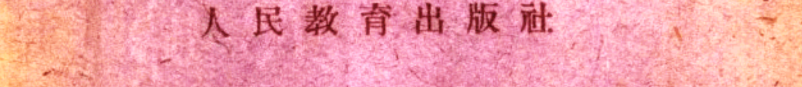
中等专业学校推荐試用教材

电訊类专业通用

# 工程力学

GONGCHENG LIXUE

下册



人民教育出版社

## 簡裝本說明

目前850×1168毫米規格紙張較少，本书暫以787×1092毫米規格紙張印刷，定价相应減少20%。希諒鑒。

中等专业学校推荐試用教材

电訊类专业通用

# 工 程 力 学

下 册

邮电部教育司編

人民教育出版社出版 高等学校教学用书編輯部 北京宣武門內承恩寺7号

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

京 华 印 书 局 印 刷

新华书店科技发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

統一书号 15010·1069 开本 787×1092 1/32 印张 3 14/16

字数 102,000 印数 0001—7,000 定价（5）¥0.31

1961年7月新1版 1961年7月北京第1次印刷

# 目　录

## 第六編　材　料　力　学

# 第六編　材料力学

## 第二十章

## 引　　言

### 彈性体的概念　材料力学的任務

当建築物和机器被使用時，它們都要受到外來載荷的作用，例如：鉄路的橋墩上就要受到在橋上通过的火車的重量和橋樑本身重量的作用，蒸汽机的活塞桿上受有蒸氣压力的作用等。这些外來載荷的作用效果使建築物或机器受到損壞。爲了使建築物或机器不致因受外來載荷而損壞，我們就应該选擇合適的材料和必須具有的斷面來製造这些建築物或机器。这樣我們就涉及到要充分的了解各种材料（如：鋼、生鉄、木料）的性質，而主要的是必須掌握各种材料的强度，即材料受到外來載荷的作用而不致損壞的能力。

在研究材料的强度時，我們所遇到的第一個概念就是彈性体的概念。在理論力学裏，我們爲了簡化計算把物体都認爲是絕对剛体，即認爲物体是在任何外力的作用下都不改變其原有形狀的。事实上，由实驗可以知道这是不可能的，宇宙間是沒有絕对剛体存在的，即任何一個物体在外力的作用下都要改變其原有形狀或者損壞。

外力的作用使物体內部的各個分子改變其原有的位置，这樣物体就改變了其原有尺寸和外形。所以受外力作用，形狀即將發生改

變，这是物体基本特性之一。这种改變称爲變形。在變形的同時，物体还表現出抵抗變形的能力，这种能力阻碍分子間隔的改變並且力圖使改變位置後的分子回到其原來位置。这种**表現在物体內部阻碍物体變形和使分子回到其原有位置的能力称爲物体的內力或彈性力，在外力停止作用後物体能消除由外力所引起的變形的特性称爲彈性，具有这种特性的物体称爲彈性体。**

**在外力停止作用後變形能完全消失掉的物体称爲完全彈性体；變形能完全保留的物体称爲完全非彈性体。**不難想像到，在宇宙中这兩种物体均是不存在的。

由以上的述說，我們很清楚的可以看到，爲了不使材料受力而損壞，对材料的选擇和尺寸的計算將是材料力学的任務。通过材料力学的研究，我們將要確定在不同情况下，載荷、構件尺寸、內部彈性力以及材料所獲得的變形四者間的關係，並利用这些關係來选擇材料和計算所必需的尺寸。

在选擇材料和計算尺寸之同時，也要考慮材料的各种要求如：强度、經濟、耐久，以及一些特殊要求，如在飛机構造要輕，要結实等，而这些要求，是彼此矛盾着的。解决这些矛盾也是材料力学一個重要任務。

