的散度方程：

$$\nabla^2 \phi - f \zeta - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \beta u = 0 \quad (5)$$

组合 (2) (4) (5) 得到如下形式的 ω 方程：

$$\left(\sigma \nabla^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = -f \frac{\partial}{\partial p} J_\alpha - \frac{R}{P} \Delta^2 J_T - 2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \Big) + \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial p} \quad (6)$$

(取导时忽略 f 和 σ 在水平方向的变化)

式(6)实际上接近 Krishnamurti [9] 给出的可以适用于赤道 5 个纬距以外而 Rossby 数仍小于 1 的情况下的平衡模式 ω 方程的一种缩写形式。可以看到方程右端除了与广义涡度平流和广义温度平流有关的项以外，还包括两个带有时间导数的项，这两项是由散度方程引进来的。在散度方程中变形项和 β 项不能忽略。但是在 ω 方程中它们对 J_{ω} 和时间取导数以后，在某些情况下就变得不重要了，在国内近年暴雨分析中有人 [10] 曾计算过这两项的量级，结果表明在斜压结构不明显，系统变化不很剧烈的情况下它们是很小的。因此针对我国南方夏季热带天气系统的特点，可以略去这两项，于是 ω 方程可写成：

$$\left(\sigma \nabla^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = -f \frac{\partial}{\partial p} J_{\omega} - \frac{R}{c_p} \nabla^2 J_T \quad (7)$$

注意如果我们已在平衡方程中省略最后两项，那就等于规定了风场是准地转的，象准地转 ω 方程一样。方程右端扰源函数中的风也应看作是地转风。但准地转模式本来就很容地容纳了一些矛盾，例如在假定地转风的同时又保留了带散度 $(\frac{\partial \omega}{\partial p})$ 的项。现在加进非绝热热源和摩擦力等因素，矛盾更大。所以我们首先不作地转风假定。是在导出 ω 方程后，考虑实际情况而决定省略平衡方程最后两项的二阶导数 $(\frac{\partial^2}{\partial t \partial p})$ 项。其物理意义是：并不把任意时刻的风场看作是地转风场。在平衡方程的限制范围内容许一定程度的地转偏差。但涡度场的变化是准地转的。即流场热成风涡度倾向 $(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial p})$ 和温度场热成风涡度倾向 $(\frac{1}{f} \frac{\partial^2}{\partial t \partial p} \nabla^2 \phi)$ 一致。所以 (7) 式在形式上虽与准地转 ω 方程很相似，但物理内容有所差别。

在一定条件下解出方程 (7) 以后代回涡度方程就可以得到完全用广义平流决定涡度倾向的关系式。

二、在典型大气情况下各气压层上 ω 和 $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ 的近似解

从地面 ($P = 1000 \text{ mb}$) 到大气上界每隔 100 mb 为一层，各层标号如右图。把 (7) 式用差分形式写在偶数层上：

$$\begin{aligned} \sigma_{2i} \nabla^2 \omega_{2i} + \frac{f^2}{\Delta p^2} (\omega_{2i+2} - 2\omega_{2i} + \omega_{2i-2}) &= -\frac{f}{\Delta p} (J_{\omega 2i+1} - J_{\omega 2i-1}) \\ &- \frac{R}{P_{2i}} \nabla^2 J_T \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Delta P = 200 \text{ mb}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

假定有关各场函数在 x、y 方向的分布呈简单谐波形式，

即：

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega^* \sin \frac{2\pi}{\lambda_x} x \sin \frac{2\pi}{\lambda_y} y \\ J_T &= J_T^* \sin \frac{2\pi}{\lambda_x} x \sin \frac{2\pi}{\lambda_y} y \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ω^* 和 J_T^* 在等压面上为常数，于是

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \omega &= - \left(\frac{4\pi^2}{\lambda_x^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda_y^2} \right) \omega = - \frac{\omega}{L^2} \\ \nabla^2 J_T &= - \left(\frac{4\pi^2}{\lambda_x^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda_y^2} \right) J_T = - \frac{J_T}{L^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

L 是标志扰动水平尺度的特征值，但要注意它比“波长”

约小一个量级，实际上当 $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$ 时 $\frac{1}{L^2} = \frac{8\pi^2}{\lambda^2}$ ，

$$L = \lambda \sqrt{\frac{1}{8\pi}} \sim \lambda \cdot 10^{-1}.$$

(8) 式可写成：

$$\begin{aligned} &= - \frac{\sigma_{2i+1}}{L^2} \omega_{2i+1} + \frac{f^2}{\Delta P^2} (\omega_{2i+2} - 2\omega_{2i} + \omega_{2i-2}) \\ &= - \frac{f}{\Delta P} (J_{\omega_{2i+1}} - J_{\omega_{2i-1}}) + - \frac{R}{P_{2i} L^2} J_{T_{2i}} \quad \text{或} \\ &\omega_{2i-2} - \left(\frac{(\Delta P)^2 \sigma_{2i}}{f^2 L^2} + 2 \right) \omega_{2i} + \omega_{2i+2} \\ &= - \frac{\Delta P}{f} (J_{\omega_{2i+1}} - J_{\omega_{2i-1}}) + \frac{R(\Delta P)^2}{P_{2i} f^2 L^2} J_{T_{2i}} \end{aligned} \quad (11)$$

