

高等学校教材

结 构 力 学

(修 订 本)

上海交通大学 范祖尧 郁永熙 主编

GAO DENG XUE
XIAO JIAO CAI

机械工业出版社

高 等 学 校 教 材

结 构 力 学

(修 订 本)

上海交通大学 范祖尧 郁永熙 主编

机 械 工 业 出 版 社

本书是 1980 年版《结构力学》的修订版。

内容共分十三章。第一章到第十章作为必修部分，主要包括：绪论，结构机动分析，静定结构，影响线，结构位移计算，超静定结构的概念及力法计算，位移法、力矩分配法，受压杆件稳定性，杆系结构矩阵分析，第十一章到第十三章作为选修部分，包括薄板弯曲，薄板稳定，薄壁杆件理论基础。

在全书修订过程中，尽量保留了原教材的特点，贯彻少而精的原则，以符合教学计划规定的时数，每章后面都补充了习题，加强了理论的系统性和严密性，力求概念清楚，对结构力学的经典理论给予充分重视，也注意到近年来的发展，特别加强了具有专业特点的基础理论部分，以体现本书的特色。

本书可作为高等学校机械工程类的矿山、工程、起重运输、石油矿场机械四个专业以及类似专业的教材，也可供从事机械结构设计和研究的工程技术人员和研究生参考。

结 构 力 学

(修 订 本)

上海交通大学 范祖尧 郁永熙 主编

★

责任编辑：孙祥根

★

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

★

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ ·印张 19·字数 463 千字

1980 年 6 月北京第一版

1988 年 6 月北京第二版·1988 年 6 月北京第四次印刷

印数 20,901—23,100·定价：3.20 元

★

ISBN 7-111-00234-2/TB·11(课)

前 言

本书是根据 1978 年 4 月在天津召开的一机部对口专业座谈会精神；并根据 1978 年在上海和太原召开的矿山、工程、起重运输、石油矿场机械等四个专业教材会议所制定的《结构力学》教学大纲以及 1983 年 1 月在上海召开的《结构力学》教材及教学经验交流会提出的修订大纲，受工程机械教材编审委员会起重运输机械教材编审小组委托编写的。本书是 1980 年版《结构力学》的修订本。

本书共分十三章，第一章到第十章作为必修部分，主要内容包括：第一章绪论；第二章结构的机动分析；第三章静定结构；第四章影响线；第五章结构位移；第六章超静定结构的概念及力法计算；第七章位移法；第八章力矩分配法；第九章受压杆件稳定性；第十章杆系结构的矩阵分析。第十一章到第十三章作为选修部分，第十一章薄板弯曲；第十二章薄板稳定；第十三章薄壁杆件理论基础。

在修订过程中，尽量保留原教材的特点和优点，贯彻少而精的原则，以符合教学计划规定的时数，加强理论的系统性和严密性，力求概念清楚，对于结构力学的经典理论给予充分的重视，也注意到近年来结构力学的发展。特别加强具有专业特点的基础理论部分，以体现本书的特色。

本书为高等工业院校矿山、工程、起重运输、石油矿场机械四个专业以及类似专业的教材，也可供从事机械结构设计和研究的工程技术人员和研究生参考。

本书由上海交通大学机械工程系范祖尧、郁永熙主编，参加编写的有：范祖尧（第五、六章），郁永熙（第一、十章），周国梁（第七、八章），黄秉刚（第四、九、十二章），王殿臣（第二、三章），占侃（第十一章），上海技术师范学院朱从鉴（第十三章）。

1983 年 1 月和 3 月，曾邀请部分院校的教师，在上海交通大学对编写大纲进行了讨论。大连工学院机械系刘守成主审，在他出国前曾进行了审阅，回国后因积劳成疾，不幸辞世。最后由王殿臣对全书进行了修改与统稿。

本书在编写过程中，得到各兄弟院校的支持和帮助。在教材编写大纲讨论会上，与会同志提出了十分宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