## 复 习 题

(1)什么叫做物体的变形和彈性？

(2)什么叫完全彈性体和完全非彈性体？

(3)在选擇材料和設計尺寸时应考虑那些問題？

# 第二十一章

# 彈性变形

## §1. 变形的基本形式

物体受外来載荷的作用要发生变形，而外力可以用不同的形式作用到建筑物或机器的零件上。因此在建筑物或机器上由外力所引起的变形也就具有非常复杂的形式；不过这些复杂的变形常常是由几种簡单的变形組成的。

材料力学所研究的变形的基本形式是： 1）拉伸（图 6—1）；2）压縮（图 6—2）；3）剪切（图 6—3）；4）扭轉（图 6—4）；5）弯曲（图 6—5）。

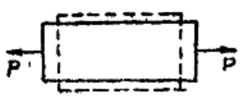



图 6-1

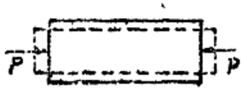



图 6-2

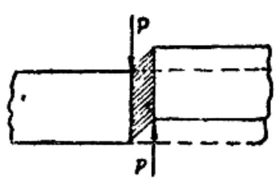



图 6-3

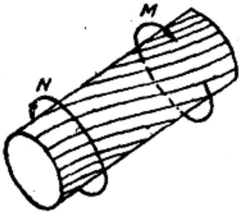



图 6-4

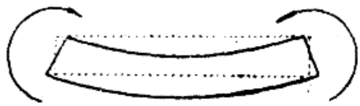


图 6-5

关于上述基本变形形式的定义，以及变形和内力的計量，将要在以下各章分别討論。

較复杂的变形形式是几种基本变形形式組合而成的，如同时受到拉伸和扭轉(图 6—6)，拉伸和弯曲(图 6—7)等。

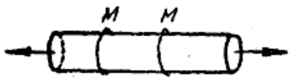



图 6-6

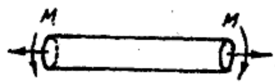



图 6-7

## § 2. 內力的研究方法　应力

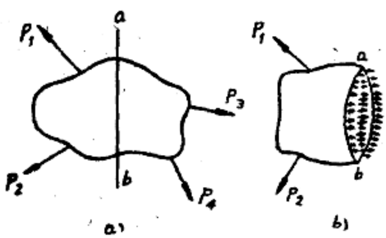



图 6-8

上面曾說过，作用在物体上的外力要在物体內引起內力。

外力使物体变形；內力要保持物体原来的形状和体积，即要消灭物体所得的变形。

要解答材料力学的問題，就必須会求物体的內力和变形。在求物体內任一断面上的內力时，可以利用断面方法。茲把这个方法的要点概述于下。

取一在力系 $P_1$, $P_2$, $P_3$ 和 $P_4$ 的作用下而处于平衡状态的任何彈性体(图 6—8$a$)。这时，显而易見，这个物体的各部分都要受到

加在这一部分上的外力，以及物体各个质点間相互作用的內力的作用，而处于平衡状态。这样，如果我們把物体中假想被分离开的一部分視作某一新的整体，則对它就能使用靜力学的平衡条件。

例如，假使我們对作用在 $ab$ 断面上的內力感到兴趣，我們就可以想象沿这断面把物体切开，并把其中的一部分（如右面部分）拿开。这时，在剩下的左面部分上（图 6—8$b$）作用着外力 $P_1$ 和 $P_2$。要使这一部分物体仍旧平衡，就必須在全部断面上加施在切开前曾經作用于这断面上的內力。这些力代表着被拿开了的物体的右面部分对剩下的左面部分的作用。在整个物体中它們是內力，但对于分离体而言，它們就起了外力的作用。这些內力的合力的大小可以由这个分离体的平衡条件求得。这些內力在断面上分布的規律，一般讲来，我們是不知道的。要解答这个問題，就必須知道在每一个具体場合下，物体受外力作用后是怎样变形的。

