

经全国中小学教材审定委员会 2004 年初审通过
普通高中课程标准实验教科书

数学 5 (必修)

SHUXUE

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

3, 6, 12, 24, 48, 96

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...



北京师范大学出版社

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090



SHUNKU

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7090



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过
普通高中课程标准实验教科书

数 学 5 (必修)

SHUXUE

主 编 严士健 王尚志
副 主 编 张怡慈 李延林 张思明
本册主编 王尚志 戴佳珉
编写人员 (按 姓 氏 笔 画 排 序)
王尚志 李军洪 张思明
洪建明 康 宇 戴佳珉

北京师范大学出版社

· 北 京 ·

前言

你们将进入更加丰富多彩的数学世界.

你们将学到更多重要和有趣的数学知识、技能及应用.

你们将更多地感受到深刻的数学思想和方法.

你们将进一步体会数学对发展自己思维能力的作⽤,体会数学对推动社会进步和科学发展的意义,体会数学的文化价值.

你们正在长大,需要考虑自己未来的发展.要学习的东西很多,高中数学的内容都是基础的,时间有限,选择能力是很重要的,你们需要抓紧时间选择发展的方向,选择自己感兴趣的专题,这是一种锻炼.

在高中阶段,学习内容是很有限制的.中国古代有这样的说法:“授之以鱼,不如授之以渔”,学会打鱼的方法比得到鱼更重要.希望同学们不仅关注别人给予你们的知识,更应该关注如何获得知识.数学是提高“自学能力”最好的载体之一.

在数学中,什么是重要的(What is the key in Mathematics)? 20世纪六七十年代,在很多国家都讨论了这个问题.大部分人的意见是:问题是关键(The problem is the key in Mathematics).问题是思考的结果,是深入思考的开始,“有问题”也是创造的开始.在高中数学的学习中,同学们不仅应提高解决别人给出问题的能力,提高思考问题的能力,还应保持永不满足的好奇心,大胆地发现问题、提出问题,养成“问题意识”和交流的习惯,这对你们将来的发展是非常重要的.

在学习数学中,有时会遇到一些困难,树立信心是最重要的.不要着急,要有耐心,把基本的东西想清楚,逐步培养自己对数学的兴趣,你会慢慢地喜欢数学,她会给你带来乐趣.

本套教材由26册书组成:必修教材有5册;选修系列1有2册,选修系列2有3册,它们体现了发展的基本方向;选修系列3有6册,选修系列4有10册,同学们可以根据自己的兴趣选修其中部分专题.习题分为三类:一类是可供课堂教学使用的“练习”;一类是课后的“习题”,分为A, B两组;还有一类是复习题,分为A, B, C三组.

研究性学习是我们特别提倡的.在教材中强调了问题提出,抽象概括,分析理

解,思考交流等研究性学习过程.另外,还专门安排了“课题学习”和“探究活动”.

“课题学习”引导同学们递进地思考问题,充分动手实践,是需要完成的部分.

在高中阶段,根据课程标准的要求,学生需要至少完成一次数学探究活动,在必修课程的每一册书中,我们为同学们提供的“探究活动”案例,同学们在教师的引导下选做一个,有兴趣也可以多做几个,我们更希望同学们自己提出问题、解决问题,这是一件很有趣的工作.

同学们一定会感受到,信息技术发展得非常快,日新月异,计算机、数学软件、计算器、图形计算器、网络都是很好的工具和学习资源,在条件允许的情况下,希望同学们多用,“技不压身”.它们能帮助我们更好地理解一些数学的内容和思想.教材中有“信息技术建议”,为同学们使用信息技术帮助学习提出了一些具体的建议;还有“信息技术应用”栏目,我们选取了一些能较好体现信息技术应用的例子,帮助同学们加深对数学的理解.在使用信息技术条件暂时不够成熟的地方,我们建议同学们认真阅读这些材料,对相应的内容能有所了解.教材中信息技术的内容不是必学的,仅供参考.

另外,我们还为同学们编写了一些阅读材料,供同学们在课外学习,希望同学们不仅有坚实的知识基础,而且有开阔的视野,能从数学历史的发展足迹中获取营养和动力,全面地感受数学的科学价值、应用价值和文化价值.

我们祝愿同学们在高中数学的学习中获得成功.

