



普通高等教育“十五”国家级规划教材

静力学

第2版

谢传锋 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

教育“十五”国家级规划教材

静力学

第2版

谢传锋 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材,是在其第1版《静力学》、《动力学(I)》、《动力学(II)》的基础上修订而成。原第1版与单辉祖编著的《材料力学(I)》、《材料力学(II)》是教育部“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,是面向21世纪课程教材和教育部工科学“九五”规划教材,其中,《静力学》和《材料力学(I)》、《材料力学(II)》也是普通高等教育“九五”国家级重点教材。

本书保持了原书的理论体系和特点,将原书中若干讲述过于简略的内容作了适当补充,增加和调整了例题和习题,并增加了思考题。使其更便于自学。

全书分几何静力学和分析静力学两部分,包括质点的平衡、刚体的平衡、刚体系与构件的平衡、质点系的平衡等四章。

本书与《动力学》(第2版)为一套教材,体现了模块式设课和教材特点,便于教学安排;克服了传统理论力学教材体系中的重复、繁琐的缺点;在一些内容中通过实例,应用计算机仿真与结果分析,介绍了计算技术在力学中的应用;充分利用前修课的基础,并注意与后续课的衔接,减少不必要的重复。

本书可作为高等学校工科本科的专业的理论力学课程的教材,也可供高职高专、成人高校师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

静力学/谢传锋编. —2版. —北京:高等教育出版社, 2004.1

ISBN 7-04-013072-6

I. 静… II. 谢… III. 静力学-高等学校-教材
IV. O312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 091934 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 高等教育出版社印刷厂

开 本 787×960 1/16
印 张 10
字 数 180 000

版 次 1999 年 9 月第 1 版
2004 年 1 月第 2 版
印 次 2004 年 4 月第 2 次印刷
定 价 12.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

第 2 版序言

本书第 1 版是教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果之一，于 1999 年 9 月出版，已为许多高等工科院校所选用。

为适应当前我国高等教育发展的形势，并根据教材使用中的一些新情况，决定对第 1 版进行修订，编者在修订时做了以下几方面的工作：

1. 保持原教材模块式的特点不变。
2. 保持原教材内容的理论体系和其他各项特点。
3. 原教材中若干讲述过于简略的内容，做了适当的补充，并增加和调整了例题和习题，以更便于学生自学。
4. 教材每章除附有习题外，还增加了思考题。

本教材的修订仍由原编者分工负责：谢传锋任主编并负责修订，郭易圆负责全部思考题编写及习题和答案的整理。

本书初稿承蒙上海交通大学刘延柱教授详细审阅，提出了许多宝贵意见，作者谨致深切的感谢。

由于水平有限，教材中不妥之处务请读者指正。

编者

2003 年 3 月于北京航空航天大学

第 1 版序言

本教材是作者参加教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”项目中“力学系列课程教学内容和课程体系改革的研究与实践”的研究成果之一。

高新科学技术的迅速发展和我国的社会主义市场经济对高等工科院校人才培养提出了更高更新的要求,原有高等工科院校的力学课程存在不少问题,需要对课程的教学内容和课程体系进行系列改革。通过研究与实践,我们在改革中采用了模块式设课的形式,将高等工科院校的力学课程设置为八个模块:静力学、动力学(I)、动力学(II)、材料力学(I)、材料力学(II)、流体力学基础、弹性力学和工程力学实验,编写了新的教材,供不同层次高等工科院校的各类专业组合使用。

编者在编写本教材时力求贯彻以下意图:

1. 充分体现模块式设课的教材特点,使本教材既能单独使用,又能与其他教材模块组合使用,以满足不同层次高等工科院校各类专业人才培养的需要和教学的灵活安排。

2. 通过改变原理论力学课程的内容体系,将几何静力学和分析静力学结合在一起,使平衡问题的基本理论和分析求解方法融会贯通,部分难点前移,有利于教学。

3. 根据人才培养的需要,调整课程教学内容的重点,由过分强调学科理论系统,转向更重视基础、应用、能力和素质的综合培养。

4. 充分利用前修课程的基础,提高教材的起点,减少课程间内容的重复,减少教材的篇幅,适应课程学时减少的需要。

本教材由谢传铎编写。本教材初稿完成后,曾在北京航空航天大学部分本科生中试用。

本教材初稿承蒙北京理工大学梅凤翔教授、上海交通大学刘延柱教授、东南大学诸关炯教授详细审阅,他们提出了许多宝贵意见,作者谨致深切的感谢。

本教材编写中得到北京市教委的支持和资助,特此致谢。

由于水平有限,教材中不妥之处请读者指正。

编者

1999 年 2 月于北京航空航天大学

目 录

静力学绪论	(1)
第一章 质点的平衡	(3)
§ 1-1 共点力系的合成	(3)
§ 1-2 共点力系作用下质点的平衡	(8)
§ 1-3 平衡问题的解法	(9)
思考题	(20)
习 题	(22)
第二章 刚体的平衡	(26)
§ 2-1 力偶系	(26)
§ 2-2 力偶系作用下刚体的平衡	(34)
§ 2-3 空间任意力系的简化	(36)
§ 2-4 各类力系作用下刚体的平衡	(43)
§ 2-5 考虑摩擦时物体的平衡	(54)
思考题	(60)
习 题	(62)
第三章 刚体系与结构的平衡	(72)
§ 3-1 刚体系的平衡	(72)
§ 3-2 平面桁架	(81)
§ 3-3 重心	(88)
思考题	(95)
习 题	(97)
第四章 质点系的平衡	(107)
§ 4-1 力的功	(107)
§ 4-2 约束及其分类	(113)
§ 4-3 自由度与广义坐标	(115)
§ 4-4 虚位移与虚功	(115)
§ 4-5 理想约束	(117)
§ 4-6 虚位移原理	(119)
§ 4-7 虚位移原理的应用	(123)
§ 4-8 质点系在势力场中平衡的稳定性	(129)
思考题	(134)

习 题	(135)
参考文献	(139)
习题答案	(141)
索引	(146)
Synopsis	(149)
Contents	(150)
编者简介	(152)

静力学绪论

力学是研究物体机械运动的科学。**机械运动**是指物体在空间的位置随时间的变化，包括变形和流动。**静力学**研究物体平衡的一般规律。平衡是机械运动的特殊情况，是指物体对惯性参考系保持静止，或作匀速直线平移。静力学中所研究的物体不是实际的物体，而是实际物体抽象化（或理想化）的物理模型（或称力学模型），包括质点、质点系和刚体。**质点**是具有质量而其尺寸可忽略不计的点，**质点系**是质点的集合，**刚体**是特殊的质点系，其上任意两个质点间的距离保持不变。

力是物体间相互的机械作用，这种作用将使物体的运动状态发生改变，或使物体变形。力使物体改变运动状态的效应称为**外效应**，使物体变形的效应称为**内效应**。对于刚体，只需考虑其外效应。力对物体作用的效应取决于力的**三要素**（力的大小、方向和作用点）。通过力的作用点沿力的方向的直线称为力的**作用线**。力的三要素可以通过一个矢量表示，记为黑体字母 $\boldsymbol{F}$ ^①。矢量 $\boldsymbol{F}$ 的模表示力的大小，矢量 $\boldsymbol{F}$ 的作用线方位加上箭头表示力的方向，矢量 $\boldsymbol{F}$ 的始端（或末端）表示力的作用点（图 1）。像力 $\boldsymbol{F}$ 这种必须表示出作用点的矢量称为**固定矢量**，只需表示出作用线而无需表示出作用点的矢量称为**滑移矢量**，作用点及作用线均无需表示出的矢量称为**自由矢量**。从任一点作出的力矢量 $\boldsymbol{F}$ 称为该力的**力矢**。一个力的力矢是一个只表示该力大小及方向的自由矢量，而不表示出其作用点。