限于编者的水平，书中错误或不妥之处在所难免，敬希读者批评指正。

编 者

1987 年 3 月

目 录

前言

第一章 绪论 1

§ 1-1 结构力学研究的对象与任务 1

§ 1-2 结构力学发展简史与方向 2

§ 1-3 结构的分类、支座、载荷和计算简图 3

习题 7

第二章 结构的机动分析 8

§ 2-1 基本概念 8

§ 2-2 自由度 9

§ 2-3 几何组成分析 15

§ 2-4 平面桁架机动分析 18

§ 2-5 空间桁架机动分析 20

习题 23

第三章 静定结构 25

§ 3-1 基本概念 25

§ 3-2 桁架类别与形式 27

§ 3-3 静定平面桁架的内力分析 30

§ 3-4 节点图解法 35

§ 3-5 静定空间桁架的内力分析 40

§ 3-6 静定刚架的内力分析与内力图 43

习题 46

第四章 影响线 50

§ 4-1 基本概念 50

§ 4-2 简支梁的内力影响线 51

§ 4-3 桁架杆件内力影响线 57

§ 4-4 最大内力分布图 (广义影响线) 61

习题 64

第五章 结构位移 67

§ 5-1 概述 67

§ 5-2 功和能的概念及其计算 68

§ 5-3 虚功原理 76

§ 5-4 结构位移计算的单位载荷法 81

习题 94

第六章 超静定结构的概念及力法计算 97

§ 6-1 超静定结构的概念 97

§ 6-2 力法基本原理及计算 106

§ 6-3 力法的简化计算 111

§ 6-4 用力法计算各种类型的超静定结构 119

§ 6-5 超静定结构位移计算 120

习题 121

第七章 位移法 123

§ 7-1 概述 123

§ 7-2 转角位移方程 123

§ 7-3 位移法基本原理 126

§ 7-4 位移法计算超静定刚架 135

习题 137

第八章 力矩分配法 140

§ 8-1 概述 140

§ 8-2 基本原理 140

§ 8-3 无线位移刚架分析 145

§ 8-4 杆端弯曲刚度和简化计算 146

§ 8-5 有线位移刚架的计算 151

习题 154

第九章 受压杆件稳定性 156

§ 9-1 基本概念 156

§ 9-2 临界力的确定方法 157

§ 9-3 中心压杆稳定性 161

* § 9-4 切力对临界力的影响 164

* § 9-5 组合杆件的稳定性 166

§ 9-6 变截面杆件的稳定性 169

习题 173

第十章 杆系结构的矩阵分析 175

§ 10-1 概述 175

§ 10-2 杆单元刚度矩阵 179

§ 10-3 坐标变换 188

§ 10-4 位移法平衡方程 195

§ 10-5 载荷处理 210

§ 10-6 平面刚架计算机程序简介 213

习题 218

第十一章 薄板弯曲 220

§ 11-1 弹性理论基本知识 220

§ 11-2 板的定义与类别 225

§ 11-3 板的基本假设和简化 226

§ 11-4 板弯曲的基本方程式——弹性

曲面微分方程式 227

§ 11-5 板的内力及应力公式	230	§ 12-6 切应力和压应力联合作用下板的 稳定性	257
§ 11-6 边界条件	234	习题	259
§ 11-7 简支矩形板的计算	237	第十三章 薄壁杆件理论基础	261
§ 11-8 板在横向载荷和中面力共同作用 下的弯曲	240	§ 13-1 基本概念	261
习题	243	§ 13-2 薄壁截面的扭心计算	262
第十二章 薄板稳定	244	§ 13-3 自由扭转与约束扭转的概念	268
§ 12-1 基本概念	244	§ 13-4 开口薄壁杆件的变形和位移	270
§ 12-2 薄板临界载荷的计算方法	244	§ 13-5 约束扭转法向正应力和双力矩	272
§ 12-3 矩形板受均布压力的稳定性	248	§ 13-6 约束扭转切应力和约束扭转力矩	276
§ 12-4 在弯曲和压缩共同作用下简支 矩形板的稳定性	255	§ 13-7 开口薄壁杆件扭角的微分方程	280
§ 12-5 切应力作用下简支矩形板的 稳定性	256	§ 13-8 闭口薄壁杆件约束扭转	286
		习题	295
		参考文献	296

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的对象与任务

结构力学是固体力学中的一个重要分支。在近代的工程技术领域内，结构力学的理论得到了广泛的应用。例如工程机械和起重运输机械的结构设计，采矿、石油机械的结构设计，建筑和桥梁结构的设计，飞机结构、船舶结构和装载车辆结构设计等，都必须应用结构力学的基本理论和计算方法，才能使设计对象完善地满足使用要求。总之，凡是设计和制造承受各种载荷的结构物时，都必须应用结构力学的理论。所以，结构力学对于机械工程技术工作者来说，是一门非常重要而又实用的学科。在工程技术中所指的结构是由许多单元（例如杆件、板或壳等）所组成的整体，它用以支持或承受各种外部载荷，以保证整个结构的正常工作或实现预期的目的。因此，结构力学是研究整个结构物及其组合单元件的力学性能的理论，也就是研究结构物在静力载荷、动力载荷以及其它因素（例如温度和分布压力等）作用下的强度、刚度和稳定性的一门学科。

结构力学与材料力学相比，在研究内容上是有区别的，前者研究整个结构体系及各组合单元相互之间的关系，而后者主要研究单个杆件的力学性能，两者既有区别，又有密切的联系，有时对它们研究的对象不能作出严格的区分。弹性力学也主要是研究单元体的，例如杆件、板或壳等，但是它的研究方法和所取的基本假设与材料力学不同，它不象材料力学那样引用很多简化的假设，而是采用比较严格的或更接近于实际的基本假设，同时，应用精确的或比较精确的数学方法进行求解，所得到的结论不仅比材料力学所得到的精确和符合实际，而且能解决一些材料力学所不能解决的问题。塑性力学是研究单个杆件和整体结构物处于塑性变形阶段时的力学性能的理论，它与结构力学也有密切的联系。

自从 50 年代初出现数字电子计算机以后，结构力学发展得很快，进入了一个新的阶段。现在，结构分析的最明显特点之一是广泛采用矩阵理论和有限单元方法，使原来用古典力学理论难以求解或无法计算的问题，例如对于一些大型的，复杂的结构，或受到复杂载荷作用的结构，其强度、刚度、稳定性及动力学等计算问题，都可以很快得到数值解。

数字电子计算机的普及，使结构力学的研究内容和方法更加丰富，而且有新的特色。它不仅使矩阵理论分析和有限单元法计算成为可能，且使力学理论的阐述比过去更加简洁明了，静定、超静定结构区分也就没有必要，而且在考虑研究某一理论问题和计算方法时，必须把电子计算机作为一个条件来考虑。基于以上这些原因，本书内容的叙述或公式的推导和表达方式，尽量使其适应计算机运算的要求。但是，这并不意味着忽视或削弱基本概念和理论的阐述，因为应用于计算机上的方法都是根据这些基本概念和理论推导出来的。应该指出，学习结构力学时要充分重视手工运算的技能，因为手算不仅能加深对基本概念和理论的理解，而且仍然是一种必不可少的手段，也是培养基本能力的一个重要环节。