严士健 王尚志

2004年6月于北京

目 录

(57)		二 题长夏
(57)		先善不 章三第
(77)		系关善不 1.1
(77)		系关善不 1.1
(77)		小大解出 2.1
(77)		1-8 题长
(77)		九第不充二五 5.2
第一章 数列		(1)
§1 数列		(3)
1.1 数列的概念		(3)
1.2 数列的函数特性		(6)
习题 1—1		(10)
§2 等差数列		(12)
2.1 等差数列		(12)
2.2 等差数列的前 n 项和		(17)
习题 1—2		(21)
§3 等比数列		(24)
3.1 等比数列		(24)
3.2 等比数列的前 n 项和		(29)
习题 1—3		(33)
§4 数列在日常经济生活中的应用		(36)
习题 1—4		(40)
本章小结建议		(41)
复习题一		(42)
课题学习 教育储蓄		(46)
第二章 解三角形		(49)
§1 正弦定理与余弦定理		(51)
1.1 正弦定理		(51)
1.2 余弦定理		(56)
习题 2—1		(59)
§2 三角形中的几何计算		(61)
习题 2—2		(63)
§3 解三角形的实际应用举例		(65)
习题 2—3		(69)
本章小结建议		(71)

复习题二	(72)
------------	------

第三章 不等式 (75)

§1 不等关系	(77)
1.1 不等关系	(77)
1.2 比较大小	(80)
习题 3—1	(82)
§2 一元二次不等式	(84)
2.1 一元二次不等式的解法	(84)
2.2 一元二次不等式的应用	(92)
习题 3—2	(97)
§3 基本不等式	(100)
3.1 基本不等式	(100)
3.2 基本不等式与最大(小)值	(102)
习题 3—3	(107)
§4 简单线性规划	(108)
4.1 二元一次不等式(组)与平面区域	(108)
4.2 简单线性规划	(113)
4.3 简单线性规划的应用	(119)
习题 3—4	(121)
阅读材料 人的潜能	(123)
本章小结建议	(125)
复习题三	(127)

探究活动 三角测量 (129)

附录 1 部分数学专业词汇中英文对照表 (132)

附录 2 信息检索网址导引 (133)

第一章

数 列

这是科学史上的一个真实故事！

下面一列数

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...

同学们可能并不在意,但普鲁士天文学家提丢斯(Titius, 1729—1796)却利用它推导出从太阳到行星距离的经验定律,并探明了一些行星!

他发现:

1. 每个数字恰好是前一个数字的 2 倍;
2. 如果把 0 加在这一列数字的最前面,我们再做一个简单的运算:每个数加上 4,然后再除以 10,就得出另一列数字

0.4, 0.7, 1.0, 1.6, 2.8, 5.2, 10.0, 19.6, ...

这可不是一列简单的数字:第一个数字表示了太阳到其最近的行星——水星的近似距离,第二个数字表示太阳到金星的近似距离……依此类推,他得到了一张出色的表:

距 离 类别	行星									
	水星	金星	地球	火星	?	木星	土星	?	?	
实际距离	0.39	0.72	1.0	1.52	?	5.2	9.5	?	?	
计算距离	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	5.2	10.0	19.6	...	

注:表中数据的单位为天文单位,1 个天文单位等于太阳到地球的距离,约为 149 597 870 km.

表中留下了一些空格. 1781 年发现的天王星(19.2),差不多恰好处在定律所预言的轨道(19.6)上. 于是,天文学家们开始在距离太阳约为 2.8 个天文单位的区域寻找一个尚未发现的行星. 1801 年意大利天文学家比亚兹果然在这个距离发现了谷神星,它与太阳的近似距离为 2.7 个天文单位.

小小一列数字真不简单.

本章主要学习有关数列的基本知识,建立等差数列和等比数列两种模型,探索它们的基本数量关系,感受它们的应用. 相信你会有更大的收获!

