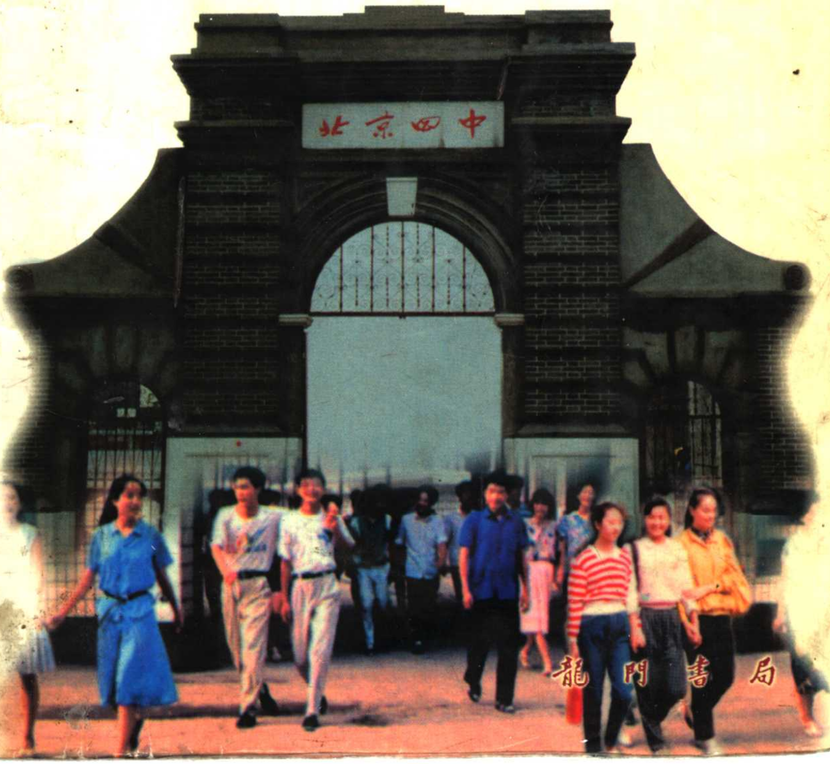
中考高分指南

一册在手　高分在握

数学

北京四中培训部 主编



龍門書局

中考高分指南·数学

北京四中培训部　主编

李安承　李宏声　编著

龍門書局

中考高分指南·数学

北京四中培训部　主编

责任编辑　马长芳　吕奇恩

龍门书局　出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

北京双青印刷厂　印刷

科学出版社总发行　　各地新华书店经销

*

1998年8月第一版　　开本：787×1092　1/32

1998年8月第一次印刷　　印张：12

印数：1—20 000　　字数：260 000

ISBN 7-80111-320-9/G·243

定价：12.00元

（如有缺页倒装，本社负责掉换。〈环伟〉）

前　言

“九十载辛勤耕耘，三万株桃李芬芳。”九十年来，在北京四中这块沃土上，几代教师辛勤工作，虽经历了不同的历史时期，但它所具有的严谨的工作作风、严谨的教风和严谨的学风，却一直在这块教育领地上发扬光大。每年都有百余学子从这所中学中进入北京大学、清华大学和其他知名学府学习。四中毕业生曾讲过：“我们能够有所作为，靠的是崇高的理想，坚强的毅力，科学的方法，扎实的知识，健康的体魄，这一切都是母校为我们打好的基础。四中是我们成长的摇篮，心灵的圣地，精神的丰碑！”

四中闻名于京城乃至全国，自然成为广大学子向往的地方。为了使以振兴中华为己任，勇于攀登科学高峰的有志青年能顺利考入这所中学或其他知名中学，由长期致力于初中教学的资深教师编写了这套丛书。它根据原国家教委颁布的九年义务教育全日制初级中学有关学科的教学大纲及中考说明，将初中知识分类并加以系统化，使其重点突出，便于掌握，并与四中多年的教学经验与学风融于一体。希望学子们能从教师渊博的学问，严谨的教风，灵活的思维方法，扎实的基础知识及准确、精辟的讲评中获益。

希望广大青年朋友们能：崛起于今日，辉煌于未来。这也是在这片教育沃土上几代辛勤耕耘者的心愿和广大家长的殷切期待。

由于水平和时间所限，书中不足之处，恳请广大读者指正，以便再版时修正。

北京四中培训部

1998 年 7 月

编者的话

本书是根据现行的九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲对于基础知识、基本技能、运算能力、逻辑思维及运用所学数学知识、思想和方法分析问题解决问题能力的要求而编写的.