§ 1-2 结构力学发展简史与方向

结构力学在 19 世纪初叶才作为力学的一个分支, 后来逐步发展成为一门独立的学科, 它也是从古代开始随着生产的发展和社会的进步而发展起来的。古代的仰韶文化期的我国人民对物体的重心就有很早的认识。在春秋战国时期, 就开始应用简单的机械, 如杆件、滑车、辘轳、桔槔、辘轳等, 因而对力和力矩有了初步的认识。以后在长期的器物制造过程中, 人们逐渐懂得了材料的性能, 其中包括材料变形的特性。《墨经》中以弯曲的现象经验地区分了不同性质的材料。在《荀子》中论述了材料的塑性变形问题。早在春秋战国时期, 就开始修建了宏伟的万里长城, 建造这一伟大建筑物的我国劳动人民, 已经具有丰富的建造大型工程的实践经验。公元前 257 年, 在山西蒲州 (现在的风凌渡), 劳动人民架设了横跨黄河的大浮桥, 显示了我国古代人民在结构力学方面的卓越水平。河北省赵县的安济桥 (亦称赵州桥), 建于公元 605~618 年间, 离开现在已经 1300 多年, 经历了洪水、地震等自然条件的袭击和 1000 多年使用的考验, 依然巍然挺立, 雄姿焕发。该桥为跨度达 37m 的单孔拱形桥, 布局合理美观, 造型大方, 气势雄壮, 比 19 世纪欧洲兴建的同类桥, 早建了 1200 年, 充分显示了该桥的杰出设计者李春及建桥工人在力学方面的高超技术水平。另外, 如众所周知, 我国古代人民在建筑和造船技术方面都有悠久的历史, 这些早期成就充分说明, 我国古代人民对力学的发展作出了许多重大的贡献。后来, 由于长期的封建统治和帝国主义的侵略, 使得我国经济长期处于落后状态, 因而在力学方面的发展也受到了阻碍。新中国成立以后, 我国在结构力学方面又重新有了许多重大的发展。例如, 我国技术人员和工人自己设计建造了南京长江大桥, 万吨级船舶, 人造卫星, 150 t 起重量的门座起重机, 200 t 起重量的旋转式浮游起重机等许多巨型或特殊结构。近年来, 我国在固体力学的研究方面也取得了许多新的成就, 出现了一些新兴学科。

在国外, 17 世纪中叶, 意大利科学家伽利略开始研究了强度理论, 标志着“材料力学”开始形成了一种专门的学科。到了 19 世纪前半期, 由于资本主义的发展, 需要建造许多现代化的工厂建筑物、铁路、大型的桥梁, 逐渐形成了力学的一个分支: 结构力学。以后, 随着资本主义商业贸易的发展, 需要先进的交通工具, 因此, 结构力学在机械、造船和飞机制造中又得到进一步的应用和发展, 19 世纪末到 20 世纪初期, 结构力学在梁、拱和桁架的计算理论得到了发展。到本世纪的 20 年代至 30 年代, 较多地研究了刚架计算理论。40 年代以后更多的注意力集中在研究板、壳、薄壁杆件和结构动力学等理论方面。

在结构力学中广泛应用电子计算机以后, 开辟了数值解法的新领域。在这个新领域中有许多新的研究课题有待解决, 特别是对于大型复杂结构的计算理论和计算方法, 研究得还不够。当前, 任何计算机 (即使是最先进的计算机) 的计算速度和内存存储量都是有限的。每一种新的计算理论或计算方法都要考虑上述因素, 即考虑计算速度、计算的收敛性、计算的误差以及经济性。有限单元法作为一种方法的基本原理来说, 虽然已经日趋成熟, 但在应用于解决实际问题的研究方面, 其发展前景仍是极为宽广的。

目前结构分析除研究一般的线性问题外, 还非常重视非线性问题的研究。非线性问题中的物理非线性问题, 例如结构材料处于弹塑性范围的力学性能的研究, 是重要的研究方向。非线性问题中的几何非线性问题, 例如超屈曲性能的研究, 大挠度薄板的强度问题, 也是有

待进一步研究的课题,此外,弹塑性断裂力学,塑性阶段的稳定性问题,结构在随机载荷作用下的强度问题,结构的动态稳定问题,结构的优化设计问题以及结构的疲劳破坏机理研究,都是有十分重要的意义。当前结构力学工作者的任务,应该致力于研究生产实践所提出的、并对国民经济或基础理论有重大影响的课题,为人类做出应有的贡献。

§ 1-3 结构的分类、支座、载荷和计算简图

一、结构的分类

结构的类型很多。对结构进行分类,主要目的在于区分各种不同的结构构造,找出相同类型结构的共同特点,以利于计算、设计和制造。结构可以按不同的方法或特征进行分类。这里主要按照组成结构的单元体形状,杆件之间的连接方式,以及组成结构的单元体和载荷在三维空间的相互位置等三个方面进行分类。

(一) 按照组合单元体的形状可以分为以下几类

1. 杆系结构 这种结构是由许多杆件组合而成。每一根杆件的特点是它的长度比截面的厚度和外形尺寸大很多,这些杆件往往用轧制型钢,例如工字钢、槽钢等制成。如果杆件截面厚度特别薄(壁厚与截面外形尺寸之比小于 $1/10$,且外形尺寸与杆件长度之比小于 $1/10$ 时),这种杆件称为薄壁杆件,由薄壁杆件所组成的结构,通常称为薄壁杆件结构。

在各种工程的结构中,杆系结构应用很广,例如电视塔,海洋平台结构,塔式起重机的金属结构,某些桥梁及厂房的骨架等,都属于杆系结构。

2. 板壳结构 这种结构由薄板或薄壳单元体组成。在机械工程中,壳体结构用得较少,但板结构用得较多。例如,桥式起重机的箱形桥架,门座起重机的门架结构,工程机械车架结构都是用钢板焊接而成的,通常称为箱形结构,实际上是一种用板组成的结构。