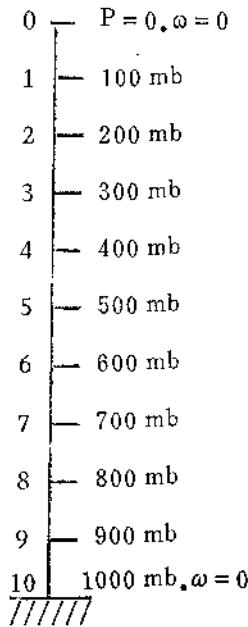
具体到各层就得到一个线性的代数方程组：

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 + C_2 \omega_2 + \omega_4 &= F_2 \\ \omega_2 + C_4 \omega_4 + \omega_6 &= F_4 \\ \omega_4 + C_6 \omega_6 + \omega_8 &= F_6 \\ \omega_6 + C_8 \omega_8 + \omega_{10} &= F_8 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{式中 } F_{2i} = - \frac{\Delta P}{f} (J_{\omega_{2i+1}} - J_{\omega_{2i-1}}) + \frac{R(\Delta P)^2}{P_{2i} f^2 L^2} J_{T_{2i}} \quad (13)$$

$$C_{2i} = - \frac{(\Delta P)^2 \sigma_{2i}}{f^2 L^2} + 2 \quad (14)$$

(12) 中 $\omega_0 = 0$ ，对于平坦地区近似地有 $\omega_{10} = 0$ 则 (12) 式有下列形式的解：



$$\left. \begin{array}{l} \omega_2 = a_{22} F_2 + a_{24} F_4 + a_{26} F_6 + a_{28} F_8 \\ \omega_4 = a_{42} F_2 + a_{44} F_4 + a_{46} F_6 + a_{48} F_8 \\ \omega_6 = a_{62} F_2 + a_{64} F_4 + a_{66} F_6 + a_{68} F_8 \\ \omega_8 = a_{82} F_2 + a_{84} F_4 + a_{86} F_6 + a_{88} F_8 \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$a_{22} = \frac{1}{S} (C_4 C_6 C_8 - C_4 - C_8)$$

$$a_{24} = a_{42} = -\frac{1}{S} (C_6 C_8 - 1)$$

$$a_{26} = a_{62} = -\frac{C_8}{S}$$

$$a_{28} = a_{82} = -\frac{1}{S}$$

$$a_{44} = \frac{1}{S} (C_2 C_6 C_8 - C_2)$$

$$a_{46} = a_{84} = -\frac{C_2 C_8}{S}$$

$$a_{48} = a_{86} = -\frac{C_2}{S}$$

$$a_{66} = -\frac{1}{S} (C_2 C_4 C_8 - C_8)$$

$$a_{68} = a_{86} = -\frac{1}{S} (C_2 C_4 - 1)$$

$$a_{88} = -\frac{1}{S} (C_2 C_4 C_8 - C_2 - C_8)$$

$$S = C_2 C_4 C_6 C_8 - C_2 C_4 - C_6 C_8 - C_2 C_8 + 1 \quad (17)$$

把 (13) 式代入 (15) 式:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_2 = A_{21} J_{Q1} + A_{23} J_{Q3} + A_{25} J_{Q5} + A_{27} J_{Q7} + A_{29} J_{Q9} \\ \quad + B_{22} J_{T2} + B_{24} J_{T4} + B_{26} J_{T6} + B_{28} J_{T8}, \\ \omega_4 = A_{41} J_{Q1} + A_{43} J_{Q3} + A_{45} J_{Q5} + A_{47} J_{Q7} + A_{49} J_{Q9} \\ \quad + B_{42} J_{T2} + B_{44} J_{T4} + B_{46} J_{T6} + B_{48} J_{T8}, \\ \omega_6 = A_{61} J_{Q1} + A_{63} J_{Q3} + A_{65} J_{Q5} + A_{67} J_{Q7} + A_{69} J_{Q9} \\ \quad + B_{62} J_{T2} + B_{64} J_{T4} + B_{66} J_{T6} + B_{68} J_{T8}, \\ \omega_8 = A_{81} J_{Q1} + A_{83} J_{Q3} + A_{85} J_{Q5} + A_{87} J_{Q7} + A_{89} J_{Q9} \\ \quad + B_{82} J_{T2} + B_{84} J_{T4} + B_{86} J_{T6} + B_{88} J_{T8}. \end{array} \right\} \quad (18)$$

$$\text{其中 } A_{ij} = \frac{\Delta P}{f} (a_{i+1,j+1} - a_{i+1,-1}) \quad (19)$$

$$B_{ij} = -\frac{R(\Delta P)^2}{P_i f^2 L^2} a_{ij},$$

把涡度方程(2)也按差分形式写在各奇数层上:

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_i = J_{01} + -\frac{f}{\Delta P} (\omega_{i+1} - \omega_{i-1}) \quad (20)$$

把(18)代入(20)有:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_1 &= A_{11}^* J_{01} + A_{13}^* J_{03} + A_{15}^* J_{05} + A_{17}^* J_{07} + A_{19}^* J_{09} \\ &\quad + B_{12}^* J_{T2} + B_{14}^* J_{T4} + B_{16}^* J_{T6} + B_{18}^* J_{T8}, \\ \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_3 &= A_{31}^* J_{01} + A_{33}^* J_{03} + A_{35}^* J_{05} + A_{37}^* J_{07} + A_{39}^* J_{09} \\ &\quad + B_{32}^* J_{T2} + B_{34}^* J_{T4} + B_{36}^* J_{T6} + B_{38}^* J_{T8}, \\ \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_5 &= A_{51}^* J_{01} + A_{53}^* J_{03} + A_{55}^* J_{05} + A_{57}^* J_{07} + A_{59}^* J_{09} \\ &\quad + B_{52}^* J_{T2} + B_{54}^* J_{T4} + B_{56}^* J_{T6} + B_{58}^* J_{T8}, \\ \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_7 &= A_{71}^* J_{01} + A_{73}^* J_{03} + A_{75}^* J_{05} + A_{77}^* J_{07} + A_{79}^* J_{09} \\ &\quad + B_{72}^* J_{T2} + B_{74}^* J_{T4} + B_{76}^* J_{T6} + B_{78}^* J_{T8}, \\ \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_9 &= A_{91}^* J_{01} + A_{93}^* J_{03} + A_{95}^* J_{05} + A_{97}^* J_{07} + A_{99}^* J_{09} \\ &\quad + B_{92}^* J_{T2} + B_{94}^* J_{T4} + B_{96}^* J_{T6} + B_{98}^* J_{T8}. \end{aligned} \quad (21)$$