設有一个力 $\Delta P$ 作用在面积 $\Delta F$ 上，而 $\Delta F$ 是断面平面上的一个微分面积（图 6—8）。力 $\Delta P$ 表示这个面积上內力的合力，它与面积 $\Delta F$ 的比值就是这个面积上的平均应力：

$$p_{平均}=\frac{\Delta P}{\Delta F},$$

也就是說，平均应力是发生在单位断面面积上的內力。面积 $\Delta F$ 越小，平均应力就越接近于已知点的眞应力。如果面积 $\Delta F$ 减小到零并趋近极限，那么我們就能得到已知点的**眞应力**：

$$p=\lim\left|\frac{\Delta P}{\Delta F}\right|_{\Delta F\to 0}=\frac{dP}{dF}.$$

在特別簡单的情形下，如果內力均匀地分布在整个断面上，那么应力可以用总內力 $P=\Sigma\Delta P$ 除以整个断面面积 $F=\Sigma\Delta F$ 来确定：

$$p=\frac{\Sigma\Delta P}{\Sigma\Delta F}=\frac{P}{F}.$$

应力的单位用公斤/平方厘米，或者公斤/平方毫米来表示。

在一般情形下，已知面积 $\Delta F$ 上的应力 $p$ 与該面积成一角度 $\alpha$。将这个应力 $p$ 分解为两个分力 $\sigma$ 和 $\tau$，我們就会得到应力的两种基

本形式：**正应力（法向应力）和剪应力**（图 6—8$d$）。前者垂直地作用在面积 $\Delta F$ 上，而后者却是作用在这个面积的平面之内：

$$\sigma = p\sin\alpha;\quad \tau = p\cos\alpha.$$

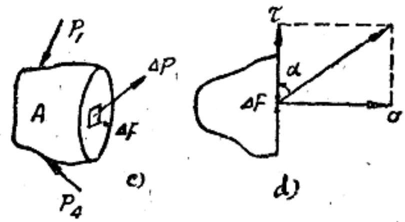



图 6 8

如果已知正应力 $\sigma$ 和剪应力 $\tau$，那么就能求出完全应力 $p$：

$$p=\sqrt{\sigma^2+\tau^2}$$

应力 $\sigma$ 和 $\tau$ 就是断面上法向內力和切向內力的分布集度。整个材料力学課程中，我們只是研究在各种不同的外力作用形式下所产生的这两种基本应力形式。

## § 3. 暂时抗度 彈性极限 容許应力 安全系数

任何一种材料受到外力，都要发生变形。若外力太大，則材料上所产生的变形也必增大，以致破坏。所以在选擇任何一个結构的尺寸时必須要保証它的足够的安全，以防止材料发生消失不掉的永久变形或者損坏。因此，在設計构件时，应使材料內部的应力在任何情况都远比材料毁坏时的应力为小。

**使材料开始毁坏时的应力称为暂时抗度或强度极限**，以 $\sigma_B$ 表示。在工程实踐中絕对不容許材料內部的应力达到强度极限。**在材料內部所发生的应力到达了某一数值时，材料卻得到了不大的預先所規定的消失不掉的变形，这时的应力值称为彈性极限**。因此，在应力到彈性极限时，已发生消失不掉的变形，但还不显著，并且是我們所許可的。彈性极限用 $\sigma_y$ 表示。

为了保証材料的絕对可靠，使它在工作时足够安全，則我們允

許在材料內引起的应力，只能为强度极限的若干分之一。**这个为保証材料足夠安全而采用的应力，称为容許应力，或許用应力，**以$[\sigma]$表示，它与强度极限的关系可用公式(6—1)說明：

$$[\sigma]=\frac{\sigma_B}{K}\cdots\cdots\cdots\cdots(6—1)$$

在公式(6—1)中，$K$称为安全系数，此值指明我們允許結构內的应力較材料的强度极限小若干倍。这个数値是大于一的，其范圍在1.7—1.8到8—10之間，它的具体数字因工作条件、材料性质而改变。

