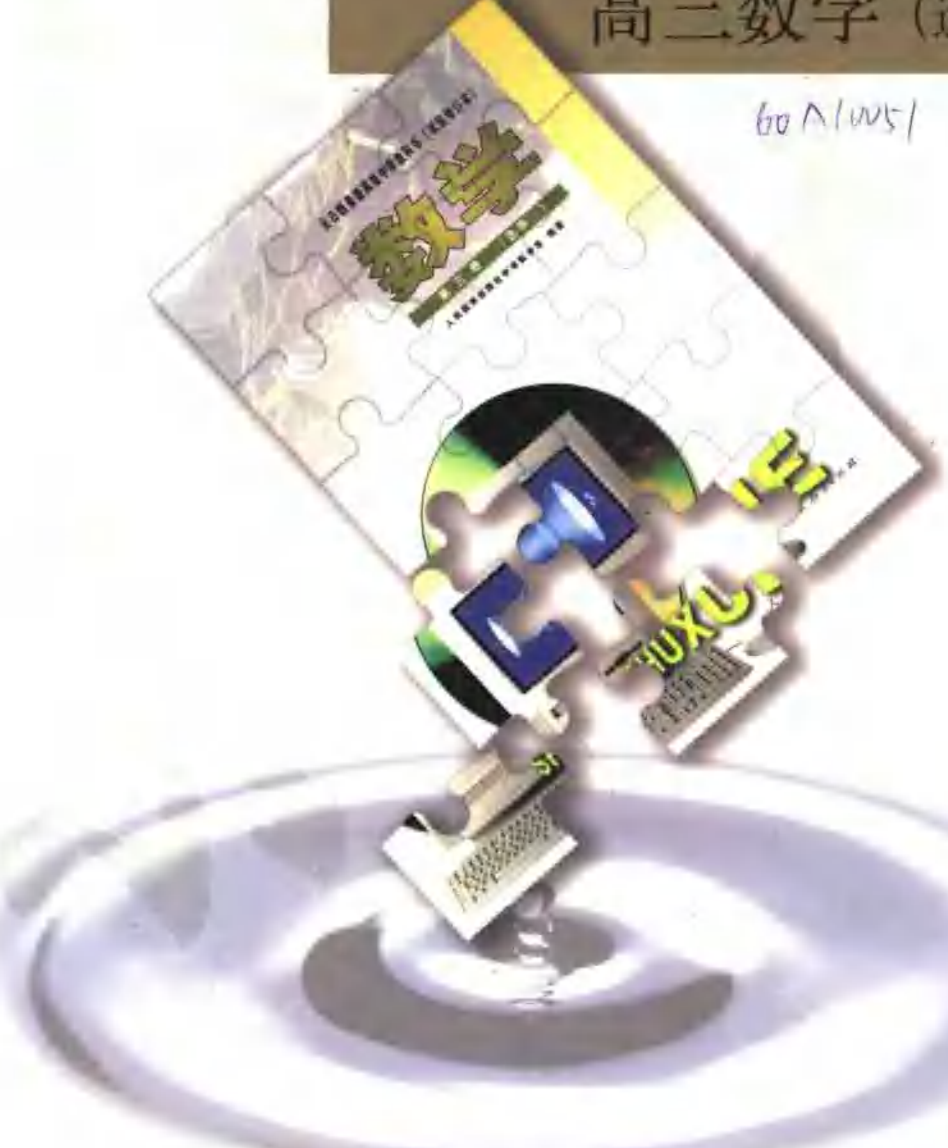
学人教版教材
用人教版教辅

高中同步
第三次修订版

与人教版最新高中教材同步

教材精析精练

高三数学（选修Ⅱ）全



人民教育出版社　延边教育出版社

高中同步系列(第三次修订版)

与人教版最新高中教材同步

教材精析精练

高三数学（选修Ⅱ）全

学校________________

班级________________

姓名________________

人民教育出版社　延边教育出版社

□ 顾　　问：顾振彪　蔡上鹤　龚亚夫
□ 策　　划：鼎尖教育研究中心
□ 执行策划：韩　杨　黄俊葵
□ 丛书主编：周益新
□ 本册主编：于学勤
□ 编　　著：杨吉淳　冯进军　安振邦
　　　　　　王雅玲　于学勤
□ 责任编辑：皮明华
□ 法律顾问：北京陈鹰律师事务所（010-64970501）
□ 封面设计：王　雎　于文燕
□ 版式设计：李　超

