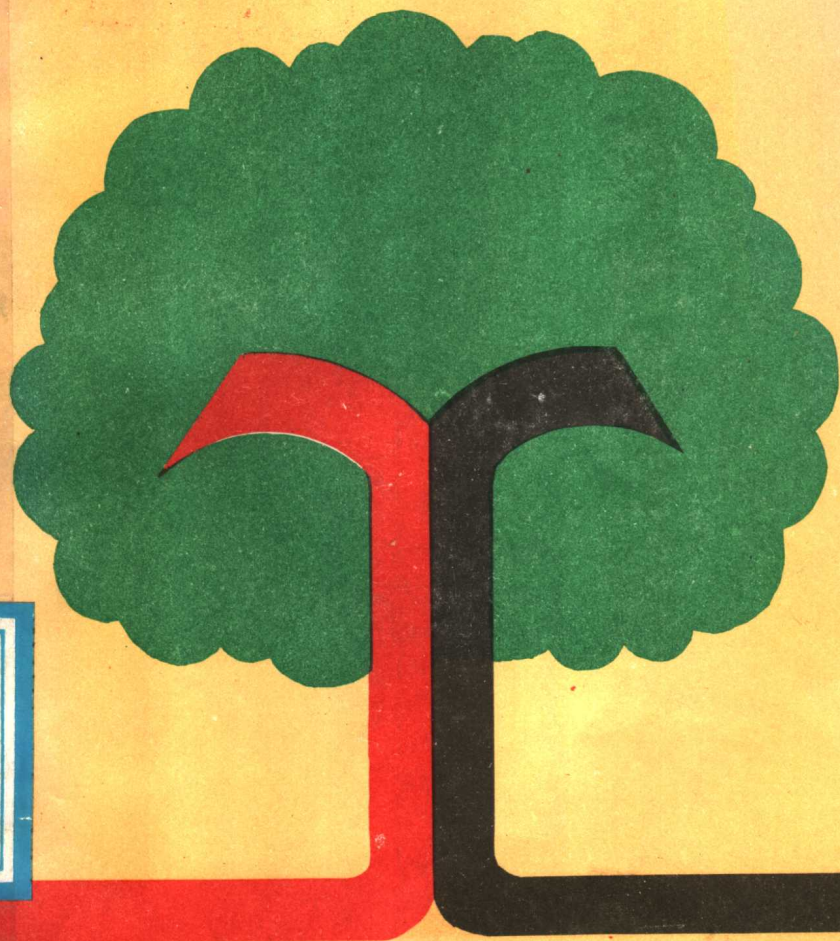


初中数学 I

测试命题与解题方法



北京市西城区教育教学研究中心 主编 中国集邮出版社

初中数学测试命题 与解题方法

北京市西城区教育教学研究中心 主编

中国集邮出版社

责任编辑：黄建霖

特约编辑：徐庆秩

初中数学测试命题与解题方法

中国集邮出版社出版

(北京东长安街27号)

新华书店北京发行所发行

北京市隆昌印刷厂印刷

字数：110千字 开本：787×1092 1/32 印张：6 28/32

1989年3月北京第1版 1989年3月北京第1次印刷

印 数：1—43 500

ISBN7—80048-076-3/C·021 定 价：2.35元

前 言

本书以中学数学教学大纲为指针，以现行初中数学中学教材为依据，综合考虑了近年来各地中考命题的情况。为帮助学生了解测试命题的指导思想和原则，我们从题型和解题两个方面阐述了测试题的基本规律和解题的基本思路。

本书共分三部分：第一部分简要阐述了测试命题的指导思想、题型；第二部分为客观型命题，首先阐述怎样解答选择题，然后分科按知识系统配有选择题，填空题型的自测题；第三部分为分步设问型命题，分代数和几何两部分阐述各类题型的解题指导，突出解题思路的分析，掌握解题的基本技能和基本方法，然后分科配有自测题（其中含综合测试题两份）。

书后统一附有自测题及综合测试题的答案或提示。

参加本书编写的有冼伟强、凌为淑、康英琴、刘绍贞等，最后由方珊、刘绍贞统稿，由于我们水平有限，书中一定有不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。

编者 1988.12

目 录

第一部分 测试命题的指导思想与题型

- 一、指导思想与命题原则..... (6)
- 二、题型..... (2)