§ 1 数列

1.1 数列的概念

1.2 数列的函数特性

§ 2 等差数列

2.1 等差数列

2.2 等差数列的前 n 项和

§ 3 等比数列

3.1 等比数列

3.2 等比数列的前 n 项和

§ 4 数列在日常经济生活中的应用

课题学习 教育储蓄

1-1 表

年份	1953	1964	1982	1990	2000
人口数量(百万)	601.93	723.07	1031.88	1160.02	1295.33

§1 数 列

1.1 数列的概念

实例分析

我们来看下面的例子：

(1) 一个工厂把所生产的钢管堆成图 1-1 的形状。

从最上面的一排起,各排钢管的数量依次是

3,4,5,6,7,8,9. ①

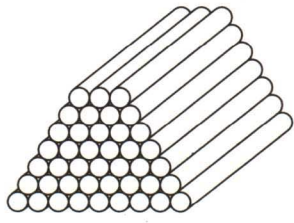


图 1-1

(2) GDP(Gross Domestic Product)为国内生产总值. 分析各年 GDP 数据,找出增长规律,是国家制定国民经济发展计划的重要依据. 根据中华人民共和国 2002 年国民经济和社会发展统计公报(如图 1-2),我国(1998~2002 年)这五年 GDP 值(亿元)依次排列如下:

78 345,82 067,89 442,95 933,102 398. ②

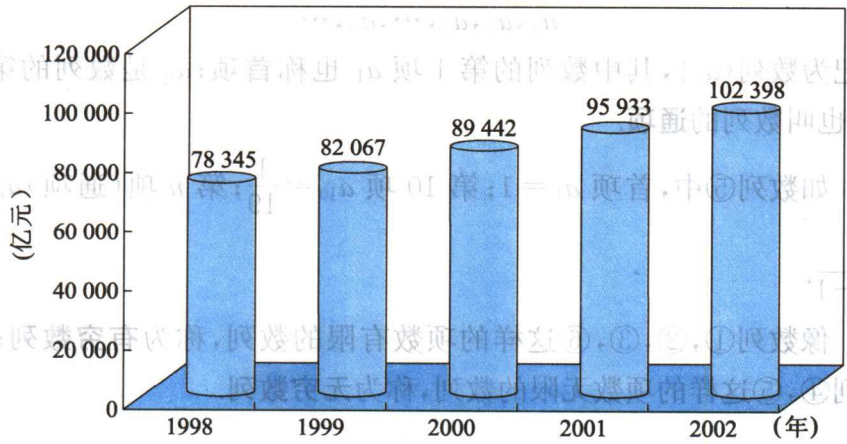


图 1-2

(3)“人口问题”是我国最大的社会问题之一,对人口数量的估计和发展趋势的预测是我们制定一系列相关政策的基础. 我国在解放后已进行了五次全国人口普查,历次全国人口普查公报数据资料如表 1-1,五次普查人口数量(百万)依次排列为

601.93,723.07,1 031.88,1 160.02,1 295.33. ③

表 1-1

年 份	1953	1964	1982	1990	2000
人口数/百万	601.93	723.07	1 031.88	1 160.02	1 295.33

(4)如图 1-3 所示,正弦函数 $y=\sin x$ 的图像在 y 轴左侧所有最低点从右向左,它们的横坐标依次排成一列数

$$-\frac{\pi}{2},-\frac{5\pi}{2},-\frac{9\pi}{2},-\frac{13\pi}{2},\cdots \tag{④}$$

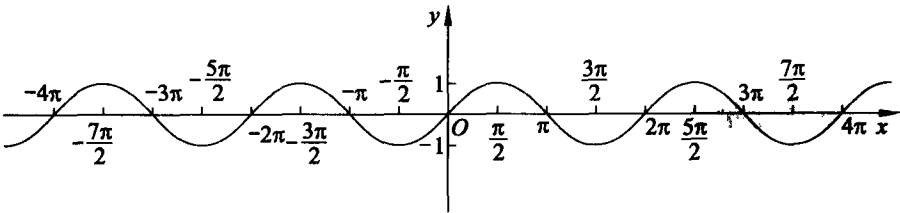


图 1-3

(5)正奇数 $1,3,5,7,\cdots$ 的倒数排成一列数

$$1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\cdots \tag{⑤}$$

(6)某人 2003 年 1~12 月工资,按月顺序排列为

$$1\ 100,1\ 100,1\ 100,\cdots,1\ 100. \tag{⑥}$$

一般地,按一定次序排列的一列数叫作**数列**,数列中的每一个数叫作这个数列的**项**.数列一般形式可以写成

$$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$$

简记为数列 $\{a_n\}$,其中数列的第 1 项 a_1 也称**首项**; a_n 是数列的第 n 项,也叫数列的**通项**.

