

七^年级

总主编 单 樽 熊 斌

奥数测试

冯志刚
等编

华东师范大学出版社



华东师大版学科竞赛系列



ISBN 7-5617-2979-0



9 787561 729793 >
G·1501 定价: 13.00元



奥数测试

(第二版)

总主编 单 樽 熊 斌

七年级

冯志刚 顾 滨 范端喜 编
周 珺 熊 斌

华 东 师 范 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

奥数测试. 七年级/冯志刚等编. —上海: 华东师范大学出版社, 2002. 8

ISBN 7-5617-2979-0

I. 奥... II. 冯... III. 数学课—初中—习题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 052710 号

奥数测试 七年级 (第二版)

总主编 单 博 熊 斌
编者 冯志刚等
策划组稿 倪 明 徐惟简
责任编辑 审校部编辑工作组
特约编辑 武宏琳
封面设计 高 山
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62865537
门市(邮购) 电话 021-62869887
门市地址 华东师大校内先锋路口

业务电话 上海地区 021-62232873
华东 中南地区 021-62458734
华北 东北地区 021-62571961
西南 西北地区 021-62232893

业务传真 021-62860410 62602316

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

照 排 南京理工出版信息技术有限公司

印 刷 者 上海市印刷三厂

开 本 787×1092 16 开

印 张 9.5

字 数 220 千字

版 次 2006 年 1 月第 2 版

印 次 2006 年 1 月第 5 次

书 号 ISBN 7-5617-2979-0/G·1501

定 价 13.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

测试 1	有理数的巧算	(1)
测试 2	代数式的化简与求值(一)	(3)
测试 3	绝对值	(5)
测试 4	一元一次方程	(7)
测试 5	一次方程组	(9)
测试 6	一次方程组的应用	(11)
测试 7	列方程(组)解应用题	(13)
测试 8	“设而不求”的未知数	(15)
测试 9	一元一次不等式(组)	(17)
测试 10	一次不等式(组)	(19)
测试 11	含绝对值的方程和不等式(一)	(21)
测试 12	含绝对值的方程和不等式(二)	(23)
测试 13	不等式的应用(一)	(25)
测试 14	不等式的应用(二)	(27)
测试 15	整式的乘法和除法	(29)
测试 16	待定系数法	(31)
测试 17	多项式的除法和余数定理	(33)
测试 18	代数式的化简与求值(二)	(35)
测试 19	线段	(37)
测试 20	角	(39)
测试 21	相交线和平行线	(41)
测试 22	面积(一)	(43)

测试 23	面积(二).....	(45)
测试 24	整除.....	(48)
测试 25	奇数与偶数.....	(50)
测试 26	质数与合数(一).....	(52)
测试 27	质数与合数(二).....	(54)
测试 28	二元一次不定方程(一).....	(56)
测试 29	二元一次不定方程(二).....	(58)
测试 30	加法原理和乘法原理(一).....	(60)
测试 31	加法原理和乘法原理(二).....	(62)
测试 32	抽屉原理(一).....	(64)
测试 33	抽屉原理(二).....	(66)
测试 34	应用题精选(一).....	(68)
测试 35	应用题精选(二).....	(70)
测试 36	生活中的数学.....	(72)
	综合练习(一)	(74)
	综合练习(二)	(76)
	综合练习(三)	(78)
	综合练习(四)	(80)
	参考答案与提示	(82)

有理数的巧算

一、填空题(每题 5 分,共 45 分)

1. $\frac{1}{2\,005} + \frac{2}{2\,005} + \frac{3}{2\,005} + \cdots + \frac{2\,004}{2\,005} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $(2\,007 - 1) + (2\,006 - 2) + (2\,005 - 3) + \cdots + (1\,005 - 1\,003) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\underbrace{111\cdots 1}_{2\,001\uparrow 1} \underbrace{222\cdots 2}_{2\,001\uparrow 2} \div \underbrace{333\cdots 3}_{2\,001\uparrow 3} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)} + \frac{\frac{1}{4}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{99}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\cdots\left(1 + \frac{1}{99}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\frac{(2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 100^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + 99^2)}{1 + 2 + 3 + \cdots + 10 + 9 + 8 + \cdots + 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\frac{2\,000 + 20\,002\,000 + 200\,020\,002\,000 + 2\,000\,200\,020\,002\,000}{2\,001 + 20\,012\,001 + 200\,120\,012\,001 + 2\,001\,200\,120\,012\,001} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\frac{1}{3 \times 1} + \frac{1}{4 \times 2} + \frac{1}{5 \times 3} + \cdots + \frac{1}{1\,999 \times 1\,997} + \frac{1}{2\,000 \times 1\,998} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. $\frac{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 3 \times 9 \times 15 + 4 \times 12 \times 20 + 5 \times 15 \times 25}{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 3 \times 6 \times 9 + 4 \times 8 \times 12 + 5 \times 10 \times 15} = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. $2\,000 \times \frac{199\,919\,991\,999}{200\,020\,002\,000} + \frac{2\,000 \times 1\,999 - 2\,001 \times 1\,998}{2\,000^2 - 2\,001 \times 1\,999} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、解答题(第 10 题 15 分,第 11~13 题每题 20 分,共 75 分)