其中:

$$A_{ij}^* = \begin{cases} \frac{f}{\Delta P} (A_{i+1,j} - A_{i-1,j}) & i \neq j \\ 1 + \frac{f}{\Delta P} (A_{i+1,j} - A_{i-1,j}) & i = j \end{cases}$$

$$B_{ij}^* = \frac{f}{\Delta P} (B_{i+1,j} - B_{i-1,j}) \quad (22)$$

(18)式和(21)式表明。任一气压层上的垂直运动和涡度倾向是由整个气柱中各气压层上的广义涡度平流和广义温度平流决定的。而且各项平流因子在(18)和(21)中都是以线性多项式的方式并列。可以认为它们有各自独立的贡献。以往一般动力分析中未曾采取“单层平流的贡献”这个提法，而是着眼于平流的结构形式，例如涡度平流的函差等。最近更有人[11]在讨论准地转 ϕ 方程的物理意义时，认为也不宜把涡度平流函差和温度平流拉普拉斯这两项各自独立起来，因为两项各有很大一部份是互相抵消的。这种考虑都是鉴于平流的空间结构是有一定规律的，因而认为单独提出某一平流因子的贡献缺乏明确的物理意义。我们认为在原则上并不存在这个问题。因为自然界各种形式的实际运动都是受着多个因素控制的，而且这些因素之间也或多或少互相关联。但这并不妨碍我们对每一个单个因素的作用作分解的考查。理论上不难证明，线性多项式(18)和(21)所反映的各项平流因子的贡献正符合各该因子单独出现时经适应调整导致垂直运动和场变化的机理和结果。物理意义是

明确的。所以问题的提法应该是在具体情况下以什么方式来表达平流的作用较为方便。在实际条件适合准地转、绝热、无摩擦假定，而且场的结构鲜明（例如行星锋区附近）的情况下。平流的空间配置比较单纯，明显。直接着眼于平流综合结构形式是方便、实用的。而且可以避分解估计带来判断上的误差（可能存在大项小差的问题）。但在必须引进绝热热源，摩擦力和惯性力等复杂因素并把它们也作为广义平流看待的场合（例如在付热带问题中）平流的空间配置缺乏简单的规律。则上述分解的处理比较合适。

各平流项影响的性质和大小由（18）和（21）式中各该项的系数A、B、A*、B*决定，分别可称为某气层上的广义涡度平流和广义温度平流对本层或其它气层上的垂直运动或涡度倾向的影响系数。这些系数的值与柯氏参数，扰动水平尺度以及所有各层次上的静力稳定性有关。具体关系式可由（14）（16）（19）（22）逐步代入得出。可知是十分繁复的函数式。很难明显看出其中物理关系。但可根据不同情况由上述三个参数的标准值，用（14）（16）（19）（22）逐步计算出具体的影响系数值，列成图表以揭示这些关系。

三、影响系数的物理分析

在纬度 30° 和 45° 以及 $L^2 = 5 \times 10^{10} \text{ m}^2$ ($\lambda \sim 2000 \text{ Km}$)， $L^2 = 10^{11} \text{ m}^2$ ($\lambda \sim 3000 \text{ Km}$)， $L^2 = 3 \times 10^{11} \text{ m}^2$ ($\lambda \sim 500 \text{ Km}$) 几种情况下计算所有的A、B、A*、B*值。各层的静力稳定性采用英国十层数值预报模式中给出的标准值， $\sigma^2 = 3.10 \times 10^{-1}$ (m^2 、 $\text{mb}^{-2} \text{ Sec}^{-2}$) $\sigma_4 = 4.16 \times 10^{-2}$ ， $\sigma_6 = 2.15 \times 10^{-2}$ ， $\sigma_8 = 1.18 \times 10^{-2}$ 。这些数值与付热带地区情况可能稍有出入。但与该参数在垂直方向的变幅比较起来，这个差别是次要的。

可把计算结果列成数值表，但为了直观起见本文用柱状图来表示（图1—4）

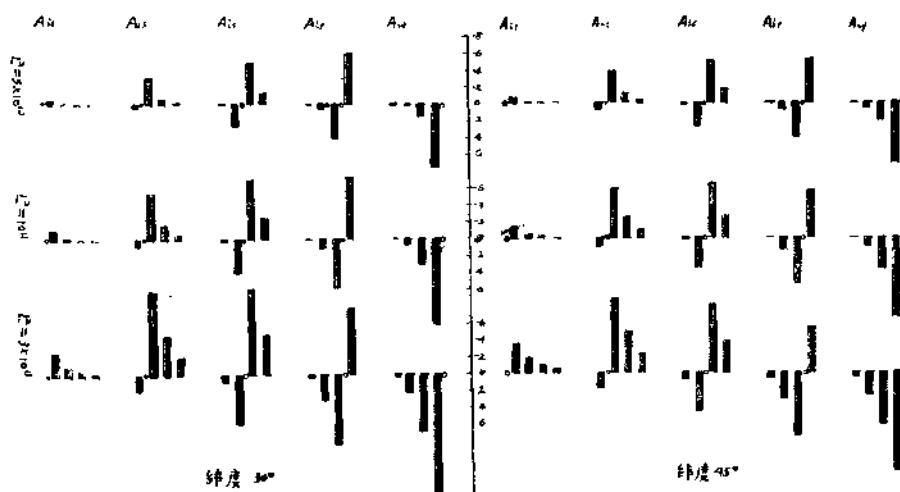


图1、广义涡度平流对垂直运动的影响系数（A值）图。柱高表示A值、单位 $10^6 \text{ mb} \cdot \text{秒}$ 。自左至右表示自上而下各气层。A值柱在各偶数层，其间为各奇数标有○处为j层，即扰源所在层。图首A字右下角第2个足码即各该j数。

