



俄罗斯数学
教材选译

经典力学的 数学方法

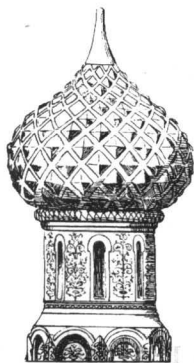
(第4版)

□ В.И. 阿诺尔德 著

□ 齐民友 译



高等教育出版社
Higher Education Press



俄罗斯数学
教材选译

● 数学天元基金资助项目

经典力学的 数学方法

(第4版)

□ В.И.阿诺尔德 著

□ 齐民友 译



高等教育出版社
Higher Education Press

图字: 01-2005-6201 号

Originally published in Russian under the title
Mathematical Methods of Classical Mechanics by V. I. Arnold
Copyright © V. I. Arnold
All Rights Reserved

图书在版编目 (CIP) 数据

经典力学的数学方法: 第 4 版 / (俄罗斯)阿诺尔德著;
齐民友译. —2 版. —北京: 高等教育出版社, 2006.1
ISBN 7-04-018403-6

I. 经... II. ①阿...②齐... III. 经典力学-数学
方法-高等学校-教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 152524 号

策划编辑 张小萍 责任编辑 赵天夫 封面设计 王凌波
责任印制 宋克学

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	北京中科印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
		版 次	1992 年 10 月第 1 版
			2006 年 1 月第 2 版
开 本	787×1092 1/16	印 次	2006 年 1 月第 1 次印刷
印 张	27	定 价	54.00 元
字 数	520 000		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18403-00

序

从上世纪 50 年代初起,在当时全面学习苏联的大背景下,国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材.这些教材体系严密,论证严谨,有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础,培养了一大批优秀的数学人才.到了 60 年代,国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材,但还在很大程度上保留着苏联教材的影响,同时,一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用.客观地说,从解放初一直到文化大革命前夕,苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用,起了不可忽略的影响,是功不可没的.

改革开放以来,通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材,大家眼界为之一新,并得到了很大的启发和教益.但在很长一段时间中,尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革,引进却基本中断,更没有及时地进行跟踪,能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少,事实上已造成了很大的隔膜,不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机.今年初,在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上,有数学家提出,莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材,建议将其中的一些数学教材组织翻译出版.这一建议在会上得到广泛支持,并得到高等教育出版社的高度重视.会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论,大家一致认为:在当前着力引进俄罗斯的数学教材,有助于扩大视野,开拓思路,对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要.《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下,经数学天元基金资助,由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来,对推动我国数学课程设置和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005年10月

第四版序言

本书的主要部分写于 1968 年. 这一段时间中作为本书基础的辛几何的思想和方法在数学物理和其他应用领域, 以及在数学本身中, 都得到了很多应用. 特别应该提到的是短波渐近及其在光学、波动理论、声学、光谱学甚至在化学中的迅猛发展, 还有拉格朗日和勒让德奇性和流形的同时发展, 这也就是聚焦面和波前, 它们的拓扑学与转换的理论.

哈密顿动力学的可积问题的研究有了异常深远的推进. 找到的可积动力系统, 为数之多出乎预料, 研究这些系统还找到了它们与困难的代数几何和数学物理问题的意想不到的、互相受益的联系.

辛拓扑在 20 世纪 70、80 年代得到了很大的成功. 这里首先要提到 1983 年 C. Conley 和 E. Zehnder 得到的关于辛微分同胚不动点定理的证明, 推广了庞加莱的“几何定理”(见附录 9). 紧随着这个证明则有 M. Chaperon, A. Weinstein, J-K. Sikcrava, M. Gromov, Ю. Чеканов, Floer, Viterbo, Hofer 等人的工作. 我预计在这个很热门的领域中很快会得到更大的进展, 证明辛拓扑与接触拓扑——这是由力学和光学问题催生的新数学领域——中已经提出的和新发现的定理.