第二部分 客观型命题

- 一 怎样解答客观型命题..... (1)
- 二 自测题..... (20)
- (一) 代数部分..... (20)
 - 练习一 (数与式)..... (20)
 - 练习二 (数与式)..... (22)
 - 练习三 (数与式)..... (24)
 - 练习四 (方程)..... (26)
 - 练习五 (方程)..... (29)
 - 练习六 (方程、方程组)..... (31)
 - 练习七 (应用题)..... (33)
 - 练习八 (函数)..... (34)
 - 练习九 (二次函数)..... (37)
 - 练习十 (不等式)..... (39)
 - 练习十一 (解三角形)..... (41)
- (二) 几何部分..... (43)
 - 练习一 (角、平行线、三角形)..... (43)
 - 练习二 (三角形)..... (45)
 - 练习三 (多边形)..... (48)

练习四 (多边形)		(51)
练习五 (相似形)		(53)
练习六 (圆)		(56)
练习七 (圆)		(58)
练习八 (圆)		(60)
练习九 (圆)		(62)

第三部分 分步设问型命题

代 数		(65)
一 题型分析与解题指导		(65)
二 自测题		(113)
练习一 (数与式)		(113)
练习二 (数与式)		(114)
练习三 (数与式)		(115)
练习四 (数与式)		(116)
练习五 (方程)		(117)
练习六 (方程、方程组)		(118)
练习七 (方程、方程组)		(119)
练习八 (应用题)		(119)
练习九 (函数)		(121)
练习十 (二次函数)		(122)
练习十一 (不等式)		(123)
练习十二 (解三角形)		(124)
几 何		(125)
一 题型分析与解题指导		(125)
二 自测题		(163)
练习一 (三角形)		(163)
练习二 (三角形)		(165)

练习三 (三角形)	(166)
练习四 (多边形)	(170)
练习五 (多边形)	(171)
练习六 (多边形面积)	(174)
练习七 (相似形)	(175)
练习八 (圆)	(178)
练习九 (圆)	(180)
练习十 (圆)	(183)
综合测试题(一)	(186)
综合测试题(二)	(189)
自测题答案或提示	(194)

第一部分 测试命题的 指导思想与题型

在我国开始实施普及九年制义务教育的今天，初中数学教学显得越来越重要。毕业考试升学考试中的命题方向、趋势也越来越被学生、教师、家长们关注。尽管各地的中考命题历年不同，但严格按照教学大纲要求，命题的指导思想与命题原则还是一致的。其题目的类型也是一致的。下面综合各地中考命题的特点，谈点看法。

一、指导思想与命题原则

1. 严格按照国家教委规定的大纲、教材，重视基础和能力，切合当前中学数学教学实际，不出偏题怪题。並有利于学生德、智、体全面发展，有利于大面积提高教学质量，有利于调动各种程度学生的积极性，有利于各类学校选拔新生。

2. 试题覆盖面大，对基础知识和基本技能都有考查，如代数中的数、式、方程、不等式、指数和对数、函数及其图象和统计初步；几何中的全等、相似、圆的性质；三角中的三角函数、解三角形等。再如一些重要的数学方法：换元法，待定系数法、配方法、因式分解法，解方程中的降次、消元等方法。在试题的考查中，都特别注意了知识间的纵横联系。

3. 比例适当。与授课时数相当，基础与灵活以基础为重。

①几何、代数的比例，几何占35%左右，代数占65%左

石。

②初一、二与初三知识的比例是各占 $\frac{1}{2}$ 左右。

③基础题与灵活题的比例。基础题占85%左右，灵活题占15%左右。

二、题型

1.客观题型。(选择题、填空题、判断题)。这类题的特点是易答、易解，知识覆盖面大，一般占40%左右。

2.分步设问题型(或称传统题型)。这类题有过程，可考查学生的逻辑思维能力计算能力，以及叙述表达能力。有考查综合分析能力的复杂题，亦可有考查某一方面知识，能力的题目。

每年综合题的花样不断翻新，似乎不可捉摸，其实仔细分析一下，综合题不外两类，一类是纵向综合，即代数、三角、几何本学科知识的综合；另一类是横向综合，即代数与三角，代数与几何，几何与三角学科知识之间的综合。

(1)纵向综合：

(1)代数学科的综合，如北京1986年中考第八题：

已知 α, β 是方程 $2x^2 - 6x - 5\sqrt{x^2 - 3x - 1} = 5$ 的两个根，求值：① $(2 + \beta)^\alpha$ ；② $\log_3(3 - \beta)$ 。

本题综合了代数中解一元二次方程，无理方程、指数、对数等知识。在方法上还考查了换元法。

(2)三角学科的综合

北京1987年中考第八题：

已知： $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AC = 5$ ， $BC = 7$ ，求 $\sin B$