书中采用典型例题解析方式，突出各章节知识点在习题中的反映，强调了重点和难点，揭示知识点应用的方法、思想及相关联系. 每章配有单元测试，利于读者复习反馈和巩固，达到逐步提高的目的.

本书在编写过程中，参照教育部最新整调内容，紧紧围绕数学中考命题，剖析命题内容、走向及新题型，以希望有助于读者在中考中夺取高分.

参加编写的还有李继雷、李　广、赵　超、王立宏.

由于时间仓促，日常教学工作繁忙，难免会有不足和不妥之处，恳请广大读者批评指正.

编　者

1998 年 7 月

目　　录

一、基础知识与基本技能

基础知识与基本技能是每个学生适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的，在中考试题中的题目份量和分数比例都较大. 由于考试时间的限制，不允许学生多重复解答，因此就要求学生切实理解各部分概念、法则、性质、公式、公理、定理等，力求运用灵活，方法简捷，运算准确，正确率高.

（一） 数与式

1. 例题解析

例 1 在 $\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{-8}$，π，0，$\frac{22}{7}$，$0.333\cdots\cdots$，$2.020020002\cdots\cdots$ 中，无理数的个数为（ ）.

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个

解析 这是考查实数分类的试题. 真正掌握有理数、无理数的概念，正确地加以区分，才能得出正确答案. 对实数的分类，不能只看形式，而应从数的发展规律和它们的实质上来区分判断. 克服因受数的范围限制而产生的一些误解，如 $\pi=3.14$ 等.

答：应选 C.

例 2 下列判断正确的是（ ）.

(A) 一个数的相反数是负数

(B) 最大的负数是-1

(C) 非负数中最小的数是零

(D) 比正数小的数都是负数

解析 实数和数轴上的点是一一对应的，如果能够抓住这一点画出数轴进行分析，就能加深对相反数等概念的理解和选出正确答案.

答：应选 C.

例 3 已知 a 与 b 互为相反数，c 与 d 互为倒数且 m 的绝对值是 2，则 $m^2+cd-\dfrac{a+b}{m}$的值是(　　).

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5

解析 正确运用相反数、倒数、绝对值的概念是关键. ∵ $a+b=0, cd=1, |m|^2=m^2$，∴ $m^2+cd-\dfrac{a+b}{m}=4+1-0=5$.

答：应选 D.

例 4 a、b 在数轴上的位置如图 1-1 所示，化简$|a|-|a+b|-|b-a|$. ∴a

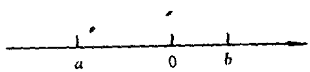


图 1-1

解析 根据 a、b 在数轴上的位置可确定数 a、$a+b$、$b-a$ 的正、负，再去掉绝对值符号进行化简.

解：由 a、b 在数轴上的位置可知：$a<0, b>0, |a|>|b|$，则 $a+b<0, b-a>0$，有

$$\begin{aligned}&|a|-|a+b|-|b-a|\\=&-a-[-(a+b)]-(b-a)\\=&-a+a+b-b+a\\=&a.\end{aligned}$$

[注] 数轴是数形结合的工具，直观地反映了实数的一些重要概念和性质，利于解题，对此必须重视.

例 5 计算：

(1) $-1^6-(-\frac{2}{5})^7\times2.5^7+[-3^2+(-3)^2]\div1997$；

(2) $1\div\sqrt{1\frac{7}{9}}+2^{-2}+(\sqrt{5}-1)^0+\frac{1}{\sqrt{3}-2}-|1-\sqrt{3}|$.