本书第三版即已增加了三个新的附录(即下文的附录 13~15). 它们反映了以下领域中的新进展: 射线族的几何学(即聚焦面与波前的奇性与变化的理论, 这与反射所成的群的理论有关); 可积系统理论(即适用于无穷维推广的椭球坐标的几何理论); 以及泊松构造理论(这是辛构造在数学物理中时常遇到的推广, 其特殊之处在于其泊松括弧是蜕化的).

在本版中改正了以前各版中的错误和细心的读者指出的错误.

关于摄动理论的更详细的叙述, 读者可参考 В. И. Арнольда, А. И. Нейшт-

адта и В. В. Коздова, Математические аспекты классической и небесной механики (增订第二版, М. УРСС, 2000). 读者也可阅读百科套书系列 *Современные проблемы математики. Фундаментальные направления* (Итоги науки и техники. М.: ВИНТИ, 1985)¹⁾, 其中包含了辛几何现代状况的综述 (作者 В. И. Арнольд, А. Б. Гивенталь), А. А. Кириллов关于几何量子化的论文, 以及 С. П. Новиков 等作者关于可积系统理论发展的总结, 这在本书中只略有涉及.

射线族的几何问题在两卷本的 Arnold V. I., Varchenko A. N., Gusein-Zade S. M. [1] 中, 以及在 В. И. Арнольд, Теория катастроф (第三版. М.: Наука, 1990)²⁾ 和 В. И. Арнольд, Особенности каустик и Волновых фронтов (М.: Фазис, 1996) 中有详细讨论, 并有丰富的文献.

在 Bourbaki 讨论班上 D. Bennequin 的报告^① 以及一系列文章中可以找到辛几何和接触几何应用的总结. 这些文章有

В. И. Арнольд. Первые шаги симплектической топологии. УМН. 1986. Т.41, №.6. 3~18.

В. И. Арнольд. Особенности систем лучей. УМН. 1983. Т.38, №.2. 77~147.

В. И. Арнольд. Особенности в вариационном исчислении. Современные проблемы математики. 1983. 3~55.

О. П. Шербак, Волновые фронты и группы отражений. УМН. 1988. Т.43, №.3. 125~160.

Современные проблемы математики 丛书的 22 与 33 卷中关于辛几何和接触几何在变分问题研究 (从而也在力学、光学与最优控制理论等方面的研究) 有广泛的补充材料.

分枝理论与摄动理论 (不仅是关于哈密顿系统的, 而且是关于一般动力系统的) 在教科书 Arnold V. I., [17], [18] 中有讨论. 新的材料可见 1888 年在 Grenoble 召开的第十二届国际理论与应用力学大会上关于分枝理论及其在数学与力学中的应用的许多报告, 以及 В. И. Арнольд, В. С. Афраймович, Ю. С. Ильяшенко, Л. П. шильников 的总结. 还有 М. 丛书 *Современные проблемы математики, Фундаментальные направления* 中的 *Динамические системы-5* (М.: ВИНТИ, 1986). 该丛书中的一册 *Динамические системы-2* (М.: ВИНТИ, 1985) 是 И. П. Корнфельдом, Я. Г. Синаем 等人写的, 讲动力系统的遍历问题. 讲这个问题的

^①D. Bennequin, Caustique Mystique (d'Apres Arnol'd et al.) Seminaire Bourbaki 1984/1985, Asterisque 133~134, (1986), 19~56.

¹⁾这里和以下的许多 ВИНТИ 出版物有英译本, 由 Springer-Verlag 出版, 构成 Dynamical System 多册. —— 中译本注 (从此处开始, 用数码加半括号表示译者注; 用数码加圆圈表示作者注.)

²⁾有中译本: 突变理论, 高等教育出版社. —— 中译本注

还有 В. И. Арнольд 与 А. Авец 写的 Эргодические проблемы классической механики (1999年, 是 Регулярная и хаотическая динамика 丛书的第 11 册) 一书, 它的基础是作者们 1965 年的讲义 (Arnold V. I., Avez A. [1]).