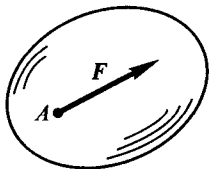


图 1

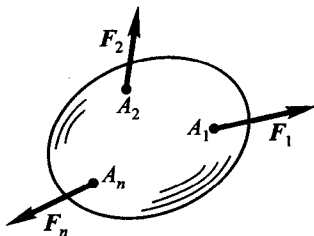


图 2

作用在物体上的一群力称为**力系**，一般记为 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ （图 2）。

^① 今后黑体字母都表示矢量，对应的白体字母表示该矢量的模。

作用于同一刚体而效应相同的力系相互称为**等效力系**。作用于刚体使它保持平衡的力系称为**平衡力系**（或称为**零力系**）。如果某力系与一个力等效，则此力称为该力系的**合力**，而该力系的各力称为此力的**分力**。将一个力系的合力代替该力系的过程（如该力系存在合力）称为**力的合成**；将合力代换为几个分力的过程称为**力的分解**。

第一章 质点的平衡

本章研究质点在力系作用下的平衡问题。由于作用于质点的力系有共同的作用点，称其为共点力系。我们先研究共点力系的合成，然后再研究质点在共点力系作用下的平衡条件，最后讨论质点平衡问题的求解方法。

§ 1-1 共点力系的合成

一、共点力系合成的几何法（矢量法）

1. 二力的合成

设质点 A 上作用有力 F_1 及 F_2 (图 1-1a)，根据力的平行四边形定则，它们可合成为一作用点为 A 的合力 F_R (图 1-1b)。实际上，为得到合力矢 F_R ，不必画出整个平行四边形，而只需画出其一半的三角形就可以了。为此，可以从任一点 a 作矢量 $\vec{ab} = F_1$ (图 1-1c)，再从点 b 作矢量 $\vec{bc} = F_2$ ，显然，由点 a 至点 c 的矢量 $\vec{ac}$ 就是力 F_1 和 F_2 的合力矢 F_R 。由力矢 F_1 和 F_2 构成的三角形 abc 称为力三角形，应用力三角形求合力的方法称为力三角形法则。

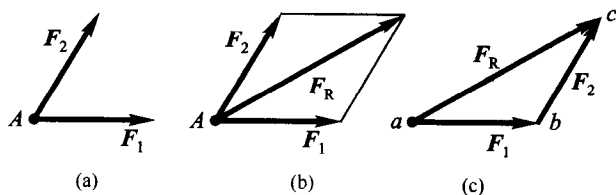


图 1-1

2. 共点力系的合成

设质点 A 上作用共点力系 ($F_1, F_2, \dots, F_n$)，为简单计，图 1-2a 上只画出了三个力。连续应用力三角形法则，可将这些力顺次两两合成。先从任一点 a 画出力 F_1 和 F_2 的力三角形 abc ，求出它们的合力矢 F_{R1} ，再画出 F_{R1} 与 F_3 的力三角形 acd ，求出其合力矢 F_{R2} 。 F_{R2} 就是 F_1, F_2, F_3 的合力矢 (图 1-2b)。

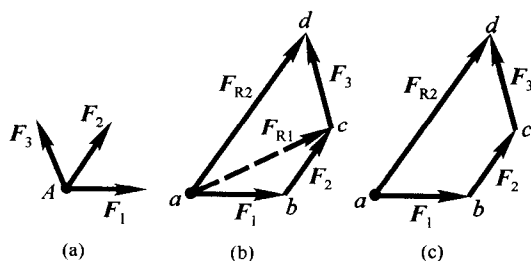


图 1-2

从上述过程可知, 为求 F_1 , F_2 和 F_3 的合力矢 F_{R2} , 可不必画出力矢 $\vec{ac} = F_{R1}$, 只需首尾相接按序作出 F_1 , F_2 , F_3 的力矢 $\vec{ab}$, $\vec{bc}$, $\vec{cd}$, 最后作出力矢 $\vec{ad}$ 即为三力的合力矢 F_{R2} (图 1-2c)。这样由力系中各力的力矢首尾相接构成的开口多边形称为开口的力多边形, 由开口的力多边形始点指向终点的封闭边即为合力矢。合力的作用点仍在力系公共作用点 A 上。这种求合力的方法称为力多边形法则。它也是任何矢量合成的普遍法则。显然, 改变各力的顺序, 力多边形的形状也将改变, 但封闭边不变。