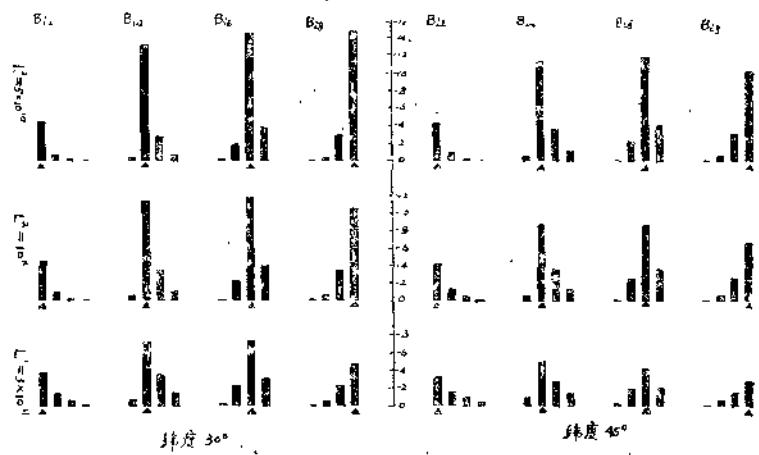


图2、广义温度平流对垂直运动的影响系数(B值)图。

单位 mb 度^{-1} , 标有▲处为1层, 其余同图1。

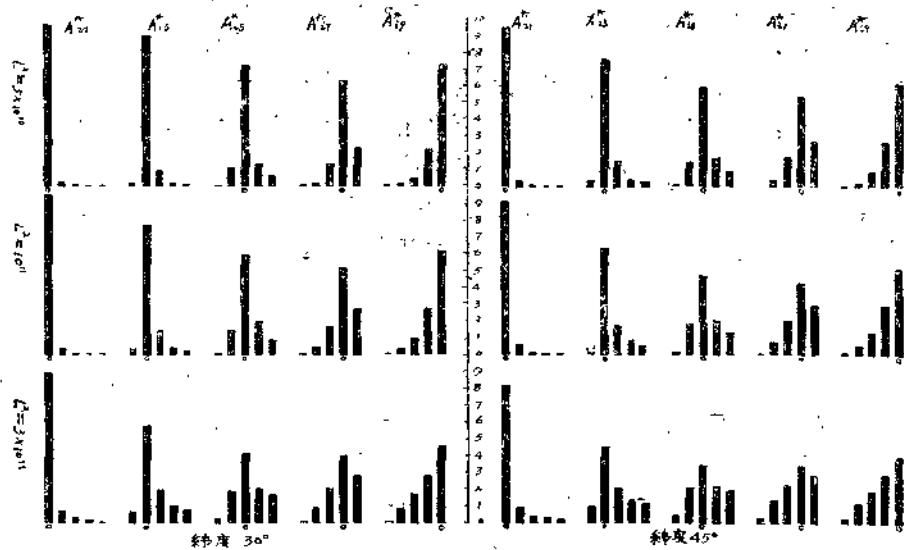


图3、广义涡度平流对涡度倾向的影响系数(A*值)图 单位 10^{-1} 无因次、 A^* 值柱在奇数层、其余同图1。

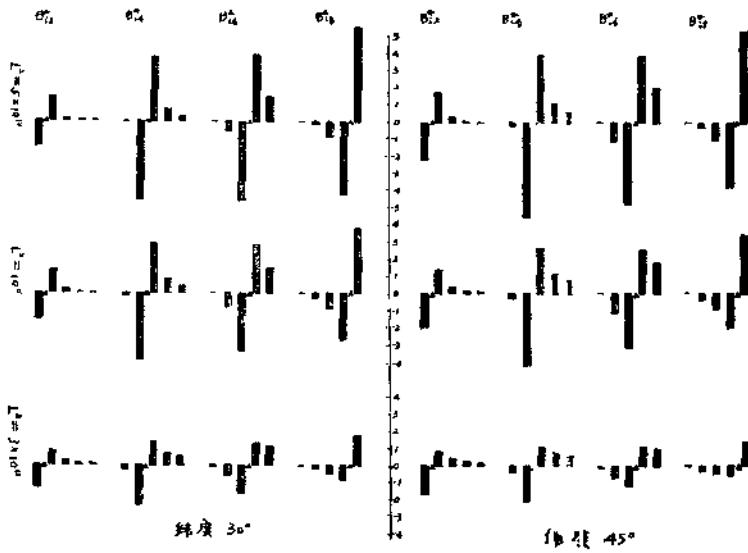


图 4、广义温度平流对涡度倾向的影响系数 (B^* 值) 图 单位 10^{-6} 度 $^{-1}$ 秒 $^{-1}$ 。
标有▲处为 j 层、其余同图 3。

由于我们基本上是从平衡模式的方程组出发。所以图 1—4 显示了当大气场的演变是在相继的准静力和准平衡风状态中进行时各项广义平流的效果。陈秋士曾较详细地解释了平流和适应调整最终导致垂直运动和场变化的具体物理过程，并给出了直观的图象。概言之，任一起始时刻的场状况给出了该时刻各广义平流的分布。各平流项导致的场变化之间的不协调，趋向于偏离平衡。因而发生位势运动（辐散、辐合）和相应的垂直运动。这种运动以高频率惯性重力波的方式进行，经能量频散后最终也导致场的变化。而这一部份变化趋向于抵消平流造成的平衡偏离。准地转模式或平衡模式所描述的演变过程则把这两部份变化看作大体上同时进行，并始终维持着准适应平衡状态。其中给出的垂直运动实际上是滤去高频振动的平均垂直运动。以下讨论中我们就不一一赘述各项平流发生效果的详细物理过程。按上述原理读者自己不难构思。这里只在关系较复杂处指出其中要点。