在这些理论中讨论的事实都可能广泛的应用, 但因它们都是不久前才发现的, 而且只出现在专门文献中, 所以对从事应用的人, 目前还有数学文章的相当的难度. 我希望, 本书能有助于掌握这些成就, 不仅有助于数学家, 而且有助于力学家、物理学家以及其他需要动力系统理论、辛几何和变分法的人.

В. И. Арнольд

1999 年 12 月

第一版序(摘录)

经典力学中用了许多不同的数学方法和概念: 微分方程和相流、光滑映射和流形、李群和李代数、辛几何和遍历理论. 许多现代的数学理论都来自力学问题, 后来才有了公理化的抽象形式, 使它们很难读了.

在这本书里, 我们要从最初步开始建立起经典力学的数学工具; 所以除了标准的分析课程(微分和积分, 微分方程), 几何课程(矢量空间, 矢量) 和线性代数课程(线性算子, 二次形式) 以外, 不假设读者有比这更进一步的知识.

借助于这些工具, 我们要考察动力学的所有基本问题, 包括振动理论, 刚体运动理论和哈密顿的形式化. 作者一直试图表现出各种现象的几何的、定性的侧面. 在这一方面, 本书与那些由数学家讲授的传统的理论力学课程相比, 更接近于为理论物理学家开设的理论力学课.

本书相当大的部分用于变分原理和分析力学. F. 克莱因在他的《十九世纪数学发展史讲义》一书中这样刻画过分析力学: “..... 一个物理学家想要解决自己的问题, 从这些理论中所得无几, 而工程师则将一无所得.” 以后年代中科学的发展明确地否定了这个评论. 哈密顿形式化是量子力学的基础, 而且是物理学的数学武库中最常用的工具之一. 在认识到辛构造和惠更斯原理对各种优化问题的意义以后, 在工程计算中也开始经常应用哈密顿方程了. 另一方面, 与空间探索相关的天体力学的新近发展, 对分析力学的方法和问题也赋予了新的意义.

经典力学和数学与物理学的其他领域的联系是多种多样的. 本书附录就是用来讲其中的少数几个. 经典力学的工具被应用到: 黎曼几何的基础, 理想流体动力学, 柯尔莫戈洛夫关于条件周期运动的摄动理论, 数学物理方程的短波渐近法以及几何光学中聚焦面的分类.

这些附录是为有兴趣的读者写的,而不是一般的必修课程的一部分. 其中有些可以成为专门课程的基础(例如关于非线性振动理论的渐近方法或准经典渐近). 这些附录也包含了一些参考性质的知识(例如有一个二次哈密顿函数的标准形式表). 在本书的基本各章中作者总是力求把证明写得尽可能明确而避免再引用其他材料, 附录总的说来则是结果的总结, 其证明则可在所引述的文献中找到.

这本书的基础是作者在 1966—1968 年为国立莫斯科大学数学力学系数学专业三、四年级学生所开的一门一年半的必修课.

В. И. 阿诺尔德

目 录

第一部分 牛顿力学	1
第一章 实验事实	3
§1. 相对性原理和决定性原理	3
§2. 伽利略群和牛顿方程	4
§3. 力学系的例子	8
第二章 运动方程的研究	11
§4. 具一自由度的力学系	11
§5. 具二自由度的力学系	16
§6. 保守力场	21
§7. 角动量	23
§8. 在有心力场中的运动的研究	25
§9. 三维空间中质点的运动	32
§10. n 质点力学系的运动	33
§11. 相似性方法	39

第二部分 拉格朗日力学	41
第三章 变分原理	43
§12. 变分法	43
§13. 拉格朗日方程组	46
§14. 勒让德变换	48
§15. 哈密顿方程组	51
§16. 刘维尔定理	53
第四章 流形上的拉格朗日力学	59
§17. 完整约束	59
§18. 微分流形	61
§19. 拉格朗日动力系统	65
§20. E. 诺特定理	69
§21. 达朗贝尔原理	72
第五章 振动	77
§22. 线性化	77
§23. 小振动	81
§24. 本征频率的性态	86
§25. 参数共振	89
第六章 刚体	97
§26. 在动参考系中的运动	97
§27. 惯性力与科里奥利力	101
§28. 刚体	105
§29. 欧拉方程·普安索对运动的描述	111
§30. 拉格朗日陀螺	115
§31. 睡陀螺和快陀螺	120
第三部分 哈密顿力学	125
第七章 微分形式	127
§32. 外形式	127
§33. 外乘积	133
§34. 微分形式	136