3. 实体结构 这种结构构件的主要特点是它的长、宽、高三个尺度都比较大,且属于同一个数量级,整个结构是一个实体,例如基墩、堤坝等。在机械工程中应用较少。

4. 悬索结构 这种结构的特点是它具有刚性杆件外,还有柔性组合件(例如钢绳),例如某些铁索桥以及缆索起重机结构,就是属于这种结构。悬索结构往往可以减轻结构自重及改善使用性能。

(二) 按照杆件的相互连接方式可分为以下三类

1. 铰接结构 凡是几根杆件相连接或汇交的点,称为节点。若结构中所有的节点都是铰接时,或受力情况接近于铰接时,则称为铰接结构。在实际结构中,真正用铰连接杆件是比较少见的。通常,在杆系结构中,如果其杆件主要承受轴向力,而杆件中弯矩甚小时,或节点处的连接状态与铰接连接非常接近时,这种结构亦称为铰接结构。例如桁架结构就属于这类结构。图 1-1 a 示出了桁架结构的简图。桁架结构杆件的内力只有轴向力。

2. 刚接结构 亦称刚架结构。这种结构的特点是杆件连接处,即节点处,比较刚强。在外载荷作用下,节点处各杆件之间的原有相互夹角大小不会变化,或变化甚小而可忽略不计。通常,称这样的节点为刚性节点。图 1-1 b 示出了刚架结构的简图。在外载荷作用下,节点移动到新位置以后,水平杆件和垂直杆件原来的夹角大小保持不变。例如原来为直角,结构变形以后仍为直角。在刚架结构中,杆件内力主要有弯矩、切力和轴向力等。

3. 混合结构 这种结构的特点是既有铰接连接的节点,又有刚接连接的节点,见图

1-1 c。其中用铰接连接的杆件中内力与桁架结构中杆件的内力相同，其余杆件中内力与刚架结构中杆件的内力相同。

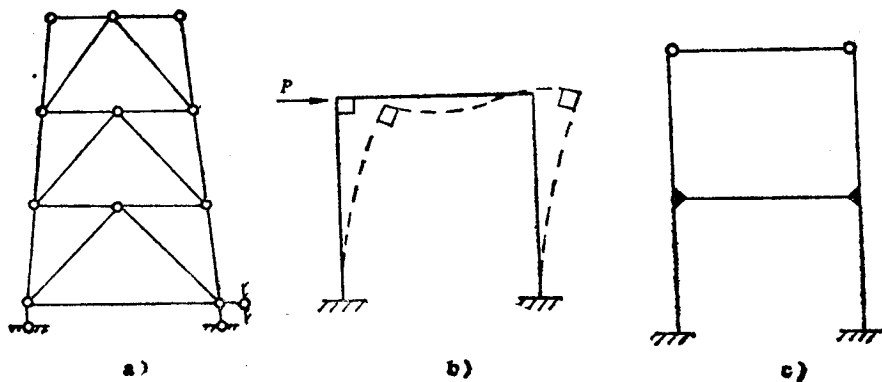


图 1-1

(三) 按照外载荷与结构杆件在空间的相互位置，结构可以分为三类

1. 平面结构 当外载荷的作用线和全部杆件的中心轴线都位于同一平面内时，则这种结构称为平面结构。图 1-1 中的结构都是平面结构。在实际工程中，直接应用平面结构的情况较少。但是，许多实际结构通常由许多平面结构组合而成，其实际结构往往可以简化成平面结构来计算，所以，本书将化很大的注意力讨论平面结构问题。

2. 空间结构 当结构杆件的中心轴线不在同一平面时，这种结构称为空间结构，例如图 1-2 所示的集装箱装卸桥的桥架结构，属于空间刚架结构。另外，某些结构杆件的中心轴线虽然位于同一平面中，但是外载荷作用线却不在上述平面内，这种平面结构属于空间受力状态，亦可称为空间结构，有时称为板架结构。例如安装机械电气设备底架，工程车辆的车架等。

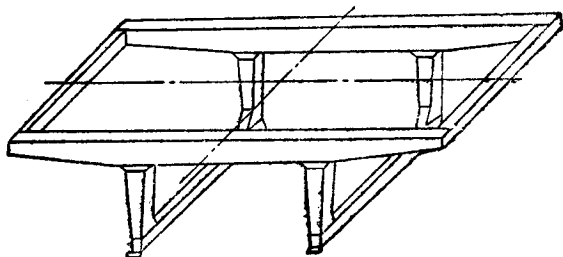


图 1-2

二、支座的类型

任何结构都必须设置和支承在某一基础或其它结构之上，才能承受外载荷并正常和可靠地进行工作。结构与基础或下部结构相连接或接触的部分称为支座，结构上所承受的载荷是通过支座传到基础或其它结构上的，在传递力的过程中，支座部分将承受支反力，因此支座又是一个重要的受力部件。在实际工程结构中，经常采用以下一些不同型式的支座。

(一) 活动铰支座 这种支座的特点是在支承部分有一个铰结构或类似于铰结构的装置，其上部结构可以绕铰点自由转动，而铰结构又可沿一个方向自由移动。图 1-3 a 为一简化后的实际活动铰支座，上部被支承的结构与车轮用轴相连接，可以绕轮轴旋转，车轮则可以在轨道上自由滚动。这种支座的计算简图如图 1-3 b，支座用一根两端有铰的链杆表示。这种支座只有垂直方向的支反力，其作用线沿着支座链杆方向。这种支座在水平方向不能承

受任何作用，因而不会有水平方向的支反力。

(二) 固定铰支座 这种支座和活动铰支座的区别在于整个支座不能移动，但是被支承的结构可以绕一固定轴线或铰自由转动。

例如 1-4 a 为一固定铰支座结构，其计算简图示于图 1-4 b，图中两根相交的链杆表示这种类型的支座。支座反作用力通过支承铰点，其大小和方向由作用在结构上的载荷所决定。