与人教版最新高中教材同步

《教材精析精练》高三数学（选修Ⅱ）全（第三次修订版）

出　　版：人民教育出版社　延边教育出版社
发　　行：延边教育出版社
地　　址：吉林省延吉市友谊路 363 号（133000）
　　　　　北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003（100080）
网　　址：http://www.topedu.net.cn
电　　话：0433-2913975　010-82608550
传　　真：0433-2913971　010-82608856
排　　版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷：大厂书文印刷有限公司
开　　本：787×1092　16 开本
印　　张：12.25
字　　数：330 千字
版　　次：2002 年 6 月第 1 版　2005 年 3 月第 4 版
印　　次：2005 年 3 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-5437-4747-2/G・4276
定　　价：14.50 元

内容结构与能力培养过程示意图(高中同步)

1.知识归纳

对新教材透彻分析，将知识系统化，易学、易懂、易记

2.学法建议

从宏观上对学习本课时内容提出建议或从微观上采用独到办法突破重难点

3.潜能开发

以“活题”为例，介绍思维技巧，剖析思维障碍的原因，指出排除思维障碍的办法

4.知能达标训练

突出新教材内基础的、核心的、可再生性的知识与技能转化训练

5.综合能力训练

依据新大纲，密切联系生产、生产实际，侧重思维向纵向延伸和横向拓展方向的训练

单元小结

1.热点聚焦

梳理单元重点热点内容，构建学科知识体系

2.研究性学习

提供素质教育案例，激发学生自主学习，引导学生自己设计方案，构思答案

3.显能测试

考核新教材，新大纲知识和能力范围以内必须达到的要求，测试聚合思维能力

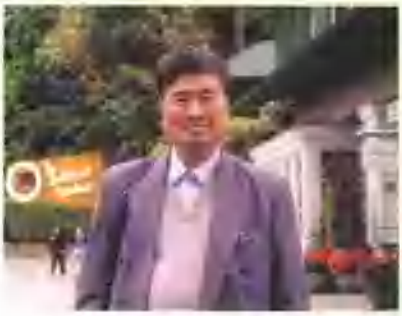
4.潜能测试

考核遵循新教学大纲，不拘泥于新教材的内容，测试发散思维能力

丛书顾问 Congshu Guwen

顾振彪 1965年毕业于华东师范大学中文系，人民教育出版社中学语文室编审，课程教材研究所研究员。从事中学语文教材编写、研究工作三十多年，参与或主持编写初、高中语文教材多套。与人合著《语文教材编制与使用》《文学创作技巧七十题》《新中国中学语文教育大典》等，并撰写论文《义务教育初中语文教材的编写与实验》《国外文学教材管窥》等数十篇。

蔡上鹤 1964年毕业于华东师范大学数学系，人民教育出版社编审。主要从事中学数学课程、教材的理论研究和实践活动。曾编写过中学数学通用教材、中学数学教学指导书，著有《数学纵横谈》《初中数学学习问答》等书；发表过50余篇学术论文，其中《民族素质和数学素养》一文被原国家教委评为一等奖。1983、1984年参加高考数学试卷的命题工作。曾出席国际数学教育大会和国际数学教育心理学会议。1995年10月被国务院授予有突出贡献专家称号。现兼任中国数学会《数学通报》编委、人教社《中小学教材教学（中学理科版）》副主编、北京师范大学兼职教授。



龚亚夫 全国政协第九届委员会委员，课程教材研究所研究员，人民教育出版社英语室主任、编审，现行高中英语教学大纲及新基础教育英语课程核心小组成员。加拿大约克大学教育系研究生毕业，获教育硕士学位。长期从事基础英语教育研究工作，曾在北京海淀区教师进修学校、美国威斯康辛州私立学校任教。1991-1993年在教育部基础教育司工作。主编、改编过多套大型电视英语教学片，其中较有影响的有《走遍美国》《澳洲之旅》《TPR儿童英语》等，参与编著英语教材、英语学习方法等各类图书，并发表文章数十篇。