解析 实数运算是代数中的最基本运算，涉及知识面广，而且运算法则、运算律、运算顺序等都适用于代数式的运算，必须引起重视. 实数运算关键是确定符号和绝对值转为非负数的运算，因此学生必须顺利通过符号关.

解：(1) 原式 $=-1-(-\frac{2}{5}\times2.5)^7+(-9+9)\div1997$

$=-1-(-1)^7+0\div1997$

$=0.$

(2) 原式 $=1\div\frac{4}{3}+\frac{1}{2^2}+1+[-(\sqrt{3}+2)]-(\sqrt{3}-1)$

$=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+1-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}+1$

$=1-2\sqrt{3}.$

例 6 下面式子 $\sqrt{x+1}$，a^2+ab-b^{-2}，$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y$，$\frac{\sqrt{5}-x^2}{3}$中整式有（　　）.

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

解析 代数式分类如下：

$$
\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}
$$

根据代数式的概念即可选出答案．这里还要注意负整数指数的概念和对根式的理解，根号内不含变数字母的根式应属有理式，根号内含变数字母的根式应属无理式．

答：应选 B.

例 7 某农场 1995 年的粮食产量为 a，以后计划每年比上年增长 $p\%$，那么 1997 年这农场的粮食产量要达到（　）.

(A) $a(1+p)^2$　　　　(B) $a(1+p\%)^2$

(C) $a+a(p\%)^2$　　　　(D) $a+ap^2$

解析 列代数式是列方程解应用题的基础，学生要认真地理解题意，抓好基本量之间的关系．此题要理解每年的产量是在什么基础上增长，即 1997 年的粮食产量是在 1996 年的粮食产量 $a+a\cdot p\%$ 的基础上增长的.

答：应选 B.

例 8 若 $ab\neq0$，则等式 $-\sqrt{-\frac{a}{b^5}}=\frac{1}{b^3}\sqrt{-ab}$ 成立的条件是（　）.

(A) $a>0$，$b>0$　　　　(B) $a<0$，$b>0$

(C) $a>0$，$b<0$　　　　(D) $a<0$，$b<0$

解析 字母的取值必须保证代数式有意义又要保证此等式成立，此时考虑要周到，推理要严密．由 $-\sqrt{-\frac{a}{b^5}}=\frac{1}{b^3}\times\sqrt{-ab}$、二次根式为非负数可得出 $b<0$，又由二次根式中的被开方数为非负数可推出 $b<0$ 时 $a>0$.

答：应选 C.

例 9 分解因式：$4a-ax^2-ay^2+2axy$.

解析 分解因式一般要先提取公因式，然后从项数出发. 二项式考虑平方差、立方和、立方差公式；三项式考虑完全平方公式、十字相乘法、利用求根公式法；四项或四项以上考虑分组分解. 分解因式时要注意在没有说明范围时是指有理数范围；用一般方法解决不了时，再依据题意特点选择其它的方法；分解因式后要养成利用它与整式乘法的关系及时检验的习惯.

解：原式$=a(4-x^2-y^2+2xy)$

$=a[4-(x^2-2xy+y^2)]$

$=a[2^2-(x-y)^2]$

$=a(2+x-y)(2-x+y)$.

$=a(4-x^2-y^2+2xy)$

$=a[4-(x^2+y^2-2xy)]$

$=a[4-(x-y)^2]$

$=a(2+x-y)(2-x+$

例 10 计算：

$$\left(\frac{a^2+6}{a^2-1}-\frac{a+1}{a-1}+1\right)\div\frac{a^3+8}{a^4+3a^3+2a^2}-\frac{(a^2)^3}{a^2\cdot a^3}.$$

解析 代数式的运算涉及面很广，牵扯到合并同类项、合并同类根式；幂的运算法则：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，$(a^m)^n=a^{mn}$，$(ab)^n=a^nb^n$. 其中 $a\neq0$，m、n 已从正整数推广到整数；乘法公式；多项式的分解因式等，在解题过程中应合理、灵活地运用这些法则.