I、一般定则

- 1、在任一气压层某地点若为正涡度平流，则在此层以上引起下沉运动。在此层以下引起上升运动。若为负涡度平流则反之。影响的程度随层间距离的增大而减弱。（图 1）
- 2、在任一气压层某地点若为暖平流，则在整个气柱内引起上升运动。若为冷平流则反之。其影响在本层最强。对其它各层的影响则随着层间距离的增大而减弱。（图 2）
- 3、在任一气压层某地点若为正涡度平流，则在整个气柱内引起正涡变化（以及相应的位势下降）若为负涡度平流则反之。其影响在本层最强，对其它各层的影响亦随着层间距离的增大而减弱。任意两层之间涡度平流相互传递的比值是对等的。因为：

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_{ij} / J_{ij} = A_{ij}^* = a_{i+1,j+1} - a_{i+j,-1} - a_{i-1,j+1} + a_{i-1,j-1}.$$

若 i 和 j 互换：

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_{ji} / J_{ii} = A_{ii}^* = a_{i+1,i+1} - a_{i+1,i-1} - a_{i-1,i+1} + a_{i-1,i-1}.$$

由公式 (16) $a_{ii} = a_{ii}$

比较上两式右端各项可知 $A_{ii} = A_{jj}$

值得注意的是，某一层的涡度平流引起各层涡度倾向的总和恰好等于该涡度平流值（即 $\sum A_{ii}^* = 1$ ）。这可以称为涡度平流的垂直衍散效应。实际上是位涡守恒的一种表现形式。并和边界条件 $\omega_b = \omega_t = 0$ 有关，（以上均见图 3）

4、在任一气压层某地点若为暖平流，则在此层以上引起负涡度变化（以及相应的位势上升）在此层以下引起正涡度变化（以及相应的位势下降）若为冷平流则反之。影响程度亦随着层间距离增大而减弱（图 4）

II、扰动水平尺度的影响：

1、扰动的尺度愈大，则同样强度的涡度平流引起的垂直运动愈强（图 1）这是因为当涡度平流造成流场热成风涡度与温度场热成风涡度之间适应平衡的偏离时引起两方面各发生一部份调整变化。其中流场热成风涡度调整所要求的散度场和垂直运动强度与水平尺度无关。但温度场热成风涡度的调整在扰动尺度大时对应着较大幅度的温度变化，要求有更强的垂直运动。

2、扰动的尺度愈小，则同样强度的温度平流引起的垂直运动愈强（图 2）这是因为扰动尺度小的场合，同样强度的温度平流导致的温度场热成风涡度变化大。要求流场热成风涡度有更大的调整变化，即需要更强的辐散辐合和垂直运动。

3、扰动尺度小，则某一气压层的涡度平流引起的涡度变化更多地保留在本层。扰动尺度大则更多地传递到其它层次。即扰动尺度愈大，涡度平流的衍散效应愈显著（图 3）这是因为按第 1 点所述、同样强度的涡度平流在扰动尺度大时引起的垂直运动强。因而各层之间在流场和温度场两方面的调整幅度大。就使得任一气层中的平流效果更多地传递到其它层次去。为了更直观地认识这种效果。图 5 给出由一个更简单的两层模式位势倾向方程所作的实例数值解。计算用的是一个实况场（1978 年 6 月 23 日 08 点长江流域附近实况）而不是假设的简单谐波分布。因而可以看作是各种不同波长的扰动的叠加。

由图 5 可看到，250 mb 涡度平流对本层位势倾向的贡献显示出大小各种波长的复杂分布，而对 750 mb 位势倾向的贡献却基本上“滤”掉较小波长部份，剩下很光滑的大尺度分布状态。低层涡度平流对高层贡献也是如此（图略）。

4、扰动尺度愈小，同样强度的温度平流导致上，下层的涡度变化愈大（图 4）这是因为同样强的温度场变化对应于更大的热成风涡度变化。但如果把涡度倾向换成相应的位势倾向则可以看到相反的情况。即扰动尺度愈大，同样强度的温度平流导致上下各层的位势变化愈大（图略）这是因为按第 2 点所述，扰动尺度大的场合，同样强度的温度平流所引起的垂直运动较弱。温度场的适应调整也弱。因而温度平流所引起的厚度场变化更多地保存下来。