• $\sin C$ 的值。(图略)

北京1988年中考第八题

已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , $\angle A = 120^\circ$, $\sin B : \sin C = 3 : 2$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle} = 6\sqrt{3}$, 求 a 的值。

以上两题都需综合运用正弦定理, 余弦定理。

(3) 几何学科的综合

上海1987年中考第七题:

已知圆 O 的半径为1, 弦 AB 的长为 $\sqrt{2}$,

①求圆心角 $\angle AOB$ 的度数;

②求以 A 为端点, 长为 $\sqrt{3}$ 的弦所对的圆心角的度数, 及另一端点到点 B 的距离。(图略)

北京1988年中考第九题:

已知: 如图 1-1, 以 $\triangle ABC$ 的 BC 边为直径的半圆交 AB 于 D , 交 AC 于 E , $EF \perp BC$ 于 F , $BF : FC = 5 : 1$, $AB = 8$, $AE = 2$, 求 AD 的长。

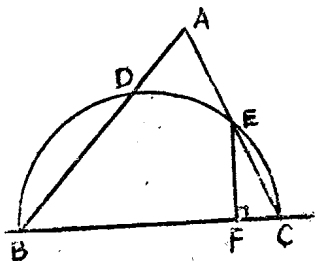


图1-1

以上两题都需综合运用三角形, 圆的知识。

(ii) 横向综合

(1) 代数与三角

北京1986年中考第九题:

a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 且满足 $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ 。已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $15\sqrt{3}$, $c = 14$, 求一个一元二次方程, 使它的两个根分别为 a, b 。

本题需综合运用一元二次方程的根与系数关系, 三角中的

余弦定理，面积公式等。

上海1986年中考第七题：

在直角坐标系内，直线 $y=kx+b$ 经过三点： $A(2, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(m, 3)$ 。

- ①求这条直线的函数关系式，並画出这条直线；
- ②求 m 的值和 AC 的长度。
- ③求 $\angle OCA$ 的正弦值。

本题需综合运用两点间的距离公式，一次函数图象及解三角形的知识。

(2) 代数与几何

北京1987年中考第九题。

已知： $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 是直角，内切圆 $\odot O$ 与三边 AB ， BC ， AC 分别切于 D ， E ， F 。若 $\odot O$ 的半径为 r ， $BE=n$ 。试用 r 和 n 表示 $\triangle ABC$ 的面积。（图略）

本题需综合运用勾股定理、四边形、内切圆、切线长定理、等式变形、解字母系数的一元方程等知识。

北京1988年中考第七题：

已知：一次函数的图象经过点 $P(0, -2)$ ，且与两条坐标轴截得的直角三角形的面积为3。

求这个一次函数的解析式。

本题综合运用一次函数的图象、绝对值、直角三角形的面积公式等性质。

上海1988年中考第七题，

在直角三角形 ACB 中， $\angle C=90^\circ$ ，已知 $AC=20\text{cm}$ ， $BC=15\text{cm}$ 。

- ①求 AB 边上中线 CM 的长。
- ②在 CM 上取一点 P （点 P 与点 C ，点 M 不重合），求出

$\triangle APB$ 的面积 y (cm^2) 与 CP 的长 x (cm) 之间的函数关系式。

③在直角坐标系中画出这个函数的图象。

本题需综合运用直角三角形、相似三角形、三角形的面积公式和函数及其图象等知识。

(3) 几何与三角。如北京1986年中考第七题:

已知: $\triangle ABC$ 中, $BC = 8\sqrt{2}$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, 求 BD 、 DC 的长。

本题需综合运用正弦定理、三角形的角平分线的性质等知识。

3. 几点思考

(i) 今后测试命题(或中考命题)的趋势。

①填空、选择、简答题由于知识复盖面广, 又便于阅卷, 在考试命题中将不断强化。

②与高一级学校相衔接的知识会不断加强, 如和高中数学学习有深入联系的如三角函数概念、二次函数、指数、对数等。

③数形结合、几何问题代数化、代数问题几何化。

(ii) 关于能力的培养

①审题能力

②观察题目中隐含条件的能力。如果方程 $(m+2)x^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 求 m 值。其中的隐含条件有两个, 二次项系数: $m+2 \neq 0$ 及判别式: $\Delta > 0$ ($\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(m+2)(-1)$)。

③要在重大考试中取得好成绩。必须重视考试中的心理状态, 使心理保持在良好的状态, 必须建立在平时踏实地的雄厚的基础知识上, 只靠突击、猜题、压题, 势必导致心理负担重造成考试失常。