将上面的方法推广到由任意个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 组成的共点力系, 可得结论: 共点力系可合成为一个合力, 其作用点为公共作用点, 合力的力矢由力多边形的封闭边表示。写成矢量等式, 有

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

为书写方便, 略去 i, n , 可写为

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} \quad (1-1)$$

力多边形求合力的方法, 也可用于作用于质点而作用线相同的力系。此时, 力多边形则拉成一直线, 采用代数法更为方便。把各力均看成代数数量, 即设指向某一方向的力为正值, 指向相反方向的力为负值, 而合力的代数值等于各力的代数和, 有

$$F_R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum F \quad (1-2)$$

式中, $F_1, F_2, \dots, F_n$ 为各力代数值。合力代数值 F_R 为正, 则指向所设的正向; 反之, 合力代数值 F_R 为负, 则指向所设的负向。

二、共点力系合成的解析法 (投影法)

用几何法求共点力系的合力简单明了, 但作图的精确度有限, 特别当共点力系为空间共点力系时, 作图更加困难, 而且当力系中的力很多时, 用力三角

形法则计算也不方便。下面介绍另一种求共点力系合力的方法——解析法，也称为投影法。

1. 力在轴上的投影

设力 $\vec{F} = \vec{AB}$ 和 x 轴共面，由力的始端 A 和末端 B 分别作 x 轴的垂线（图 1-3a），则垂足 a 、 b 间距离的大小冠以适当的正负号表示力 $\vec{F}$ 在 x 轴上的投影，当由 a 至 b 的指向与 x 轴正向一致时取正号，反之取负号（图 1-3b）。以 F_x 表示力 $\vec{F}$ 在 x 轴上的投影，则有

$$F_x = \pm \overline{ab}$$

力 $\vec{F}$ 在 x 轴上投影 F_x 也可表示为

$$F_x = F \cos \alpha$$

式中， F 为力 $\vec{F}$ 的大小，恒为正值； α 为力 $\vec{F}$ 与 x 轴正向的夹角。

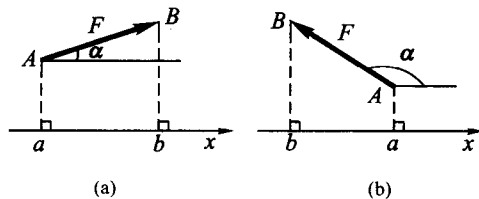


图 1-3

若力 $\vec{F}$ 与 x 轴不共面，过 $\vec{F}$ 的始端 A 和末端 B 分别作与 x 轴垂直的平面 I 和 II 与轴相交于 a 和 b （图 1-4），则 a 和 b 间距离的大小冠以适当的正负号表示力 $\vec{F}$ 在 x 轴上的投影 F_x ，正负号的选取与前述规定相同。