根据以上的概念，我們可以得到一个結論，即：設計一个构件时，不論在何种情况下，在它內部引起的应力，不应大于容許应力，这样才能保証材料在应用时有足够的安全。这里可用次式表示它們的关系：

$$\sigma\leqslant[\sigma]\cdots\cdots\cdots\cdots(6—2)$$

## § 4.　弹性变形和永久变形

物体在受到外力时即发生变形。变形的大小是与外力有关的；外力大，变形一定也大。在外力不超过某一定值时，材料上因受外力而得到的变形会因外力停止作用而消失。**这种在外力停止作用后消失掉的变形称为彈性变形。**当外力太大而超过此某一定値时，材料上即将产生消失不掉的变形。**这种在外力停止作用后消失不掉殘留在材料上的变形称为殘余变形或永久变形。**

我們在設計一个构件时，要保証材料发生的变形不致超过允許的限度。

## 复　习　題

（1）由外力引起的变形有哪些基本形式？

（2）如何来求物体內任一断面上內力？

（3）应力是什么？对研究材料有何帮助？

（4）什么是暂时抗度和彈性极限？

（5）什么是容許应力和安全系数？它們和暂时抗度有什么关系？

（6）什么是彈形变形和永久变形？

# 第二十二章

# 拉　　伸

## §1. 虎克定律　計算方程式　第一類彈性模數

取一個等斷面的稜柱形桿，在桿的表面上刻上兩條彼此平行且垂直於桿軸並相隔 $l$ 毫米的淺的短劃，然後在桿的兩端加施兩個大小相等、方向相反、各爲 $P$ 公斤的力，並使这兩個力的方向嚴格的和桿軸一致。这在拉力 $P$ 作用下而处於平衡狀態的桿就在桿軸的方向稍有伸長，橫的方向稍有收縮，如圖(6-9)。

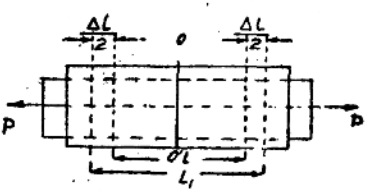


圖　6—9

在这裏我們要提到一個假定，即平面斷面假定。我們假定桿中所有垂直於桿軸的平面在變形之後仍舊垂直於桿軸並且仍爲一平面。对於離 $P$ 力作用點不太近的平面，这個假定是可以由实驗來証实的。採用了这個假定之後，就可以把这個試件的表面上所有的沿軸方向的素綫都看成得到完全相等的伸長。

在 $P$ 力的作用下，兩條刻痕間的距離已經伸長成爲 $l_1$ 毫米。若以 $\Delta l$ 表示桿所得到的伸長，則它的大小是：$\Delta l = l_1 - l$。这個伸長叫做拉伸時桿的絕对伸長。很顯然，$\Delta l$ 的大小將和桿的原來長度有關；因此變形的更適当的度量，是單位原長度內桿的伸長。比

率

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{\text{絕对伸長，毫米}}{\text{原長，毫米}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6-3)$$

称爲应變，或称爲相对伸長，它沒有單位，是一個無名數。

現在用以前講过的斷面法來求一下垂直於桿軸的任意一個斷面上的应力。

設想沿斷面 $OO'$ 把这桿（圖 6—9）切成兩部分，並拿開其右面部分。要使餘下的左面部分能平衡，我們就得在这斷面上加施方向垂直於斷面的內部彈性力。这些力代替着被拿開了的桿的右面部分对左面部分的作用。彈性力的合力是沿着桿軸而作用的，其大小等於 $P$ 公斤。若假定彈性力是平均地分佈在整個斷面上，則按下列公式便可求得橫斷面上所有各點的应力：

$$\sigma=\frac{P}{F}\text{公斤/方厘米}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6-4)$$

这個应力是正应力，因爲它的方向和 $P$ 一樣，是垂直於橫斷面的。$P$ 力的單位是公斤，面積 $F$ 是平方厘米，因此应力 $\sigma$ 的單位是公斤/方厘米。

載荷与桿中所產生的變形二者之間是彼此密切關联着的。这個在載荷和變形之間的關係是在 1678 年首先由洛勃脫虎克寫成公式。按照虎克定律，變形是和載荷成正比例的。这個定律是材料力学原理中基本定律之一。在桿受拉伸時，虎克定律表明应力和应變的正比關係，它可用公式表示如下：

$$\sigma=E\varepsilon\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6-5)$$