Congshu Zhubian 丛书主编

周益新 中国科协教育专家委员会学术委员、全国优秀地理教师、《中国教育报》特聘高考研究专家，湖北省黄冈中学文科综合课题研究组组长、湖北省黄冈市地理教学研究会理事长。自1982年起，一直在黄冈中学任教，所带班级的高考成绩特别优异。近几年来，潜心研究素质教育、创新教育、学生潜能开发的方法、途径，并归纳总结“3+X”高考改革模式下的文科综合教学方法，在《光明日报》《中国教育报》等国家级报刊上发表教研论文数十篇，其中在《中国教育报》发表的专论《走出“3+X”误区》和《近三年来文科综合能力测试命题思路的探讨》被数百家媒体转载。受各级教育行政部门的邀请，作过多场文科综合专题研究报告。为全国部分省市教育行政部门组织的大型考试命题，负责的文科综合试题的各项指标均达到理想水平。从1984年起，长期坚持组织学生开展地理野外综合考察等研究性学习活动，指导学生撰写的研究性学习小论文多次获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。在2002年国家教育部基础教育司和《中国教育报》联合举办的“素质教育案例”评选活动中获奖。策划并主编《教材精析精练》《黄冈兵法》《黄冈教练》《点击名师》等多部优秀系列图书。

前　言

由人民教育出版社、延边教育出版社联合出版的《教材精析精练》率先与新课程、新理念接轨，融入自主、合作、探究学习的全新学习理念，一举成为全国优秀教辅精品图书。两年来，全国几万所中学教学实践的检验和反馈表明，该丛书栏目新颖、版式活泼、讲解透彻、科学性强、题目灵活、准确率高、题量适中，能帮助学生进行高品质的有效学习，使学生在高效的学习中能力与成绩迅猛提升！

为了使《教材精析精练》发挥“第二教材”的独到功能，人民教育出版社、延边教育出版社通过多种渠道收集各方面对《教材精析精练》修订的合理建议，约请湖北黄冈市，江苏启东市、无锡市，山西太原市、大同市等地的国内著名教育专家、特级教师对全书做了第三次全面修订。

修订后的《教材精析精练》具有以下突出特点：

权威性——以国家教育部颁布的新教学大纲为纲，以人民教育出版社最新修订的高中教材为依据，人民教育出版社各学科编辑室指导全书编写工作并审定书稿。

新颖性——与人民教育出版社最新修订教材配套，融入最新的教育理念和一代名师最新的教学精华，关注全国各地最新的高考模式和试题设计思路，减少陈题、不选偏题、精编活题、首创新题，启迪思维方法。

前瞻性——突出素质教育的要求，强调培养学生的创新精神和实践能力，原创大量与生产、生活实际和社会热点问题联系密切、学生自己构思答案的探究性习题和反映最新高考动态的潜能测试题，以培养和提高学生的发散思维能力。

实用性——第三次修订着重在“精析”和“精练”上狠下功夫，遵循课堂讲解与练习严格同步的实用性原则，强调讲解通俗易懂、言简意赅、分析精辟和指导到位，突出内容的新颖和形式的灵活、习题数量的适当和层次比例的合理，注重命题考查主干知识点和思维的技巧点、探究点、发散点及解题的关键点。

科学性——按学习规律和思维能力培养的规律循序渐进，突出能力升级五步递进——知识归纳、学法建议、潜能开发、知能达标训练、综合能力训练，科学地对学生进行显能测试和潜能测试，培养和提高学生思维的敏捷性、科学性、深刻性和发散性。

这套丛书在策划、组稿、编写、审读整个过程中，得到了人民教育出版社和延边教育出版社的支持和指导，在此一并致谢。

思维是智力的核心，思维更是能力的体现。思维的表现特征是素质教育和创新教育重要的研究课题。在我国，对中学生进行自主学习、尝试探疑、发现知识、寻找学习规律、科学的思维技巧训练、显能测试和潜能测试是一种新的教学尝试。尽管丛书是作者长期教学实践和潜心研究的心得和成果，但仍需要不断完善，不当之处，恳请专家读者指正。