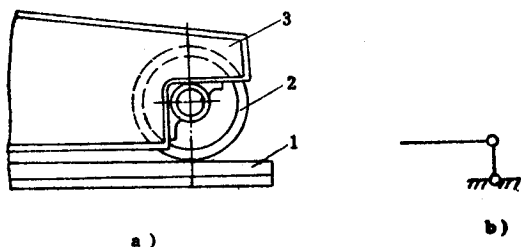


图 1-3

1—基础 2—车轮 3—结构件

(三) 固接支座 这种支座的特点是，当结构用这种支座与基础或其它结构相连接后，结构不能转动或移动。这种支座的实例示于图 1-5 a。图中上部结构用焊接方法固接于基础上。其计算简图示于 1-5 b。这种支座除具有支反力外，还具有支反力矩。

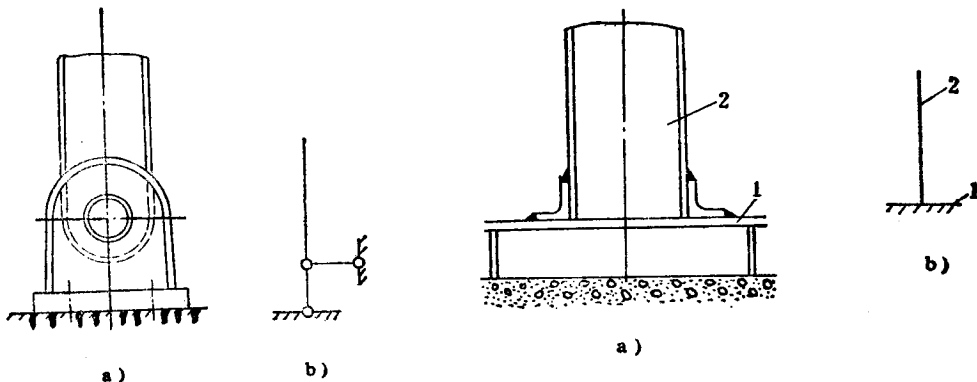


图 1-4

图 1-5

1—基础 2—结构杆件

以上三种支座情况是最常见和最基本的形式，亦是完全理想化的支座。实际的支座往往具有数种不同支座的特性。上述这些支座在理论上均认为是完全刚性的，即在外载荷作用下，这些支座本身的变形均忽略不计。有时，在实际的结构中，经常会遇到支座结构的基础，或支座本身在外载荷作用下产生较大的弹性变形，这种支座称为弹性支座。另外，以上所讨论的三种基本支座形式，其支座的位移，和支反力都处于同一平面内，故称为平面支座。例如图 1-3 a 中的支座位移（车轮的移动）是沿着轨道的，转动是绕着中心轴的，即线位移和角位移都处于车轮平面中。在实际结构中的支座，往往比较复杂，如支座反力或支座位移不位于同一平面内，称为空间支座。如果一个空间结构，分解成平面结构分析时，同一个支座在不同的平面中分析时，支座的形式有可能是不一样的。例如图 1-3 a 上的支座，沿着轨道方向是活动铰支座，而在垂直于轨道的平面中，若不允许产生线位移时，则属于固定铰支座，上部的支承结构只能绕支承轴转动。

最后还必须指出，在机械结构支座分析中，支座形式与其构造形式、支承条件、使用工况等多种因素有关，选择时必须要有具体分析。

三、载荷

任何工程结构都承受某种载荷。在结构力学中，载荷通常是给定的。由于计算上的需要，载荷可以按不同的方法分类。

(一) 如果按照载荷在结构上分布情况来分类，可分为以下两种：

1. 集中载荷 如果外载荷作用在结构上，其作用区域甚小时，例如轮压作用在轨道上的情况，这种载荷可以认为是集中载荷。

2. 分布载荷 作用在结构上的载荷，如果它在空间的位置是连续的，则这种载荷称为分布载荷，例如结构的自重或结构在运动中由质量引起的惯性力，以及风载荷等通常都认为是分布载荷。当分布载荷的分布程度是均匀的，则称它为均布载荷。在理论计算中，有时可以将分布载荷简化为集中载荷。例如作用于桁架结构上的风载荷，实际上是分布载荷，但通常作为节点上的集中载荷。在实际的结构中，几乎极大多数的载荷是分布载荷，因为载荷通过一个很小的点传递到结构上去是很困难的，同时也是应该避免的。实际的载荷一般是通过一个区间或一块面积传递到结构上去的，所以是分布载荷。但是当传递载荷的区间或面积较小时，这种载荷亦就简化为集中载荷。

(二) 如果按照载荷作用随时间变化的情况，载荷可以分为以下两类：

1. 静载荷 如果载荷的大小、方向和作用点不是随时间而变化的，这种载荷称为静载荷，例如固定在结构上设备重量，结构自重等。

2. 动载荷 如果载荷的大小、方向或作用点随着时间而变化的，则这种载荷称为动载荷，例如桥式类型起重机的起重小车的移动载荷。结构物承受的动载荷的大小及其变化情况，不仅与施加的载荷本身有关，而且与承受载荷的结构刚度有关。在动载荷作用下的结构分析方法完全不同于静载荷作用时的分析方法。结构在动载荷作用下，经常发生结构振动现象，因此，动载荷作用下的分析比静载荷作用时要复杂得多。但是，在某些情况下，结构振动的现象不太明显，动载荷也可简化地认为是静载荷，使计算得到简化。