过 A 点作 x' 轴与 x 轴平行，与过 B 点的垂面 II 交于 b' 点，显然 $\overline{Ab'} = \overline{ab}$ ，因此有

$$F_x = \pm \overline{ab} = \pm \overline{Ab'} = F \cos \alpha$$

式中， α 为 $\vec{F}$ 与 x' 轴正向的夹角。

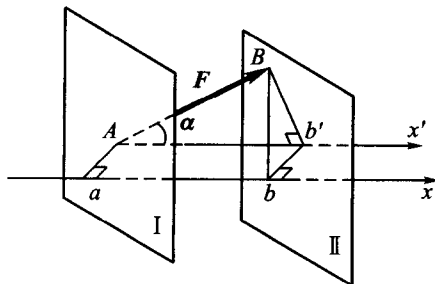


图 1-4

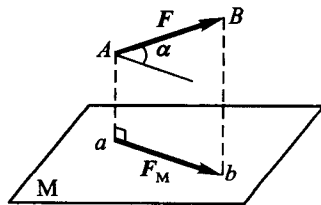


图 1-5

力在轴上的投影为代数量。

2. 力在平面上的投影

设有力 F 和平面 M ，由 F 的始端 A 和末端 B 分别作 M 平面的垂线，垂足为 a 和 b (图 1-5)，矢量 $\vec{ab}$ 称为力 F 在 M 平面上的投影，记为 F_M 。 F_M 的大小 F_M 可按下述方法计算，自 A 点引出与 F_M 平行的直线，力 F 与该直线的夹角为 α ，显然 F_M 的大小为

$$F_M = F \cos \alpha$$

力在平面上的投影为矢量。

3. 力在直角坐标轴上的投影

设有力 F 及直角坐标系 $Oxyz$ (图 1-6)。由力 F 的作用点 A 作 x' , y' , z' 轴分别平行于 x , y , z 轴，则力 F 在直角坐标轴 x , y , z 上的投影 F_x , F_y , F_z 分别等于力 F 在 x' , y' , z' 轴上的投影，因此有

$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \cos \beta \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases}$$

式中， α , β , γ 分别为力 F 与 x' , y' , z' 轴正向的夹角。

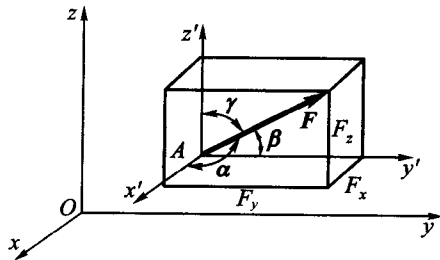


图 1-6

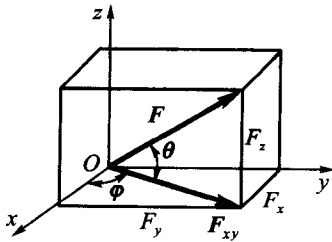


图 1-7

力 F 在直角坐标轴上的投影还可利用另一种方法计算。先将力 F 投影到某坐标平面上，例如投影到 Oxy 平面上，得矢量 F_{xy} (图 1-7)，其大小为

$$F_{xy} = F \cos \theta$$

式中， θ 为 F 与 Oxy 平面的夹角。再将矢量 F_{xy} 分别投影到 x 、 y 轴，得到

$$\begin{cases} F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cos \varphi \\ F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \cos \theta \sin \varphi \end{cases}$$

式中， φ 为 F_{xy} 与 x 轴正向的夹角。 F 在 z 轴上的投影为

$$F_z = F \sin \theta$$

这种计算投影的方法称为二次投影法。

4. 力的解析表示式

作用于 O 点的力 F 可沿直角坐标轴分解为 F_1 , F_2 , F_3 (图 1-8), 则有

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

显然, 力 F 的分力 F_1 , F_2 , F_3 与该力的投影 F_x , F_y , F_z 有如下的关系

$$F_1 = F_x i, F_2 = F_y j, F_3 = F_z k$$

式中, i , j , k 分别为 x , y , z 轴的单位矢量。这样, 力 F 就可用其在直角坐标轴上的投影表示为

$$F = F_x i + F_y j + F_z k$$

上式就是力的解析表示式。

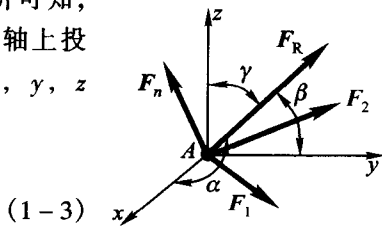
若已知力 F 在直角坐标轴上的三个投影, 则可由下式求得力的方向余弦

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \alpha = \frac{F_x}{F}, \cos \beta = \frac{F_y}{F}, \cos \gamma = \frac{F_z}{F} \end{cases}$$