如数列⑤中,首项 $a_1=1$;第 10 项 $a_{10}=\frac{1}{19}$;第 n 项(通项) $a_n=\frac{1}{2n-1}$.

像数列①,②,③,⑥这样的项数有限的数列,称为**有穷数列**;像数列④,⑤这样的项数无限的数列,称为**无穷数列**.

上面的数列⑤中,每一项的序号 n 与这一项 a_n 有下面的对应关系:

序号	1,	2,	3,	4, ⋯,	$n,$ ⋯
	↓	↓	↓	↓	↓
项	1,	$\frac{1}{3},$	$\frac{1}{5},$	$\frac{1}{7},$ ⋯,	$\frac{1}{2n-1},$ ⋯

可以看出,这个数列的每一项的序号 n 与这一项 a_n 的对应关系

可用如下公式表示:

$$a_n = \frac{1}{2n-1}.$$

这样,只要依次用序号 $1, 2, 3, \dots$ 代替公式中的 n , 就可以求出该数列相应的项.



实际上,对任意数列 $\{a_n\}$, 其每一项的序号与该项都有对应关系, 见表 1-2.

表 1-2

序号	1	2	3	4	$\dots$	n	$\dots$
项	a_1	a_2	a_3	a_4	$\dots$	a_n	$\dots$

因此数列也可以看作定义域为正整数集 $\mathbf{N}_+$ (或它的有限子集) 的函数, 当自变量从小到大依次取值时, 该函数对应的一系列函数值就是这个数列.

如果数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与 n 之间的函数关系可以用一个式子表示成 $a_n = f(n)$, 那么这个式子就叫作这个数列的通项公式, 数列的通项公式就是相应函数的解析式.

例如, 数列①的一个通项公式是

$$a_n = n + 2, n \in \{1, 2, 3, \dots, 7\};$$

数列④的一个通项公式是

$$a_n = -\frac{(4n-3)\pi}{2} \quad (n \in \mathbf{N}_+).$$

例 1 根据下面的通项公式, 分别写出数列的前 5 项.

$$(1) a_n = \frac{n}{n+2}; \quad (2) a_n = (-1)^n \cos \frac{n\pi}{4}.$$

解 (1) 在通项公式中依次取 $n=1, 2, 3, 4, 5$, 得到数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项为

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7};$$

(2) 在通项公式中依次取 $n=1, 2, 3, 4, 5$, 得到数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项为

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

例2 写出下面数列的一个通项公式.

(1) 3, 5, 7, 9, ...

(2) 1, 2, 4, 8, ...

(3) 9, 99, 999, 9 999, ...

解 (1) 观察知, 这个数列的前 4 项都是序号的 2 倍加 1, 所以它的一个通项公式为

$$a_n = 2n + 1;$$

(2) 这个数列的前 4 项可以写成 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$, 所以它的一个通项公式为

$$a_n = 2^{n-1};$$

(3) 这个数列的前 4 项可以写成 $10 - 1, 100 - 1, 1\ 000 - 1, 10\ 000 - 1$, 所以它的一个通项公式为

$$a_n = 10^n - 1.$$

练习

1. (口答) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 写出它的前 5 项.

(1) $a_n = 2n - 1;$

(2) $a_n = \frac{3 + (-1)^n}{n}.$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 25 - 2n$, 在下列各数中, 不是 $\{a_n\}$ 的项.

A. 1

B. -1

C. 2

D. 3

3. 使数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项依次是 20, 11, 2, -7 的一个通项公式是 ().

A. $a_n = 9n + 11$

B. $a_n = -9n + 29$

C. $a_n = 15.5 + (-1)^{n+1} 4.5$

D. $a_n = 9n - 16$

4. 写出下面数列的一个通项公式.

(1) 2, 4, 6, 8, ...

(2) 10, 20, 30, 40, ...

1.2 数列的函数特性



实例分析

新中国成立后, 我国 1952~1994 年间部分年份进出口贸易总额 (亿美元) 数据排成一数列:

19.4, 31.0, 42.5, 45.9, 147.5, 381.4, 696.0, 1 154.4, 2 367.3.

此数列也可以用图直观表示(如图 1-4).