四、计算简图

在计算实际结构时，必须将实际结构简化为一种理想的计算简图，否则无法对它作计算。例如，将实际存在的支座部分简化为某种理想化的支座；结构上某些次要的构件忽略不计；变截面的杆件等效为等截面的杆件等。图 1-6 a 为一龙门起重机的金属结构。实际结构的门腿是变截面的，并通过车轮支承在钢轨上，可沿着轨道行走，在上部主梁上铺设有小车轨道，此外还有栏杆、电缆、机械传动设备等。为了便于计算，其计算简图可如图 1-6 b、c 所示。主梁和支腿均以其中中心线代替，并且简化地认为它们都是等截面的。支腿的计算截面取离支座距离为整个支腿高度的 $3/4$ 处的截面积。主梁上各种设备的重量可当作分布载荷。集中力 P 表示起重小车和物品重量之和。支座条件取图 1-6 b 和 c 两种情况。在图 1-6 b 中，一边是活动铰支座，另一边是固定铰支座。在图 1-6 c 中两边都是固定铰支座。以上两种支座情况在实际中都可能出现。在两种情况下结构中内力分布也是不一样的。在图 1-6 b 的情况下横梁的弯矩较大，在图 1-6 c 的情况下支腿中的弯矩较大，所以对以上两种情况都应进行计算。

如何将实际结构合理地简化为计算简图，虽然并不是结构力学课程的主要任务。但是，由于对结构作分析计算时，一定要先画出计算简图，否则就无从着手计算，所以，将实际结构简化为计算简图是非常重要的，也是必不可少的步骤。计算简图选得是否合理，将直接影

响到结构分析计算的正确性，因此，在学习结构力学时应充分重视培养这方面的能力。

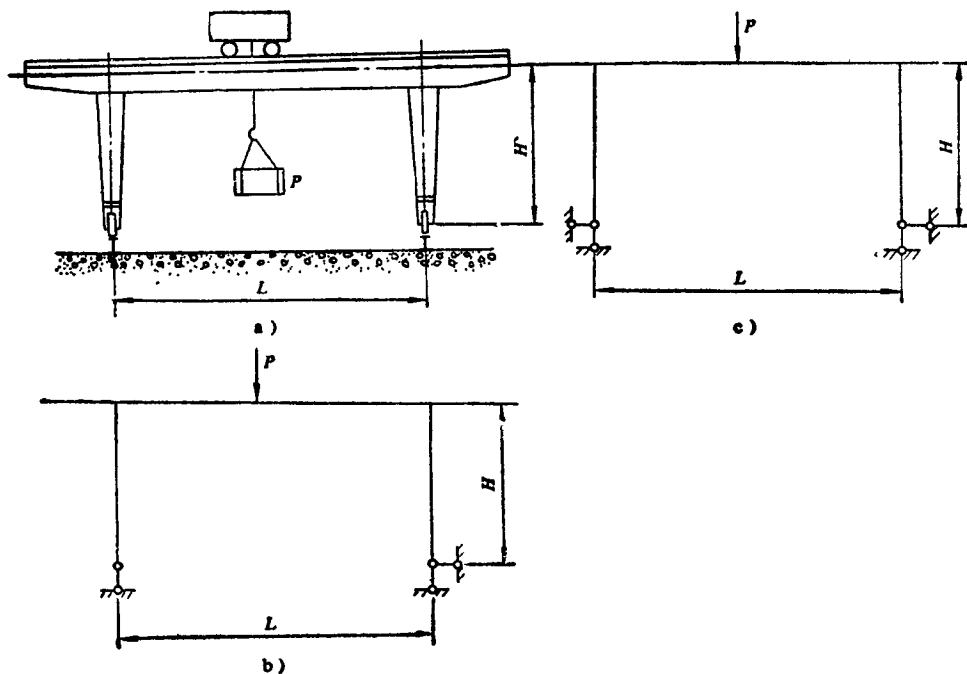


图 1-6

习 题

- 1-1 如何对结构进行分类，试举例说明。
- 1-2 举例说明各种支座的特点。
- 1-3 静载荷与动载荷的区别是什么，各举三个实例说明它们的区别。
- 1-4 什么是结构计算简图，试举例说明。

第二章 结构的机动分析

§ 2-1 基 本 概 念

结构是用来支承载荷的。因此，这就要求结构在承载时，牢固地维持本身原有的几何形状和位置。例如图 2-1 a 所示的四杆铰接支架， A 、 D 分别与固定铰支座和活动铰支座相连，很显然这个支架是不牢固的，它只要受到很小的侧向载荷，就会倾倒使支架形状发生改变直到“倒塌”，如图中虚线所示。如果加上一个斜撑 BD ，见图 2-1 b，这个支架就成牢固的了，在任意载荷作用下其形状和位置都不会改变。

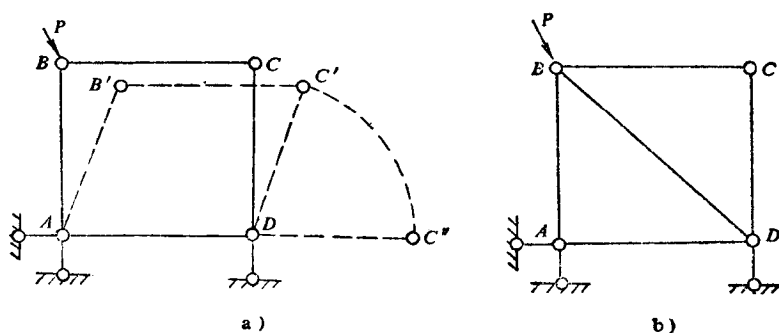


图 2-1

又如图 2-2 a 所示五杆铰接支架， A 、 D 都与活动铰支座相连。这个支架很显然也是不牢固的，因为受侧载时，虽然支架形状不变，但位置却发生改变，成为 $A'B'C'D'$ ，如图中虚线所示。如果将其中任一个支座改成固定铰支座，见图 2-2 b，这个支架也成牢固的了，其形状和位置都不改变。