10. 计算: $\frac{1^2 + 2^2}{1 \times 2} + \frac{2^2 + 3^2}{2 \times 3} + \frac{3^2 + 4^2}{3 \times 4} + \cdots + \frac{2\,005^2 + 2\,006^2}{2\,005 \times 2\,006}.$

■ 已知 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ 大于 $\frac{1921}{2001}$, 试求自然数 n 的最小值.

12 计算: $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \cdots + \frac{10}{2^{10}}.$

■ 计算: $\left(\frac{1}{31} + \frac{1}{37} + \frac{1}{41} + \frac{1}{47} + \frac{1}{53} + \frac{1}{69}\right) \times \left(\frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{37} + \frac{1}{41} + \frac{1}{47} + \frac{1}{53}\right) - \left(\frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{37} + \frac{1}{41} + \frac{1}{47} + \frac{1}{53} + \frac{1}{69}\right) \left(\frac{1}{31} + \frac{1}{37} + \frac{1}{41} + \frac{1}{47} + \frac{1}{53}\right).$

测试 2

代数式的化简与求值(一)

一、填空题(每题 5 分,共 50 分)

1 已知 $x = 1, y = -1$ 时, $ax + by - 3 = 0$, 那么当 $x = -1, y = 1$ 时, 代数式 $ax + by - 3 =$ _____.

2 当 $m = -0.2, n = -\frac{1}{4}$ 时, 代数式 $5m^2n + 10mn^2 + 20mn =$ _____.

3 当 $x = 4$ 时, 代数式 $\frac{m}{x} + nx = 17$; 当 $x = 3$ 时, 代数式 $mx^2 + \frac{9m}{x^2} = 40$. 则 $m^2 + n^2 =$ _____.

4 已知 $x - y - z = 0, y - z = 0$, 且 $xyz \neq 0$, 那么 $\frac{1998x^2 + 1999y^2 - 2000z^2}{1998x^2 - 1999y^2 + 2000z^2}$ 的值等于 _____.

5 当 $a = -0.2, b = 0.04$ 时, 代数式 $\frac{72}{73}(a^2 - b) - \frac{71}{72}(b + a + 0.16) - \frac{1}{4}(a + b)$ 的值是 _____.

6 当 $x = -\frac{24}{125}$ 时, 代数式 $(3x^3 - 5x^2 + 6x - 1) - (x^3 - 2x^2 + x - 2) + (-2x^3 + 3x^2 + 1)$ 的值是 _____.

7 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$, 则 $\frac{3a - 2ab + 3b}{-4a + 5ab - 4b} =$ _____.

8 若 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 且 $3x - 2y + 5z = -20$, 则 $x + 3y - z =$ _____.

9 已知 $a = 3b, c = 5a$, 则 $\frac{a + b + c}{a + b - c} =$ _____.

10 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 则 $2a^2 - 5a - 2 + \frac{3}{1 + a^2} =$ _____.

二、解答题(第 11 题 20 分,第 12~13 题每题 25 分,共 70 分)

11 已知实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0, abc > 0$, 且 $x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|}, y = a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, 求 $x^{20} - 20xy + y^3$ 的值.

12 已知 m 、 n 互为倒数, 且 $m+n+2005=0$, 求 $(m^2+2006m+1)(n^2+2006n+1)$ 的值.

13 已知 $y = ax^5 + bx^3 + cx + d$, 当 $x=0$ 时, $y=3$; 当 $x=-5$ 时, $y=9$. 求当 $x=5$ 时, y 的值.