5. 共点力系的合成

设质点 A 上作用有共点力系 (F_1 , F_2 , $\dots$, F_n) (图 1-9), 以 A 点为原点作互相正交的轴 x , y , z 。根据矢量分析可知, 合力 F_R 在某轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和, 于是将式 (1-1) 投影于轴 x , y , z 上, 可得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= \sum F_x \\ F_{Ry} &= \sum F_y \\ F_{Rz} &= \sum F_z \end{aligned} \right\}$$



(1-3) 图 1-9

合力的大小和方向可由下式确定:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2} \quad (1-4)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{F_{Rx}}{F_R} = \frac{\sum F_x}{F_R} \\ \cos \beta &= \frac{F_{Ry}}{F_R} = \frac{\sum F_y}{F_R} \\ \cos \gamma &= \frac{F_{Rz}}{F_R} = \frac{\sum F_z}{F_R} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

式中, α , β , γ 分别表示合力 F_R 与轴 x , y , z 正向的夹角。

由上述可知, 已知力系中各力在轴 x , y , z 上的投影, 即可求出合力的大小和方向。

§ 1-2 共点力系作用下质点的平衡

一、共点力系作用下质点平衡的几何条件

由上节已知, 共点力系合成可得一合力, 因此, 共点力系作用下质点平衡的必要充分条件是力系的合力等于零。写成矢量形式为

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (1-6)$$

在几何法中, 共点力系的合力矢是各分力矢构成的力多边形的封闭边。合力矢等于零表明: 力多边形自行封闭是共点力系作用下质点平衡的几何条件。例如, 有四个力组成的共点力系 ($\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\mathbf{F}_4$) 作用于质点 A (图 1-10a), 平衡时其力多边形自行封闭 (图 1-10b)。

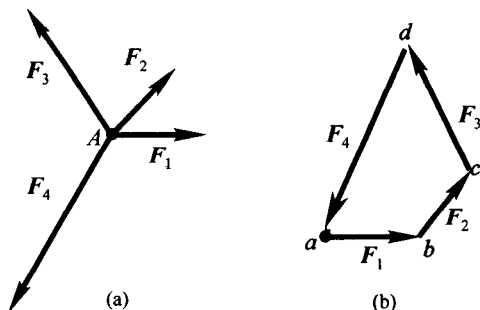


图 1-10

二、共点力系作用下质点平衡的解析条件

共点力系作用下质点平衡的必要充分条件 $\mathbf{F}_R = \mathbf{0}$, 用解析的形式表示为

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2} = 0$$

由于根号内三项不会出现负值, 因此满足上式必须根号内三项同时为零, 于是有

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

即共点力系作用下质点平衡的解析条件是力系中各力在三个正交轴上投影的代数和分别等于零。这三个方程也称为共点力系作用下质点的平衡方程。方程给出了质点平衡时各力应满足的关系。三个平衡方程是相互独立的，因此可解三个未知量。

对于平面共点力系作用下质点的平衡问题，显然只有两个独立平衡方程：

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

只能解两个未知量。

§ 1-3 平衡问题的解法

一、约束与约束力

工程中的一些物体可以在空间自由运动，获得任意方向的位移，这些物体称为**自由体**，例如空中的飞机、卫星等。另一些物体，其某些方向的位移受到限制，这些物体称为**非自由体**或**受约束体**，例如跑道上的飞机、公路上的汽车等。加在非自由体上使其位移受到一定限制的条件称为**约束**。约束一般是通过非自由体周围的物体来实现的，因此往往把这些周围物体也称为约束。例如跑道是飞机的约束，公路路面是汽车的约束等。约束与非自由体接触相互产生了作用力，约束作用于非自由体上的力称为**约束力**。约束力的方向总是与该约束所限制的非自由体的位移方向相反。作用于非自由体上的约束力以外的力统称为**主动力**，例如重力、推力等。