第二部分 客观型命题

一 怎样解答客观型命题

要解答好客观型试题，必须了解它的类型、特点以及考查的目的。几年来初中升学考试常见的客观型试题有：（1）填空题，即把符合条件要求的答案填在空格内；（2）是非判断题，即判断一个命题的是与非，是的打√，错的打×；（3）单项选择题，即是在一个命题中给出若干个并列答案，在这些答案中有且只有一个答案是正确的。客观型试题，题小量大，覆盖面宽，只要求答案，不写过程，允许思维的跳跃。客观型试题，特别是选择题，正确的比较隐蔽，错误的具有迷惑性，似是而非，有的投其概念不清，有的投其思维混乱，有的投其计算马虎，易于造成选择的错误。这就要求考生对基本概念、定理、法则等的掌握准确、深刻和灵活；对分析、推理要求严谨，合乎逻辑；对运算要求熟练、准确。所以要解答好客观型试题，就要靠平时扎扎实实地掌握基础知识、基本技能和基本的数学思维方法，注意培养自己思维的敏捷性，推理的合理性，计算的正确性。当然客观型试题有其自身的特点，掌握好解答它的一般方法，有利于较快地做出正确的答案。

1. 关于填空题

填空题是根据已知条件直接写出正确的答案，它的解题思

路与一般解题的常规方法没有什么区别，由于不写过程而只写结论，若结论对则满分，结论错则零分，对答案的准确性要求高。因此，做填空题时，考虑问题要全面，推理与计算要准确，不能马虎。解题时尽可能采用简便的方法。以提高解题的速度。

例1 填空

(1) 计算 $a^{18} \div a^4 =$ _____;

(2) 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象过 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$ 两点，那么 $k =$ _____, $b =$ _____;

(3) 如果 $\sin A = \sin 17^\circ 30'$ (A 为三角形一个内角)，那么 $A =$ _____;

(4) 当 $a < 0$, $b > 0$ 时, $\sqrt{-a^3b^7} =$ _____;

(5) $a = 3 + 2\sqrt{2}$, $b = 3 - 2\sqrt{2}$,
则 $a^2b + ab^2 =$ _____;

(6) 若 $|a-2| + \sqrt{b+3} = 0$, 则 $a^b =$ _____,
 $a^2 + 2ab + b^2 =$ _____;

(7) 高次方程 $2x^3 - x^2 + ax + b = 0$, 有两根 $2, -4$, 则
 $a =$ _____, $b =$ _____;

(8) 函数 $y = \frac{\sqrt{2-3x}}{x+2}$ 中自变量 x 的取值范围
是 _____;

(9) 两个相似三角形的面积比是 $1:3$, 那么它们的周长比是 _____;

(10) 如果等腰三角形的两边的长分别为 4 和 9 , 那么它的周长是 _____。

分析:

(1) 本题考查幂的除法法则, $a^{18} \div a^4 = a^{18-4} = a^{14}$, 若考

生对法则掌握不准，易出现 $a^{16} \div a^4 = a^{16+4} = a^4$ 的错误。

(2) 本题考查点在图象上的概念和待定系数的数学方法，因为图象过 $(-1, 0)$ 点，得 $0 = -k + b$ ，图象过 $(0, 2)$ 点，得 $b = 2$ ，因此一次函数为 $y = 2x + 2$ 。

(3) 本题考查已知角的正弦函数的三角函数值，求角。因为 $\sin(180^\circ - 17^\circ 30') = \sin 17^\circ 30'$ ，所以 $A = 17^\circ 30'$ 或 $162^\circ 30'$ ，若考虑不周就漏掉 $A = 162^\circ 30'$ 。

(4) 本题考查根式化简，把根号里的字母如何提到根号外面， $\sqrt{-a^3b^7} = \sqrt{-a^2 \cdot a \cdot b^6 \cdot b}$ 因为 $a < 0, b > 0$ ，所以 $\sqrt{-a^2 \cdot a \cdot b^6 \cdot b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^6} \cdot \sqrt{-ab} = -ab^3\sqrt{-ab}$ ，若不注意 $a < 0$ 的条件，会出现 $\sqrt{-a^3b^6} = ab^3\sqrt{-ab}$ 的错误。

(5) 本题考查根式的运算， $a^2b + ab^2 = ab(a + b)$
 $= (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})[(3 + 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2})]$
 $= (9 - 8)(6) = 6$ ，进行计算时，注意选择简便方法，如果把 a, b 值代入 $a^2b + ab^2$ 直接计算较繁。