绝对值

一、填空题(每题 5 分,共 45 分)

1 已知 $(2a-1)^2 + |b+1| = 0$, 则 $\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^{2005} =$ _____.

2 若 $y = |x-1| + |x+1|$, 则 y 的最小值是 _____.

3 若 $x < 0$, 则 $\frac{|x| - 2x}{3} =$ _____.

4 已知 $y = |x+1| + |x-2| + |x-3|$, 则 y 的最小值是 _____.

5 已知实数 a, b 满足 $||a| - (a+b)| < |a - |a+b||$, 则 $a+b$ 的取值范围是 _____.

6 满足 $|x-1| + |x+3| = 4$ 的整数 x 共有 _____ 个.

7 已知 $a, b (a \leq b)$ 是数轴上两个点, x 到 a 的距离是 x 到 b 的距离的 k 倍 (k 为正数), 则 x 为 _____.

8 方程 $||x| - |x - 3.1415926|| + \left| \left| y + \frac{11}{8} \right| - |2y - 7.13| \right| = 0$ 的解是 _____.

9 已知关于 x 的方程 $||x-2|-1| = a$ 有三个整数解, 则 $a =$ _____.

二、解答题(第 10 题 15 分,第 11~13 题每题 20 分,共 75 分)

10 设 a, b 为有理数, 且 $|a| > 0$, 方程 $||x-a|-b| = 3$ 有三个不相等的解, 求 b 的值.

11 求 $y = |x-1| + |x+1| + |x+5|$ 的最小值.

12 若 a, b, c 为整数, 且 $|a-b|^{11} + |c-a|^{101} = 1$, 求 $|a-b| + |b-c| + |c-a|$ 的值.

对于哪些实数 a , 方程 $|x-1| - 2|x-2| + 2|x-3| - |x-5| = a$ 有惟一解?

测试 4

一元一次方程

一、填空题(每题 5 分,共 45 分)

■ 解方程: $\frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{x}{2004 \cdot 2005} + \frac{x}{2005 \cdot 2006} = 2005$, _____.

■ 2 已知关于 x 的方程 $3a - x = \frac{x}{2} + 3$ 的解是 4, 则 $(-a)^2 - 2a =$ _____.

■ 方程 $\frac{1}{2} \left\{ x - \frac{1}{3} \left[x - \frac{1}{4} \left(x - \frac{2}{3} \right) \right] - \frac{3}{2} \right\} = x + \frac{3}{4}$ 的解是 _____.

■ 4 解关于 x 的方程: $2a + 5x = 7x - 2b$ (a, b 为已知数), _____.

■ 解方程: $|x| + |x - 1| = 3$, _____.

■ 6 方程 $||x - 2| + 1| = 2x + 1$ 解的个数为 _____.

■ 解方程: $|x + 3| - |x - 1| = x + 1$, _____.

■ 8 解方程: $||x| - 1| - 2| = 3$, _____.

■ 关于 x 的方程 $||x - 2| - 1| = a$ ($0 < a < 1$) 所有解的和为 _____.

二、解答题(第 10 题 15 分,第 11~13 题每题 20 分,共 75 分)

■ 10 解方程: $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3, \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \neq 0 \right).$

■ 若 $abc = 1$, 解关于 x 的方程:

$$\frac{x}{1+a+ab} + \frac{x}{1+b+bc} + \frac{x}{1+c+ca} = 2006.$$

12 求正整数 $\overline{a_1 a_2 \cdots a_n}$,使得 $12 \times \overline{2 a_1 a_2 \cdots a_n 1} = 21 \times \overline{1 a_1 a_2 \cdots a_n 2}$ 成立.

解方程: $[4x + 1] = 3x - \frac{1}{3}$, 其中 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数.

测试 5

一次方程组

一、填空题(每题 5 分,共 45 分)

1 方程组 $\begin{cases} \frac{x}{7} = \frac{y}{10} = \frac{z}{5}, & \text{①} \\ 2x + 3y + 4z = 128 & \text{②} \end{cases}$ 的解是_____.

2 方程组 $\begin{cases} \frac{2x+y}{5} + \frac{y-x}{3} = \frac{2}{3}, & \text{①} \\ \frac{3(2x+y)}{10} + \frac{3(y-x)}{2} = 0, & \text{②} \\ \frac{x-z}{3} - \frac{y-z}{2} = 0 & \text{③} \end{cases}$ 的解是_____.