研究非自由体的平衡问题时，主动力一般为已知力，而约束力往往是未知力，它们需要通过平衡条件或其他物理定律来确定。然而，不同类型的约束具有不同的特征，根据其特征可确定其约束力的特征。下面介绍工程中常见的几类典型约束，并分析其约束力的特征。

1. 柔索

绳索、链条、胶带等属于柔索类约束。由于柔索只能承受拉力，所以柔索给予所系物体的约束力作用于接触点，方向沿柔索而背离物体（图 1-11a, b）。

2. 光滑支承面

光滑支承面不能限制物体在接触点切面上任何方向的位移，而只能限制沿接触点公法线方向指向支承面的位移。因此，光滑支承面的约束力总是沿接触点的公法线而指向被约束的物体（图 1-12a, b, c）。

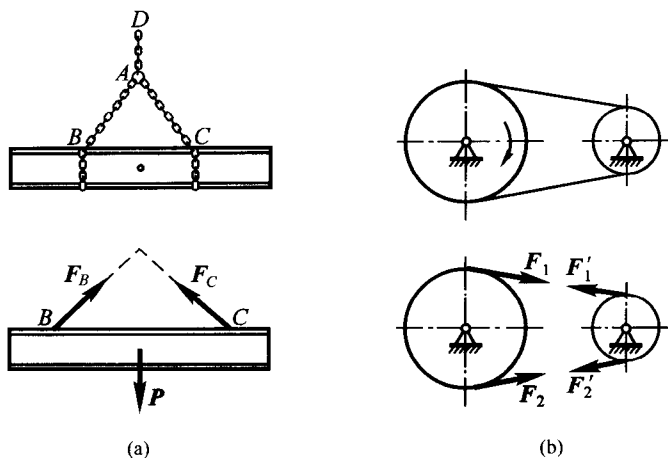


图 1-11

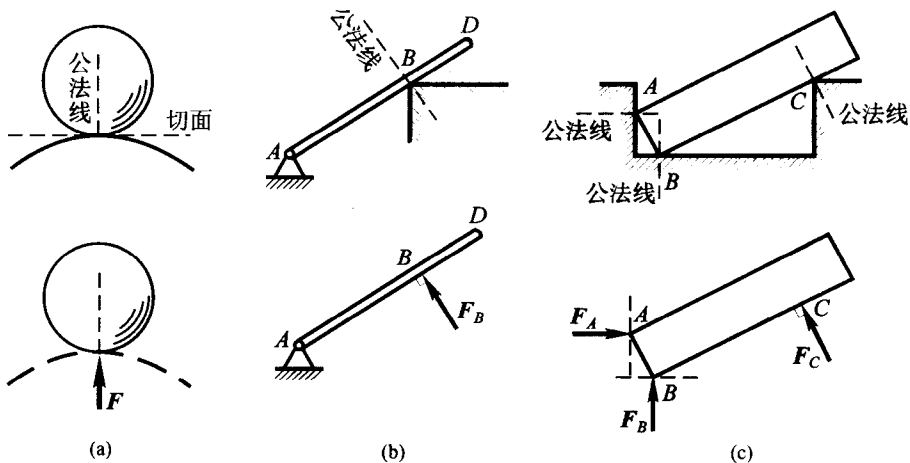


图 1-12

3. 光滑圆柱铰链

(1) 固定铰链支座

物体与固定于机架或地基的支座有相同直径的孔，用一圆柱形销钉将它们连接，这种约束称为固定铰链支座（图 1-13a），简称固定铰支。被约束的物体可绕销钉轴转动，但限制物体垂直于销钉轴线任何方向的位移。铰链中的销钉与物体的圆柱孔之间可看成光滑接触，因此给物体的约束力总是沿接触点的公法线，即通过且垂直于销钉轴线。约束力的大小及方向都是未知量，它们与作用于物体上的主动力有关，通常可用两个相互垂直的分力 F_x 和 F_y 来表示（图 1-