解：$\left(\frac{a^2+6}{a^2-1}-\frac{a+1}{a-1}+1\right)\div\frac{a^3+8}{a^4+3a^3+2a^2}-\frac{(a^2)^3}{a^2\cdot a^3}$

$$=\left[\frac{a^2+6}{(a+1)(a-1)}-\frac{a+1}{a-1}+1\right]$$

$$\div\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2(a+1)(a+2)}-\frac{a^6}{a^5}$$

$$=\frac{a^2+6-(a+1)^2+(a+1)(a-1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$\times\frac{a^2(a+1)}{a^2-2a+4}-a$$

$$=\frac{a^2+6-a^2-2a-1+a^2-1}{(a+1)(a-1)}\cdot\frac{a^2(a+1)}{a^2-2a+4}-a$$

$$=\frac{a^2-2a+4}{(a+1)(a-1)}\cdot\frac{a^2(a+1)}{a^2-2a+4}-a$$

$$=\frac{a^2}{a-1}-a$$

$$=\frac{a^2-a(a-1)}{a-1}$$

$$=\frac{a^2-a^2+a}{a-1}$$

$$=\frac{a}{a-1}.$$

例 11 已知：$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. 求 x^3+x^2-3x+4 的值.

解析 根据初中代数书中指出的代数式的值的概念，把 x 的值直接代入代数式进行运算固然可以，但是非常麻烦而且易出错误. 如果利用恒等变形后再把相应的值代入，就会使计算过程简捷. 利用代数式的恒等变形是求代数式的值的主要方法之一.

解：$\because\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore\ 2x=1+\sqrt{5}$，$2x-1=\sqrt{5}$.

两边平方：

$$(2x-1)^2=(\sqrt{5})^2,\ 4x^2-4x+1=5,$$

则
$$x^2-x-1=0.$$

$\because\ x^3+x^2-3x+4$

$=(x^2-x-1)(x+2)+6.$

$\therefore$ 当 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$时，

$$x^3+x^2-3x+4=6.$$

例 12 已知：$a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$.

求代数式$\dfrac{1-2a+a^2}{a-1}-\dfrac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}$的值.

解析 将字母取值化简后再代入化简后的代数式，使运算简捷. 全面观察，认真分析，提高解决问题的能力，不可忽略题中隐含条件.

解：$\because\quad a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$，

$\therefore\quad a<1$，$a-1<0$，$\dfrac{1}{a}=2+\sqrt{3}$.

$$\frac{1-2a+a^2}{a-1}-\frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}$$

$$=\frac{(a-1)^2}{a-1}-\frac{\sqrt{(a-1)^2}}{a\ (a-1)}$$

$$=a-1+\frac{1}{a}.$$

当 $a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$时，

原式$=2-\sqrt{3}-1+2+\sqrt{3}=3$.

2. 自我测试

自我测试一

一、选择题

1. 下列说法中，正确的是（ 丁 ）.

（A）绝对值较大的数较大

（B）绝对值较大的数较小

（C）绝对值相等的两数相等

（D）相等两数的绝对值相等

2. 若 a 与 $\frac{1}{2}b$ 互为相反数，并且 $b\neq0$，则 a 的负倒数是（ D ）.

（A） $-2b$　　（B） $-\frac{b}{2}$　　（C） $2b$　　（D） $\frac{2}{b}$

3. 下列说法错误的是（ B ）.

（A） 30475 保留三个有效数字的近似值是 3.05×10^4

（B） 1.300 精确到 0.1

（C） 507 万精确到万位

（D） 2.46 精确到百分位

4. 用代数式表示 a 与 b 的和的平方除这两个数的立方和，结果为（ A ）.

（A） $\frac{a^3+b^3}{(a+b)^2}$　　（B） $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3}$　　（C） $\frac{(a+b)^2}{a^3+b^3}$　　（D） $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2}$

5. 在代数式 $px+q$ 中，当 $x=1$ 时，代数式的值是 -2；当 $x=2$ 时，它的值是 -5，则 p、q 的值是（ D ）.

（A） $p=-2$，$q=-5$　　（B） $p=3$，$q=1$

（C） $p=2$，$q=$ [illegible]　　（D） $p=-3$，$q=1$

6. 以下运算，结果正确的是（ D ）.