3 方程组 $\begin{cases} x - y - z = 5, & \text{①} \\ y - x - z = 1, & \text{②} \\ z - x - y = -15 & \text{③} \end{cases}$ 的解是_____.

4 方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, & \text{①} \\ a_2x + b_2y = c_2 & \text{②} \end{cases}$ (其中 a_1, a_2, b_1, b_2 为常数,且 a_1 与 b_1, a_2 与 b_2 中都至少有一个不为零)有惟一解的条件是_____.

5 方程组 $\begin{cases} ax + by = 2c, & \text{①} \\ cz + ax = 2b, & \text{②} \\ by + cz = 2a & \text{③} \end{cases}$ (其中 a, b, c 均为常数且不为 0)的解是_____.

6 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} y = kx + m, \\ y = (2k-1)x + 4 \end{cases}$ 有无穷多组解,则 $k + m$ 的值为_____.

7 已知方程组 $\begin{cases} 3x + my = 5, \\ x + ny = 4 \end{cases}$ 无解,其中 m, n 是绝对值小于 10 的整数,则 $m + n$ 值为_____.

8 若 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 323x + 457y = 1\,103, & \text{①} \\ 177x + 543y = 897, & \text{②} \end{cases}$ 则 $2\,001x^2 + x^2y^2 - 2\,001y^2$ 的值是_____.

9 已知关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} (a-1)x + by = 5a + 2b, \\ ax + (2b+1)y = 8a + 5b \end{cases}$$

的解是 $x = 4, y = 5$, 则 $(a-2b)^{2006} - (2a-b)^2 =$ _____.

二、解答题(第 10 题 15 分,第 11~13 题每题 20 分,共 75 分)

- 10 已知关于 x, y, z 的方程组
$$\begin{cases} kx + y + z = 1, & \textcircled{1} \\ x + ky + z = k, & \textcircled{2} \\ x + y + kz = k^2 & \textcircled{3} \end{cases}$$
 的解在实数范围内,当 k 分别取何值时,方程组有惟一解?有无穷多解?无解?

- 11 若 $\left[x + \frac{19}{100}\right] + \left[x + \frac{20}{100}\right] + \cdots + \left[x + \frac{91}{100}\right] = 546$, 这里 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 求 $[100x]$.

- 12 解方程: $\left\{\frac{6x+5}{8}\right\} = \frac{81-90x}{40}$, 其中 $\{x\} = x - [x]$.

- 13 已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} ax + 3y = 0, & \textcircled{1} \\ (b+3)x + ay = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$
 有非零解,求 a, b 满足的关系式.

一次方程组的应用

一、填空题(每题 5 分,共 45 分)

1 方程 $2x+3y=1$ 有一组整数解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \end{cases}$ 则由此可得方程 $2x+3y=6$ 的一组整数解为_____.

2 方程 $x+y+z=2\ 001$ 共有_____个正整数解.

3 方程组 $\begin{cases} 5x+7y+9z=52, & \textcircled{1} \\ 3x+5y+7z=36. & \textcircled{2} \end{cases}$ 的正整数解是_____.

4 关于 a, b 的方程 $|ab|+|a+b|=1$ 的整数解共有_____组.

5 已知 $(x-1)^2+|xy-2|=0$, 则 $\frac{1}{xy}+\frac{1}{(x+1)(y+1)}+\cdots+\frac{1}{(x+2\ 005)(y+2\ 005)}$
=_____.

6 用 1 分、2 分和 5 分的硬币凑成一元钱,共有_____种不同的凑法.

7 已知方程组 $\begin{cases} x+ay=5, \\ y-x=1 \end{cases}$ 有正整数解,则正整数 a 为_____.

8 设 n 为已知正整数,方程 $\frac{xy}{x+y}=n$ 有_____组不同的正整数解.(当 $a \neq b$ 时,将 $x=a, y=b$ 与 $x=b, y=a$ 算作不同解)

9 方程组 $\begin{cases} xz-2yt=3, \\ xt+yz=1 \end{cases}$ 的整数解共有_____组.

二、解答题(第 10 题 15 分,第 11~13 题每题 20 分,共 75 分)

10 一时钟在某时刻 T_1 ,短针指在 2 与 3 之间,长针指在 4 与 5 之间,过了某段时间后,到时刻 T_2 ,长针指在原来短针所指的位置,而短针指在原来长针所指的位置,求原来时刻 T_1 和现在时刻 T_2 的值.