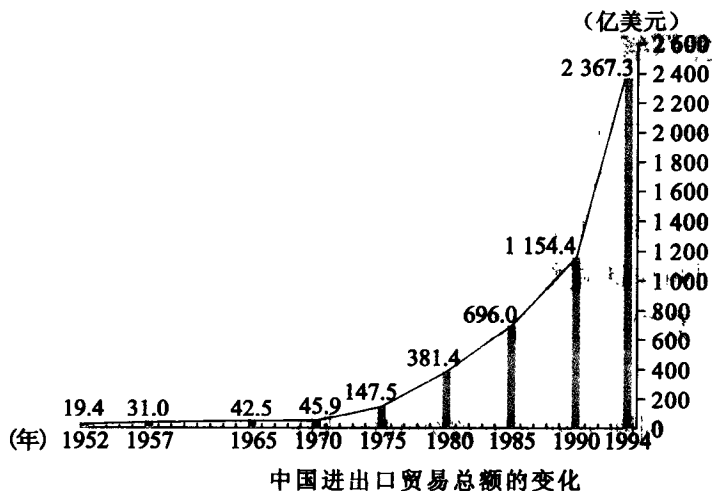


图 1-4

由此图可以看出我国 1952~1994 年部分年间,各时期进出口贸易总额的增长变化情况.

我们可以把一个数列用图像来表示:

图 1-5 是数列①:3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的图像;

图 1-6 是数列⑤: $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ 的图像;

图 1-7 是数列⑥: 1 100, 1 100, $\dots$, 1 100 的图像.

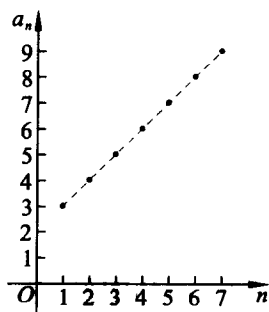


图 1-5

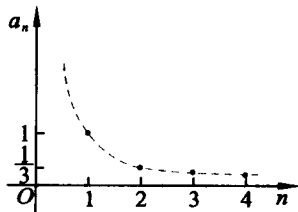


图 1-6

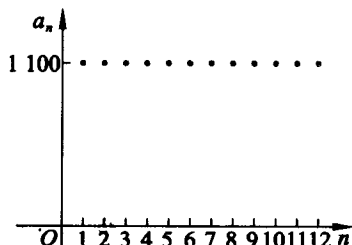


图 1-7

从图中可以看出,数列①的函数图像上升,称这样的数列为递增数列;数列⑤的函数图像下降,称这样的数列为递减数列;数列⑥称为常数列.

一般地,一个数列 $\{a_n\}$,如果从第2项起,每一项都大于它前面的一项,即 $a_{n+1} > a_n$,那么这个数列叫作**递增数列**.

如果从第2项起,每一项都小于它前面的一项,即 $a_{n+1} < a_n$,那么这个数列叫作**递减数列**.

如果数列 $\{a_n\}$ 的各项都相等,那么这个数列叫作**常数列**.

例3 判断下列无穷数列的增减性.

(1) $2, 1, 0, -1, \dots, 3-n, \dots$

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$

解 (1) 设 $a_n = 3-n$, 那么

$$a_{n+1} = 3 - (n+1) = 2-n,$$

$$a_{n+1} - a_n = (2-n) - (3-n) = -1,$$

所以 $a_{n+1} < a_n$, 因此数列 $\{a_n\}$ 是**递减数列**.

(2) 设 $b_n = \frac{n}{n+1}$, 那么

$$b_{n+1} = \frac{n+1}{(n+1)+1} = \frac{n+1}{n+2},$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} > 0,$$

所以 $b_{n+1} > b_n$, 因此这个数列是**递增数列**.

例4 作出数列 $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \dots$ 的图像, 并分析数列的增减性.

解 图1-8是这个数列的图像, 数列各项的值负正相间, 表示数列的各点相对于横轴上下摆动, 它既不是递增的, 也不是递减的.

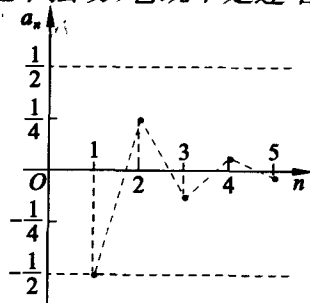


图 1-8

例 5 一辆邮车每天从 A 地往 B 地运送邮件,沿途(包括 A, B)共有 8 站,从 A 地出发时,装上发往后面 7 站的邮件各一个,到达后面各站后卸下前面各站发往该站的一个邮件,同时装上该站发往下面各站的邮件各一个. 试写出邮车在各站装卸完毕后剩余邮件个数所成的数列,画出该数列的图像,并判断该数列的增减性.