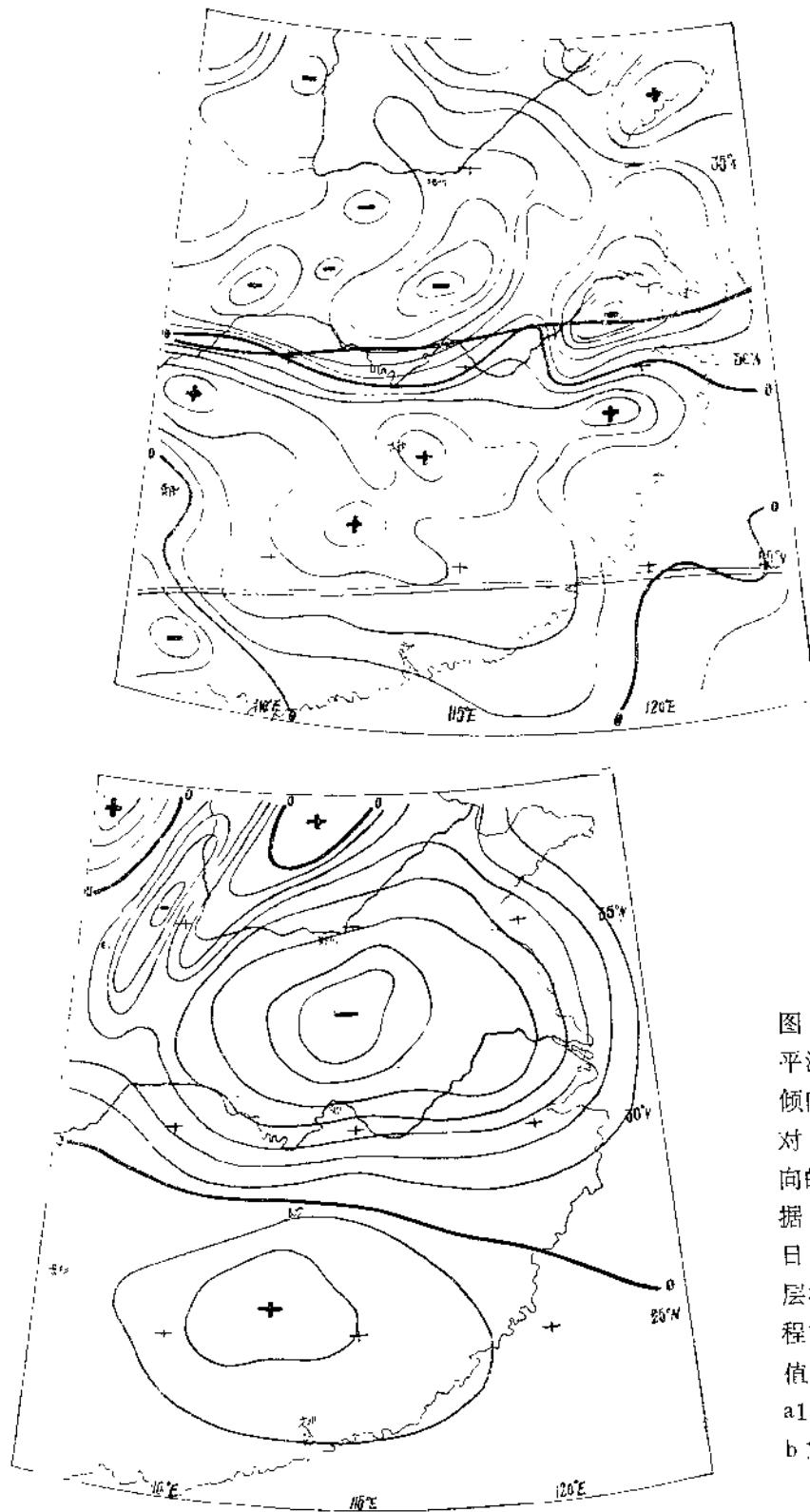


图 5、 250 mb 涡度平流对 250 mb 位势倾向的贡献 (a)
对 750 mb 位势倾向的贡献 (b) (根据 1978 年 6 月 23
日 08 点准地转二层模式位势倾向方
程的数值解) 等值线数值单位图
a $10^{-2}\text{ 米}^2\text{ 秒}^{-3}$ 、图
b $10^{-3}\text{ 米}^2\text{ 秒}^{-3}$ 。

III、纬度的影响

1、涡度平流对垂直运动的贡献随纬度而不同，表现出比较复杂的关系（图1）因为纬度的影响又是和其它因素交织在一起的。在较高纬度由于柯氏参数大，当涡度平流破坏热成风涡度平衡时，流场适应调整要求的散度场（以及相应的垂直运动场）弱。但另一方面也正由于柯氏参数大、同等强度的热成风涡度变化所对应的温度变化要大些。因此温度场的适应调整所要求的垂直运动却比低纬度强。所以就上述两方面说，纬度的影响是相反的。这就要看在具体的情况下哪一方面的关系比较重要。在静力稳定性大的层次（较高层）间，以及在扰动尺度小的场合，适应过程中温度场调整的幅度相对较大。是主要的。所以同样的涡度平流在高纬度引起的垂直运动较强。而在静力稳定性小的层次（较低层）间，以及在扰动尺度大的场合，适应过程中流场的调整幅度大，是主要的。因此同样的涡度平流在低纬度引起的垂直运动较强。

2、纬度愈低，则同样强度的温度平流引起的垂直运动愈强（图2）这是因为在柯氏参数较小的情况下，一方面为适应一定的温度场变化所要求的流场变化较大。加之由于柯氏参数小，同样的流场调整变化又要求更强的散度场和垂直运动。所以影响更显著。而温度场本身的调整变化所要求的垂直运动则与纬度无关。其关系全在流场调整变化方面。所以热源作用对垂直运动的贡献在低纬度格外重要。此外由图2还可以看到，纬度低，则温度平流所引起的垂直运动较明显地集中于本层（即该平流所在层）而在较高纬度则温度平流引起的垂直运动更趋于均匀分布到其它层。

3、纬度愈高，则涡度平流的行散效应愈显著。即各层同化的趋势愈强。纬度愈低，则涡度平流引起的涡度变化集中于附近层。这是因为在柯氏力强的场合，流场的适应调整比温度场灵敏。柯氏力弱的场合则相反。显然，如果温度场的调整相对弱，则各层流场（或位势场）的变化比较一致。

4、纬度低，则涡度平流所引起的涡度场变化比较集中于近层，纬度高，则温度平流引起的涡度场变化较大地波及远层（图4）其原因和Ⅱ、4所述类似。

IV、各气压层所在位置的影响

由图1—4都可以看到，以上讨论的一般规律虽然对各气压层都适合。但表现在不同的气压层上有着显著的量的差别。这在实际分析中是很重要的。主要是由于两方面的原因。首先是大气各高度上静力稳定性有很大的差别。这个参数的值与温度的铅直递减率有关。并且与气压的平方成反比 $(\sigma(p) = -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p} = \frac{RT}{P^2} \left(\frac{R}{CP} - \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right))$