§35. 微分形式的积分	142
§36. 外微分	147
第八章 辛流形	158
§37. 流形上的辛构造	158
§38. 哈密顿相流及其积分不变量	160
§39. 矢量场的李代数	163
§40. 哈密顿函数的李代数	168
§41. 辛几何	172
§42. 具有多个自由度的力学系中的参数共振	177
§43. 一个辛图册	180
第九章 典则形式化	183
§44. 庞加莱-嘉当积分不变量	183
§45. 庞加莱-嘉当积分不变量的推论	188
§46. 惠更斯原理	194
§47. 求积哈密顿典则方程的哈密顿-雅可比方法	200
§48. 生成函数	207
第十章 摄动理论介绍	211
§49. 可积方程组	211
§50. 作用量-角变量	216
§51. 平均化	221
§52. 摄动的平均化	225
附 录	235
附录 1 黎曼曲率	237
附录 2 李群上左不变度量的测地线与理想流体的流体动力学	250
附录 3 代数流形上的辛构造	269
附录 4 接触构造	274

附录 5	具有对称性的动力系统	292
附录 6	二次哈密顿函数的标准形式	301
附录 7	哈密顿方程组在驻定点和闭轨附近的标准形式	304
附录 8	条件周期运动的摄动理论和柯尔莫戈洛夫定理	315
附录 9	庞加莱的几何定理, 它的推广和应用	328
附录 10	依赖于参数的本征频率的重数以及椭球	336
附录 11	短波渐近	346
附录 12	拉格朗日奇性	352
附录 13	泊松构造	357
附录 14	关于椭圆坐标	367
附录 15	射线族的奇性	375
附录 16	Korteweg-de Vries 方程	392
参考文献	395
索 引	407
译后记	415

第一部分

牛顿力学

牛顿力学研究质点组在三维欧氏空间中的运动. 在此空间中有六维的空间运动群作用. 牛顿力学基本概念和定理 (用笛卡儿坐标表述) 对于这个运动群都是不变的.^①

一个有势的牛顿力学系可以用质点的质量和力学系的位能表述. 保持位能不变的空间中的运动对应于各种守恒律.

牛顿运动方程使我们能完全解出一系列重要的力学问题, 例如在有心力场中的运动问题.

^①对更大的伽利略时空变换群也是不变的.

第一章 实验事实

我们将在本章中给出作为力学基础的实验事实：伽利略相对性原理和牛顿微分方程。我们要考查由相对性原理所加于运动过程上的限制，还要举出一些简单例子。

§1. 相对性原理和决定性原理

我们将在本节中介绍和讨论惯性参考系（坐标系）的概念。本节的准确数学提法将在下一节给出。

经典力学的基础是一些实验事实^①。我们将列出其中的三个。

A. 空间与时间

我们所在的空间是三维欧氏空间，时间则是一维的。

B. 伽利略相对性原理

存在一些参考系（坐标系）称为惯性系，它们有以下两个性质：

1. 一切自然规律在任何时刻，在所有惯性系中都相同。
2. 相对于一个惯性系作匀速直线运动的一切参考系也都是惯性系。

换句话说，如果附着在地球上的参考系是惯性系，那么在一个相对地球作匀速直线运动的列车上，实验者完全在列车内作任何实验都不能使他觉察到列车的运动。

事实上，附着在地球上的参考系只是近似地是惯性系。附着在太阳或其他恒星等上的参考系则更接近于惯性系。

^①所有这些“实验事实”都只是近似为真，而可用更精确的实验推翻。为避免叙述繁冗，以下我们不再讲这一点，讲到我们的数学模型时，都当它是精确地描写了物理现象的。