解 将 A, B 之间所有站按序 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 编号,通过计算,上面各站剩余邮件数依次排成数列:

$$7, 12, 15, 16, 15, 12, 7, 0.$$

填写表 1-3.

表 1-3

站号	1	2	3	4	5	6	7	8
剩余邮件数	7	12	15	16	15	12	7	0

该数列的图像如图 1-9 所示.

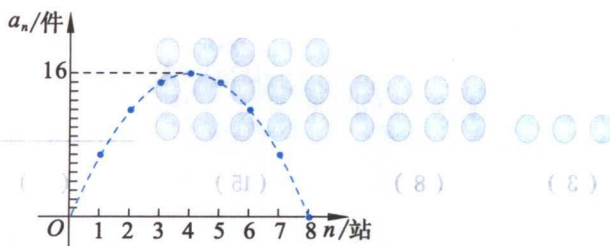


图 1-9

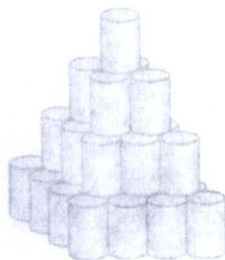
它在 $\{1, 2, 3, 4\}$ 上是递增的, 在 $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 上是递减的.

练习

- 在 1984 到 2000 年的五届夏季奥运会上,我国获得的金牌数依次排成数列: 15, 5, 16, 16, 28. 试画出该数列的图像.
- 已知下列数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n , 画出数列的图像, 并判断数列的增减性.

(1) $a_n = -n + 1$;

(2) $a_n = 2^{n-1}$.



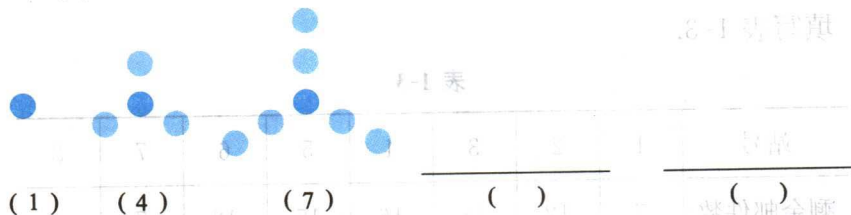
(图 2-9)

习题 1-1

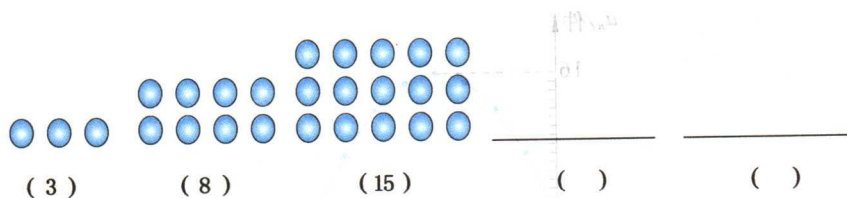
A 组

- 根据下面的图形及相应的点数，在空格及括号中分别填上适当的图形和数，写出点数的通项公式。

(1)



(2)



- 根据数列的通项公式填表。

n	1	2	...	10	...	...	n
a_n			...		...	420	$n(n+1)$

- 在商店里，如图分层堆砌易拉罐，最顶层放 1 个，第二层放 4 个，第三层放 9 个。如此下去，第六层放几个？

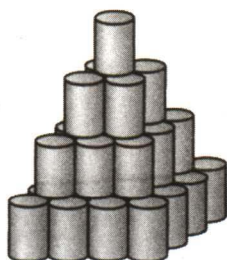
- 求下列数列的一个通项公式。

(1) 3, 8, 13, 18, ...

(2) 5, 50, 500, 5 000, ...

- 数列 $\{a_n\}$ 的通项是 $a_n = n^2 - 3n - 28$ ，画出该数列的图像。根据图像，判断从第几项起，这个数列是递增的。

- 已知 $a_n = 2n^2 - 15n + 3$ ，画出数列的图像，求数列 $\{a_n\}$ 的最小项。



(第 3 题)