因此它随高度明显增大。特别是平流层和对流层之间相差极为悬殊。而静力稳定性与适应调整的性质有密切关系。

其次是由于各气压层与大气上、下边界的距离不同。离边界愈近的层次受边界条件的约束愈强。由此也产生了不同的动力特点。

例如由图1—4都可以看到，大气高层（平流层及其以上）在很大程度上显示出相对孤立的性质。它和中、低层之间的相互作用很微弱。高层的平流效果只有很小一部份能够传递到对流层。同样地，对流层的平流效果也只有很小一部份能够传递到高层。根本原因是由于高层有很大的静力稳定性。适应调整中只要很弱的垂直运动就能产生灵敏的温度场调整变

化。因此平流作用引起的垂直运动很弱。而在地球重力场和柯氏力场中，垂直运动正是不同气层之间相互传递动力效果的纽带。

但近年在天气分析和预报的实践中，人们日益重视高层大气的作用，这和上述结论并不矛盾。因为在这里我们讨论的是瞬间倾向。它只能较好地指示大气运动的短期变化。即在短期演变中我们可以相对地忽略高层作用。把主要注意力放在对流层内部。但由于高层运动系统的空间尺度和时间尺度都比较大。其动力过程多属大范围而且持久稳定的。前面已指出扰动尺度大则上、下层间的动力传递相对明显。又由于过程持续，它对下层的作用可以通过较长时间的积累而明显化。所以在大型环流的演变方面，高层作用是不能忽视的。

至于对流层内部各层之间，瞬间关联是明显的。例如图1)其中某一层有明显涡度平流时，其余各层都发生相应的流场和位势场的显着变化。特别是500mb和700mb的涡度平流效果约有三分之二行散到邻近各层。900mb虽然静力稳定性更小，但由于接近边界，受到边界条件的强约束。涡度平流有更大的成分保留在本层，

此外在中层有明显暖平流时能在它以下形成深厚的低压。在300mb则可形成强大的高压。而在低层有明显暖平流时只能在低层形成浅薄低压；在中层形成较弱的高压（图4）这和陈秋士[3]讨论涡度场的非地转扰动的适应终态得出的结论很一致，

应该注意上述所有结果是由一个五层模式给出的。这就已经规定了扰源的厚度（ $\Delta P = 20$ mb）改度扰源的厚度结果会有所不同。但只是量的差别。各种关系的性质仍然一样。

四、关于付热带天气系统动力分析中若干问题的讨论

我们曾试用上述结果作关于梅雨季节低涡和江淮切变线一些实例的定性动力分析。将另文介绍。[12]这里只在初步实践的基础上对付热带天气系统动力分析若干问题谈些看法。着重说明本文一些结果的实际意义，涉及的只是一般经验事实，不再列举实例。

1. 我们强调在非地转程度不高的情况下，天气尺度（也包括次天气尺度）垂直运动和场演变的基本控制因子是各项广义平流。散度场是在适应调整中的产物，也是场的调整变化的中间纽带。离开广义平流和适应调整来讨论散度场的作用未必要当。一方面是由于按目前的观测水平，散度场的计算不够准确。而且从理论上说实测的瞬间散度场中包含着与惯性重力波相联系的高频振动部份，其量级至少和平均散度相当[2]不能确切反映天气尺度的相对平稳过程。另一方面离开适应的观点考虑散度场难以排除一些模糊概念。主要是不适当地推广了一些直观经验。例如认为高层反气旋控制是产生高层辐散的原因，低层暴雨系统中正涡度是产生辐合上升的原因等。这类判断即使在某些具体情况下符合实际也误解了因果关系。实际上除摩擦层以外，自由大气中正、负涡度与辐合、辐散并没有必然联系。夏季在大范围暴雨地区的高层有时可以看到反气旋加强。按不同的具体情况分析似可从以下两方面解释：一是在暴雨发生后由于对流层中水汽潜热释放（用本文的语言说相当于广义的暖平流）在适应调整中产生高层的强辐散和反气旋发展。一是在特定的流场配置下，高层反气旋地区有明显的正涡度平流，在适应调整中产生辐散。但一般说来这种明显正涡度平流应在反气旋中心（或轴）的上游一些。

2. 在对流层天气系统的发展中，对流层中部的平流因子特别值得重视。其中尤以中层

正涡度平流对暴雨系统的发生有重要意义。在早年萨特克列夫和佩特森的发展理论中，从对流层中部有一个无辐散层的假定出发。导出中层（无辐散层）涡度平流等与近地面系统发展的关系，虽然实质上没有否认大气上部过程和下部过程的关联。但这种关系被中间是无辐散层的假设所限定并置于幕后。仿佛看到近地面系统的发展只与无辐散层的风场平流以及大气下半部的热力因素有关。在夏季我国西南季风区域实况表明对流层中部散度场并非很弱，即并不符合无辐散层的假定。但一般经验和我们分析中看到的大量例证都表明，确实是中层而非高层的涡度平流与低层系统发展有密切关系。实际上第三节Ⅳ中已指出，在对流层的短期演变中，高层平流因子的影响很小。这不仅因为层间距离较远。更主要是由于高层有很大的静力稳定性，限制了高层扰源在适应调整中对下层的影响。而中层影响则居于有利地位。下面讨论潜热作用时将进一步显示中层平流的重要性。