当应力超过了某一定值時，这個關係就破壞了。所以虎克定律也只有在某個極限之內才成立的；这個極限我們称爲比例極限，它的意義以後还要講到。

表明虎克定律的公式也可以寫成另外一种形式即把其中的 $\sigma$ 和 $\varepsilon$ 分別用下式

$$\sigma=\frac{P}{F}\quad\text{和}\quad\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$$

來代替，这時便得到：

$$\Delta l=\frac{Pl}{EF}\cdots\cdots(6-6)$$

由这個公式得出結論：桿所得的伸長是和拉力以及桿的長度成正比，並和垂直於桿軸的横斷面面積以及 $E$ 值成反比

式中 $E$ 值称爲第一彈性模數或楊氏模數。在公式(6—5)中，因 $\varepsilon$ 爲無名數，所以 $E$ 的單位应与应力單位一致，即 $E$ 用公斤/方厘米來表示。

由公式(6—6)可以看出，在同一的压力下材料的 $E$ 愈大，則它的絕对伸長就愈小。由此可知**第一彈性模數說明了材料抵抗變形的能力，即說明了材料的剛性。**

各种不同材料的彈性模數是由实驗求得的。表 1 是某些材料在室溫時 $E$ 的平均值。

表 1.　　　彈性模數的數值

| 材　料 | $E$ 公斤/方厘米 |
|---|---|
| 鋼…… | $2\times10^6—2.2\times10^6$ |
| 生鉄…… | $0.75\times10^6—1.6\times10^6$ |
| 銅…… | $1\times10^6$ |
| 青铜…… | $1.2\times10^6$ |
| 鋁…… | $0.675\times10^6$ |
| 木材…… | $1\times10^5$ |

至於拉伸變形時內部应力的計算是按公式(6—4)决定的，

即：　$\sigma=\frac{P}{F}$

在計算時，可以用选擇好的材料的拉伸容許应力[σ]來代替公式中 σ 即：

$$[\sigma]=\frac{P}{F}\cdots\cdots(6-7)$$

上式即爲計算公式，可以利用它來計算下列各類問題：

1．已知外加載荷 $P$ 和容許应力$[\sigma]$，可以求得必需的横斷面積之大小，即

$$F=\frac{P}{[\sigma]}$$

2．已知材料斷面之大小和容許应力可求得允許的外加載荷，即

$$P=[\sigma]F$$

3．外加載荷和斷面大小均已知，可以決定材料是否有足够的强度；可先由

$$\sigma=\frac{P}{F}$$

求出斷面上將要產生的应力，再來和容許应力$[\sigma]$相比較。

若：$\sigma\leqslant[\sigma]$ 則材料有足够的强度；若 $\sigma>[\sigma]$ 則表示材料的强度不够，此時就必須增大横斷面積 $F$，或減少外加載荷。

下面舉幾個例來具体說明一下公式的应力。

〔例題 1〕 試求桿的相对伸長，如它的原來長度 $l=250$ 毫米，而拉伸後的 $l_1=250.5$ 毫米。

〔解〕 桿的絕对伸長等於：

$$\Delta l=l_1-l=250.5-250=0.5\text{ 毫米}.$$

桿的相对伸長是

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{0.5}{250}=0.002.$$

〔例題 2〕 圓棒的直徑 $d=2$ 公分，長度 $l=2$ 公尺，在受力 $P=800$ 公斤的拉伸下得到絕对伸長 $\Delta l=0.5$ 毫米。試求材料的彈性模數 $E$，假定棒內应力並未超过比例極限。

〔解〕 自表示虎克定律的公式(6—6)可得：

$$E=\frac{Pl}{F\Delta l}=\frac{800\cdot200}{\frac{3.14\cdot2^2}{4}\cdot0.05}=1020000\text{公斤/方厘米}$$