因此，一个结构承载时，若结构本身几何形状和位置都不改变的，我们称这类结构为几何不变结构（又称几何稳定结构）。反之，由于结构本身组成或支承条件不够完善，在承载时不能保持自己的形状或位置的，这类结构称为几何可变结构（又称几何不稳定结构）。

在机械上，可动部分要采用几何可变结构，如四连杆机构。但在

一般结构中都必须几何不变的，否则就不能承受任意外载荷的作用。

关于结构几何形状和位置是否可变的研究称为机动分析。结构机动分析的目的在于判别一个已知结构在任意载荷作用下是否保持其几何形状和位置不变的能力，并且研究在怎样的

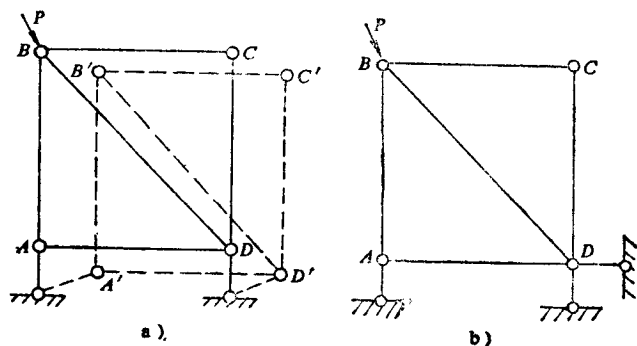


图 2-2

情况下, 这种能力才能得到保证。结构的自由度分析和几何组成分析就是判别结构是否可变的主要条件, 前者是判别结构几何不变的必要条件, 而后者则是充分条件。

在结构的机动分析中, 由于我们讨论的是结构几何图形上的可动性, 不考虑由于材料的弹性所产生的变形。这样, 就意味着将组成杆系结构的基本单元(杆件)看成“刚体”一样。这对机动分析会带来很大的方便。

§ 2-2 自 由 度

任何一个刚体在其所研究的平面(或空间)内运动时, 用来完全确定其位置的独立几何参数的数目, 也就是用来确定其位置的独立坐标的数目, 称为该刚体的空间(或平面)自由度。我们所讨论的杆系结构是由几何形状不变的单个刚体(杆件)所组成的, 从第一章已经知道, 按其构造和受力特点可分为平面结构和空间结构。而平面结构和空间结构各又分为桁架结构和刚架结构两类。因此, 对其自由度也将分别进行讨论。

一、平面桁架结构的自由度

平面桁架是由杆件互相铰接而成的结构, 载荷作用在杆件组成的结构平面内。现讨论平面桁架在其平面内运动的自由度。

图 2-3 表示平面内一铰点 A 的位置运动至 A' 。在平面坐标系 oxy 中, 铰点 A 可沿 x 轴方向移动 Δx , 又可沿 y 轴方向移动 Δy , 这表明一铰点在平面内有两个独立坐标 (x, y) 可以改变, 所以我们称一个平面铰点有两个自由度。

下面再来分析两个铰点用一根杆件连接的情况。图 2-4 为两铰点 A 、 B 用杆件 AB 相连。当其运动到新的位置 $A'B'$ 时, 并不需要用四个坐标 $\Delta x_A, \Delta y_A, \Delta x_B, \Delta y_B$ 表示, 而只需要三个坐标 $\Delta x_A, \Delta y_A, \Delta \theta$ 。由此可看出, 在平面桁架中, 两端铰接的每根杆件相当于一个约束, 使自由度减少 1 个。

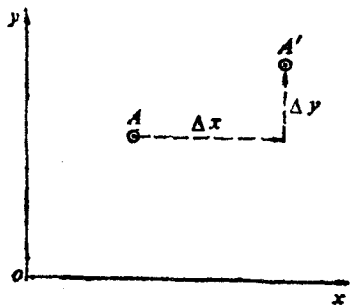


图 2-3

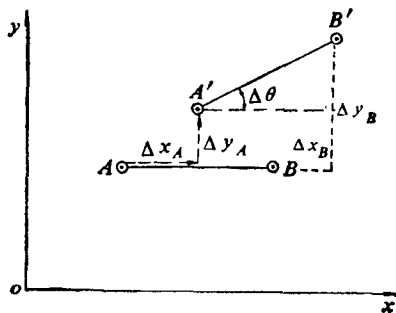


图 2-4

在平面桁架中, 每个支座铰杆也相当于连接两铰之间的杆件。因此, 每根支座链杆也相当于 1 个约束。

为了得到平面桁架自由度的计算公式, 设 j 为铰节点数, m 为杆件数, r 为支座链杆数。根据上述分析, 自由度计算公式应为:

$$W = 2j - (m + r) \quad (2-1)$$

如 $W > 0$, 平面桁架几何可变。

$W \leq 0$ ，平面桁架具备了几何不变的必要条件，即结构可能几何可变，也可能几何不变。

必须注意，计算的铰节点数应该包括与支座相连的铰节点数。

例2-1 试求门座起重机臂架系统的自由度，见图 2-5。

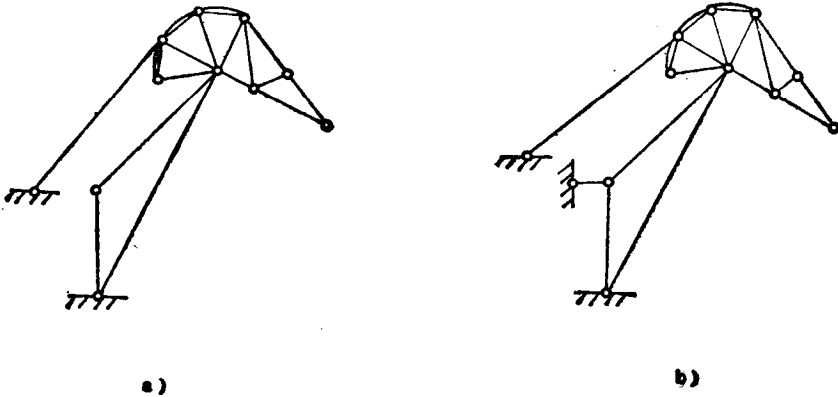


图 2-5

解 在图 2-5 a 中

$$j = 11, \quad m = 17, \quad r = 4$$

由式 (2-1) 得

$$W = 2j - (m + r) = 2 \times 11 - (17 + 4) = 1 > 0$$

这表明该结构具有可变性。

而在图 2-5 b 中

$$j = 12, \quad m = 18, \quad r = 6$$

则

$$W = 2j - (m + r) = 2 \times 12 - (18 + 6) = 0$$

这表明该结构具备几何不变的必要条件。

例2-2 试求桥式起重机桥架结构的自由度，见图 2-6。

解 在该结构中

$$j = 14, \quad m = 25, \quad r = 4$$

由式 (2-1) 得

$$\begin{aligned} W &= 2j - (m + r) \\ &= 2 \times 14 - (25 + 4) \\ &= -1 < 0 \end{aligned}$$

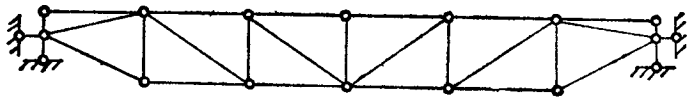


图 2-6

这表明该结构具有 1 个多余约束，满足几何不变的必要条件。

二、平面刚架结构的自由度

平面刚架结构是由杆件互相刚接而成的平面结构。现讨论平面刚架在其自身平面内运动的自由度。

图 2-7 表明一刚性节点在 xoy 平面内从 A 运动至 A' 。新的位置 A' 可用 Δx 、 Δy 以及相对于 x 轴的转角 $\Delta \theta$ 来确定。因此，一个刚性节点在平面内有 3 个自由度。

下面再来分析两个刚性节点用一根杆件相连接的情况。图 2-8 为两个刚性节点 A 、 B 用杆 AB 相连, $A'B'$ 是其运动后的新位置。同样可以看出, $A'B'$ 的位置也只需要三个独立坐标 Δx 、 Δy 、 $\Delta \theta$ 就可以确定。

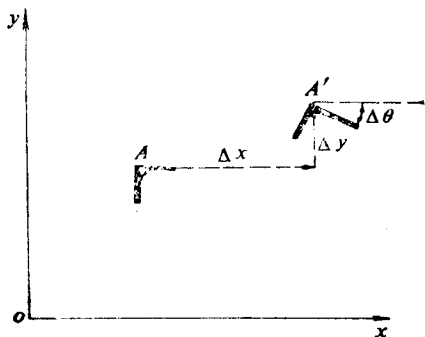


图 2-7

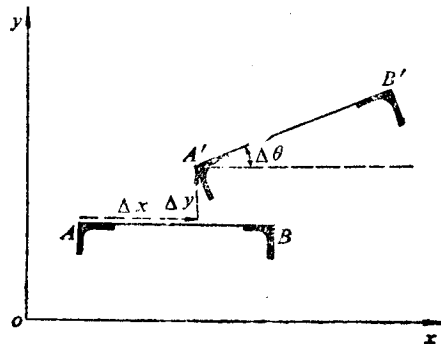


图 2-8

对刚性节点情况, 用三个独立坐标确定一个节点位置后, 另一节点就自然能确定。这就相当于原来两个刚性节点应有的 6 个自由度, 在用一根杆件相连后, 就减少为 3 个自由度。因此, 在平面刚架中, 1 根两端刚接的杆件, 相当于 3 个约束。

为了计算平面刚架的自由度, 设 j_R 为刚节点数, m 为两端刚性节点的杆件数, r 为支座链杆数, 则平面刚架自由度的计算公式应为:

$$W = 3j_R - (3m + r) \quad (2-2)$$

和平面桁架一样,

$W > 0$, 表示平面刚架具有可变性(几何可变)。

$W \leq 0$, 表示平面刚架具有几何不变的必要条件。

例2-3 试求龙门起重机桥架结构的自由度, 见图 2-9。

解 在该结构中

$$j_R = 2; \quad m = 1; \quad r = 3$$

由式 (2-2) 得

$$W = 3j_R - (3m + r) = 3 \times 2 - (3 \times 1 + 3) = 0$$

计算表明刚性节点自由度与约束数相等, 即该结构具备了几何不变的必要条件。

例2-4 试求门架结构的自由度, 见图 2-10。

解 在该结构中

$$j_R = 6; \quad m = 6; \quad r = 4$$

由式 (2-2) 得

$$\begin{aligned} W &= 3j_R - (3m + r) = 3 \times 6 - (3 \times 6 + 4) \\ &= -4 \end{aligned}$$

这说明该平面刚架具有 4 个多余约束, 已具有几何不变的必要条件。

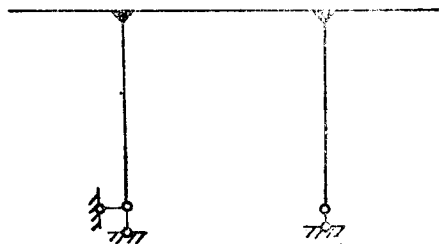


图 2-9

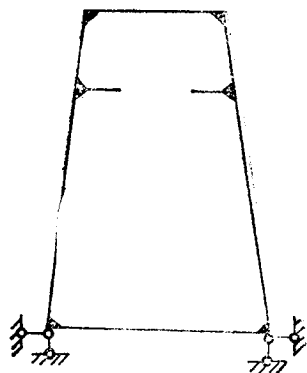


图 2-10