3、我们把非绝热热源（主要是水汽潜热）当作广义平流的一项看待，原则上能体现这一项的动力意义。但存在着须在运用中设法弥补的缺点。因为这一项难以用大尺度物理场的简单函数表示。此外潜热项是与各种尺度的垂直运动相联系的。因而也是在其它广义平流因子（也包括潜热项本身）破坏适应平衡时发生的。因此潜热项的作用只能在各种具体情况下与其它因子联系起来作定性的讨论。具体说，首先应考虑大气中水汽和位势不稳定层结条件。以及可能在位势不稳定气层中导致天气尺度上升运动（因而导致热力对流发展）的平流因子。然后讨论潜热释放后作为一种广义暖平流所起的作用。例如在某种场合下当中层正涡度平流成为唯一显著的平流因子时。它可导致一定程度的低层正涡度发展，并在对流层下部引起上升运动。但在对流层上部则引起下沉运动。仅仅这样，强烈的天气难以发展，而且低层正涡度发展也有限。但若此时对流层下部有充足的水汽和位势不稳定层结。则下部气层被举升后由于热力对流的发展，凝结潜热释放。作为广义的暖平流不仅有助于低层上升运动加强。也对中、高层上升运动有直接贡献。况且对流云体中的中，小尺度上升运动可超过天气尺度上升运动的垂直范围。潜热直接加热中层以上的大气，更有利于中层以上的天气尺度上升运动发展。经循环反馈，发展成通贯对流层的强烈上升气流。同时低层气旋式流场强烈发展。我们曾分析到这样一种低涡发生发展的实例。（见[12]）

此外，不用线性小扰动的模型，在更一般的情况下也可以说明当水汽潜热在系统发展中居重要地位时，有利于波长较小的扰动发展：潜热释放不论是径由大范围上升运动或对流的方式发生，它总伴随着一种循环反馈的过程。即潜热依靠上升运动释放并作为广义暖平流而加强上升运动。第三节Ⅱ.2指出，扰动波长愈小则广义温度平流对垂直运动的贡献愈大。设将潜热增温的水平分布展开成不同波长的部份，则波长较小的部份的循环反馈过程将优先得到发展。因而较小波长的涡度场也将优先发展。

4. 把摩擦应力在水平方向的不均匀导致的涡度变化作为广义涡度平流的一项看待有助于正确分析机械摩擦对系统发展的影响。近年关于低涡发生的一些研究中注意到边界层应力的作用。但有两种不同的考虑法。一种是考虑在边界层先已存在气旋式流场的情况下，摩擦辐合效应导致低值系统的发展。这种物理过程不涉及特殊的地形条件。实际上，在边界层是气旋式流场的情况下，地面摩擦趋于减弱正涡度。相当于在边界层有广义的负涡度平流。而边界层的负涡度平流使得边界层以上产生上升运动。在这里若有明显的位势不稳定层结便可发展热力对流释放水汽潜热。这时又相当于出现了暖平流，反过来又加强上升运动和加强潜热增温本身。最终使低层低涡发生发展。基本上类似第二类条件不稳定机制。

另一种考虑是认为在特定的地形和起始流场配置下使得摩擦应力的旋度是正的。强迫风场产生正涡度而导致气旋系统发生。在这种情况下摩擦作用相当于正涡度平流我们已指出低层的正涡度平流经适应调整可保存相当大一部分在本层，导致一定程度的正涡度发展。但同时又引起边界层以上的下沉运动。它抑制热力对流活动和潜热释放，这样只能出现弱而浅薄的伴有下沉运动的暖低压。至少最初的结果是这样。只有当气旋式流场既形成后使地面摩擦趋向负旋度。如果这种影响能超过原先与地形配置有关的摩擦力的正旋度。就能发生上升气流。借助于潜热使气旋系统显著发展。

5. 在一些比较复杂的情况下运用第三节的一般规律讨论问题时应作更周密的考虑，并要注意运用的限度。例如低空急流附近垂直运动场的解释，近年的一些工作中，分析事实大体一致，但解释方法各有不同。有一种简单的说法是低空急流出现和加强形成其左侧的正涡度。认为正涡度区必定是辐合区，由此解释低空急流对上升运动的贡献。前面已指出只有在摩擦层内正涡度区有摩擦辐合。有一种与风场日变化有关的夜间急流主要是出现在近地面逆温层下即摩擦层内。这类低空“急流”实际上只在风速垂直廓线上显示出一个最大风速层，而在水平方向的强风速集中现象不明显，因而涡度场不见得明显，我国夏季与天气尺度或次天气尺度扰动相联系的低空急流则一般都在摩擦层以上。因而正涡度和辐合上升没有简单的必然联系。

另一种说法是认为低空急流中心在左前方由于有正涡度平流，因此有辐合上升。这应作具体分析。就整个对流层笼统地说，我们已指出低层正涡度平流导致对流层大部的下沉运动而不是上升运动。只有在急流轴以下近地面浅层中，大风速中心左前方正涡平流随高度增加，应有上升运动，如果在这个浅层内有很强的位势不稳定层结，能激发起强的热力对流，或许借助潜热增温的贡献能使上升气流向更高层发展，这种过程实际上能否实现还须作定量的论证。

最后还有一种解释认为低空急流大风中心前方（包括左前方）自然存在风速辐合，因此有上升运动。对这种看来很直观的判断也不能简单肯定和否定。当然对于准平衡的情况来说，这种说法似未抓住造成辐合上升的真正原因，因为风速辐合往往被流线的发散大体抵消。但在发生非地转的剧烈变化的情况下问题较复杂，其中考虑风场变化的原因是很重要的，由于风场变化的原因不同，在风速场强地区的下游能产生辐合也可能不产生辐合，我们现在考虑一种可能的情况：即低层某地风速剧烈增强是由于上层动量下传的结果。在这特情况下，风速急剧增强区附近造成的散度场变化没有包括在本文第一节所采用的简化散度方程（即平衡方程）内，因为在一般情况下我们认为散度方程中散度平流项垂直输送项内摩擦项都是可以忽略的小项。但在垂直方向动量传递剧烈非地转程度很高的场合，这些因子可能是重要的，这类问题超出了本文讨论的范围，这里提出来是为了指明运用第三节中一些结论的限度。

王新启，匡本贺二同志协助绘制插图的特此感谢。