〔**例題 3**〕 試求鋼桿內的应力，相对伸長和絕对伸長（不計其本身重量），如拉力 $P=3$ 噸，桿的長度 $l=2$ 公尺，横斷面面積 $F=4$ 方厘米。鋼的比例極限等于 2500 公斤/方厘米，彈性模數 $E=2\cdot10^6$ 公斤/方厘米

〔**解**〕 按公式(6—4)桿內应力等於：

$$\sigma=\frac{P}{F}=\frac{3000}{4}=750 \text{ 公斤/方厘米}$$

因爲所得的应力沒有達到比例極限（$750<2500$），所以应變和应力成正比例。由(6—5)得：

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{750}{2\cdot10^6}=0.000375.$$

桿的絕对伸長是：

$$\Delta l=\varepsilon l=0.000375\cdot200=0.075 \text{ 厘米。}$$

〔**例題 4**〕 鋼螺栓的强度是 160 厘米，在擰緊時受到 $\Delta l=0.12$ 毫米的伸長，材料的彈性模數 $E=2\cdot10^6$ 公斤/方厘米。試求螺栓內的应力。

〔**解**〕 相对伸長

$$e=\frac{\Delta l}{l}=\frac{0.12}{16^6}=0.00075.$$

按公式(6—5)求得螺栓內的应力

$$\sigma=E\varepsilon=2\cdot10^6\cdot0.00075=1500 \text{ 公斤/方厘米}$$

## § 2. 伸長曲綫

**所謂伸長曲綫，即說明作用在試樣上的应力和应變之間關係的曲綫。伸長曲綫或称爲拉伸曲綫。**

把試驗过程中不同瞬間所量得的 $P$ 力，按比例尺放在縱坐標軸上，在横坐標軸上則放相当於这些力的伸長 $\Delta l$；用光滑曲綫連接各相当坐標綫的交點，可得一曲綫。

用 $P$ 和 $\Delta l$ 爲坐標的曲綫，顯然是和試樣的大小尺寸有關。在

同樣大小的載荷下試樣愈長，所得的絕对伸長也就愈大。爲了使这些曲綫能和試樣的尺寸無關，並能对各种不同的材料作比較，在縱坐標軸上就不記入力，而記入由試樣原來的横斷面面積 $F_0$ 除拉力後所得的应力 $\sigma$：

$$\sigma=\frac{P}{F_0}$$

在横坐標軸上就以相对伸長 $\varepsilon$ 來代替絕对伸長。

这樣得到的伸長曲綫上各點，說明了在試驗的各個瞬間試樣情况變化的特點，而整個曲綫則提供了在全部試驗期間，試樣的应力和应變之間的關係。

圖 6—10 是某材料的伸長曲綫。現在來研究它上面說明特性的各點。

比例極限：在曲綫圖上，$A$ 點以下是一段直綫，这說明了在这區域內，試樣的伸長是隨应力成正比例而增加的。这段直綫和縱坐標軸之間所成的角度非常小，亦即在这個區域內試樣的伸長是增加得很慢的。相当於 $A$ 點的应力叫做比例極限。在比例極限以內虎克定律是有效的。

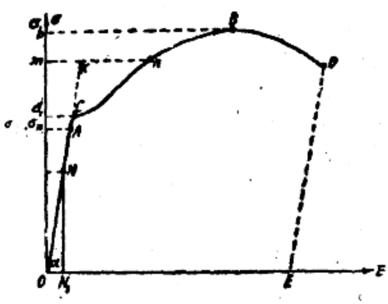


圖 6—10

所以当材料內的应變隨应力成正比例增加時的最大应力叫做比例極限。相当於比例極限的应力是用 $\sigma_n$ 來表示。

如在曲綫中的直綫部份內，任意取試樣的一個情况，例如在圖中用 $N$ 點表示的情况（应力 $=NN_1$，相对伸長 $=ON_1$），則这直綫对横坐標軸傾斜角之正切函數等於下面的比率：

$$tg\alpha=\frac{NN_1}{ON_1}=\frac{\sigma}{\varepsilon},$$