(6) 本题考查绝对值与二次根式的概念，指数的概念，因为 $|a - 2|$ 是一个非负数， $\sqrt{b + 3}$ 也是一个非负数，两个非负数的和为零，则有 $|a - 2| = 0$ 即 $a = 2$ 和 $\sqrt{b + 3} = 0$ 即 $b = -3$ ，

$$a^b = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = [2 + (-3)]^2 \\ = (-1)^2 = 1.$$

(7) 本题考查方程根的概念及二元一次方程组的解法。因为2和-4是方程的两个根，则有

$$\begin{cases} 2a + b = -12 \\ -4a + b = 144 \end{cases} \quad \text{解之，得}$$

$a = -26, b = 40$ 。

(8) 本题考查函数自变量的取值范围的意义及解不等式。自变量 x 的取值范围，是要使得函数 y 有确定的值，因此

$2-3x \geq 0$ 且 $x+2 \neq 0$, 所以 $x \leq \frac{2}{3}$ 且 $x \neq -2$ 。本题易出的错误

是考虑不周, 只得 $2-3x \geq 0$, 即 $x \leq \frac{2}{3}$ 或 $2-3x > 0$ 且

$x-2 \neq 0$, $x < \frac{2}{3}$ 且 $x \neq -2$ 的错误结论。

(9) 本题考查相似三角形相似比与面积比的关系。相似三角形的面积比等于相似比的平方, 所以它们的周长比 $1 : \sqrt{3}$ 。

(10) 本题考查等腰三角形的概念, 三角形两边之和大于第三边和已知三边求周长。已知等腰三角形的两边分别为 4 和 9, 显然其中有一边是底边, 若 9 为底边, 则腰为 4, 此时两腰的和小于底边, 构不成三角形, 底边只能是 4, 腰是 9, 三角形周长为 $4+2 \times 9 = 22$ 。本题易出的错误是不加具体分析, 得三角形周长为 22 或 17 的错误。

2. 关于是非判断题

解答是非判断题一般是根据命题的已知条件, 进行合理的推算, 看推算的结果是否符合命题的结论, 符合的是“是”, 不符合的是“非”, 这是一种常规的思维方法, 答是非判断题直观思维很重要, 尤其是“非”的命题, 要论证命题不成立, 只需找出一个特例使命题不成立即可, 这种思维的跳跃性可提高做题的速度。

例2 判断题(对的打√, 错的打×)

(1) 零是绝对值最小的实数; ()

(2) 如果 x, y 是两个负数, 并且 $x > y$, 那么 $|x| < |y|$;

()

(3) 圆的周长与半径是正比例函数关系; ()

(4) 如果 α, β 是互为补角的两个角, 那么
 $\cos \alpha = -\cos \beta$; ()

(5) 已知两圆的半径分别是3和1, 圆心距是2, 则两圆相
内切; ()

(6) $(a^m)^3 \cdot a^n$ 的运算结果是 a^{3m} ; ()

(7) 若 x 与 y , y 与 z 都是反比例函数关系, 那么 x 与 z 也成
反比例函数关系; ()

(8) 若 $a > b$, c 为任何实数, 则 $ac^2 > bc^2$; ()

(9) 任何数的零次幂都等于1; ()

(10) 两条射线所组成的图形叫做角; ()

(11) 任意两个矩形都相似; ()

(12) 无限小数都是无理数。 ()

分析:

(1) 因为任何一个实数的绝对值都是非负数, 所以零是
绝对值最小的实数, 符合推理过程, 命题正确, 在 () 内
打✓。

(2) 因为 x, y 是两个负数, 并且 $x > y$, 所以两数在数轴
上对应的点都在原点左方, 且 y 的对应点比 x 的对应点离原点
更远, 根据绝对值的几何意义, 可得 $|x| < |y|$, 命题正确, 在
() 内打✓。

(3) 设圆周长 c , 半径为 r , 则有 $c = 2\pi r$, 2π 是常数, 则 c
与 r 成正比例关系, 命题正确在 () 内打✓。

(4) $\because \alpha, \beta$ 是互为补角, $\therefore \alpha + \beta = 180^\circ$, 即 $\alpha = 180^\circ - \beta$,
 $\cos \alpha = \cos(180^\circ - \beta) = -\cos \beta$, 命题正确, 在 () 内打
✓。

(5) 因为两圆半径之差等于圆心距, 则两圆内切。命题正