（A） $x^3+x^3=x^6$　　（B） $x^6\div x^2=x^3$

（C） $x^5\cdot x^3=x^{15}$　　（D） $(x^2)^3=x^6$

7. 如果 $0<x<1$，那么 $|x+1|+\sqrt{(x-1)^2}$ 的化简结果是（　）.

（A） $2x$　　（B） 2　　（C） 0　　（D） $\frac{1}{2}$

8. 在二次根式 $\sqrt{x^5y}$、$\sqrt{x^2+3}$、$\sqrt{\frac{x}{5}}$、$\sqrt{10x}$ 中，最简二次根式的个数共有（ C ）.

（A） 4 个　　（B） 3 个　　（C） 2 个　　（D） 1 个

9. 若 $\sqrt{x^2}=-x$ 且 $|x|<1$，化简 $\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}+\left|x+\frac{1}{x}\right|$ 的正确结果是（　　）.

（A）$2x$　　（B）$-2x$　　（C）$-\frac{2}{x}$　　（D）$\frac{2}{x}$

10. 计算 $(2-\sqrt{3})^{-1}+\sqrt{(1-\mathrm{tg}60°)^2}-(\sqrt{3}-1)^0$ 得（　　）.

$-1+\sqrt{3}$ − 1

（A）$2\sqrt{3}$　　（B）$2\sqrt{3}-4$　　（C）$2-\sqrt{3}$　　（D）2

二、填空题

1. m 的绝对值与 m 的相反数之和为 0，m 为 非负数.

2. 在数轴上若 A 点表示 $-1\frac{1}{2}$ 个单位长，则到 A 点的距离为 3.5 个单位长的点表示的数是________.

3. 单项式 $-\frac{x^2y}{3}$ 的系数是 $-\frac{1}{3}$，次数是 3.

4. 若分式 $\frac{x^2+x-6}{2x^2+5x-3}$ 的值为零，则 $x=$ 2.

5. 计算 $\left(\frac{x}{2}+3\right)^2-\left(\frac{x}{2}-3\right)^2=$ $6x$.

6. 若实数 x、y 满足 $|x-5|+\sqrt{2x+y+6}=0$，则 $3x+y+1=$ 0.

7. 分解因式：$a^3-a^2b+2ab^2-8b^3=$________.

$a^2(a-b)+2b^2($

8. 如果 $a+|a|=0$，那么 $|a-\sqrt{4a^2}|=$________.

9. 已知 $xy=1$，$x=\sqrt{2}-1$，则 $x^2-2xy+y^2=$ 4.

10. 如果二次根式 $\sqrt{1+\frac{1}{a}}$ 与 $\sqrt{4a-2}$ 是同类根式，那么 $a=$________.

三、解答题

1. 计算：

(1) $(-3)^2+(-\frac{1}{2})^{-1}+|-2|-(-0.001997)^0$

(2) $(\sqrt{2}-1)^{-1}-4\sin45°+(1-\sqrt{2})^{1997}$

$\times(\sqrt{2}+1)^{1998}$

2. 化简：

(1) $(\frac{a^2-5}{a-1}+1)\div(a+3)\cdot\frac{a^2-a}{a^2-2a}$

(2) $(\frac{x^3}{x-1}-x^2-x-1)\div\frac{x^2-x-2}{x^3-x}$

(3) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}}$

3. 化简、求值：

(1) $(\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-4x+4})\div\frac{x-4}{2x-x^2}$，其中 $x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

(2) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\div\frac{1}{x-y}-x+y$，其中 $x=\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}$

4. 已知 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$，求 $\frac{a+b+2ab+2b^2}{2ab+b^2}$ 的值.

5. 已知 $x^2+xy=5$，$xy+y^2=4$，求 $x-y$ 的值.

自我测试二

一、选择题

1. $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2}$，$(-2)^{-1}$ 与 2^0 的大小关系是（　　）.

(A) $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2}>2^0>(-2)^{-1}$

(B) $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2}>(-2)^{-1}>2^0$

(C) $2^0>(-2)^{-1}>(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2}$

(D) $2^0>(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2}>(-2)^{-1}$