丛书主编：周益新
2005年3月

目　录

目 录

第 1 章

概率与统计

一　随机变量

1.1　离散型随机变量的分布列

知识归纳

离散型随机变量

↓

离散型随机变量的分布列

↓

ξ	x_1	x_2	x_3	…	x_i	…
P	p_1	p_2	p_3	…	p_i	…

← 若 ξ 服从几何分布，则 $P(\xi=k)=q^{k-1}p$，$(q=1-p, k=1,2,3,\cdots)$

→ 二项分布 $\xi\sim B(n,p)$：$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$．$(q=1-p, k=0,1,2,\cdots,n)$

↓

分布列的两个性质：

(1)$p_i\geqslant 0, i=1,2,\cdots$；　(2)$p_1+p_2+\cdots=1$.

学法建议

1. 随机试验中，所谓"试验"一词有十分广泛的含义，建议从下面几个方面理解：凡是对现象的观察或为此进行的实验我们都称之为试验，一个试验如果满足下述条件：

(1)试验可以在相同的情形下重复进行；

(2)试验的所有可能结果是明确可知的，并且不止一个；

(3)每次试验总是恰好出现这些结果中的一个，但在一次试验之前却不能肯定这次试验会出现哪一个结果.

就称这样的试验是一个随机试验，为方便起见，也简称试验.

2. 随机变量取哪些值，来源于实际问题. 如射击一次命中的环数 ξ. 因为所研究的是射手一次射击所得几环的问题，故环数 ξ 只能是按实际中计算环数的方法进行. 若是投掷飞标一次所得分数 ξ 为随机变量，显然就由飞标盘的得分方法来计算了. 因此，关注生活周围的事情，也有利于自己理解和解决问题.

3. 离散型随机变量 ξ 的概率分布，即 ξ 的分布列，指的就是随机变量 ξ 与这一变量所对应概率 P 的二维表，它反映了 ξ 取值的分布情况，有时为了叙述方便，也用那些能写出对应关系的等式来代替这一

表格，但实质是一样的.

4. 分布列中 P 行中的概率值，一定满足两个性质，即：

(1)$P_i \geqslant 0, i=1,2,\cdots$，这是由概率的非负性所决定的.

(2)$P_1+P_2+\cdots=1$，这是因为一次试验的各种结果是相斥的，而全部结果之和为一必然事件. 要注意对这两个性质的理解和应用.

5. 所谓二项分布，是 n 次独立重复试验，某事件发生次数 ξ 为随机变量，则 ξ 的取值只能是不超过 n 的自然数.

6. 所谓几何分布，就是在独立重复试验中，某事件第一次发生时所作试验的次数 ξ 也是一个取值为正整数的离散型随机变量. "$\xi=k$"表示在第 k 次独立重复试验时事件第一次发生，我们称这样的随机变量 ξ 服从几何分布.

潜能开发

[例 1]6 件产品中有 2 件次品，从中任取一件，则下列是随机变量的为 (　　)

A. 取到产品的个数　　B. 取到正品的个数

C. 取到正品的概率　　D. 取到次品的概率

思维诊断

理解随机变量的定义是解决问题的关键，不能把取到正品(或次品)的概率，错误地当作随机变量.

思路分析

用定义判断.

[解答]依随机变量的定义，随机变量是随机试验的结果，排除 C，D，又随机试验的结果是不确定的，排除 A，选 B.

[例 2]若离散型随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	0	1
P	$9c^2-c$	$3-8c$

试求出常数 c.

思维诊断

学生们只注意 $P_1+P_2=1$，忽略 $P_1\geqslant 0, P_2\geqslant 0$，而经常导致错误.

思路分析

由随机变量的分布列都具有的两个性质，即可得解.

[解答]由分布列的性质，得

$(9c^2-c)+(3-8c)=1$，

即 $9c^2-9c+2=0$

$(3c-1)(3c-2)=0$，

$\therefore c=\frac{1}{3}$ 或 $c=\frac{2}{3}$.

当 $c=\frac{1}{3}$ 时，$9c^2-c=\frac{2}{3}, 3-8c=\frac{1}{3}$.

当 $c=\frac{2}{3}$ 时，$9c^2-c=\frac{10}{3}>1$（舍去），

$\therefore c=\frac{1}{3}$.

[例 3] 一个口袋装有 5 只同样大小的球，编号分别为 1，2，3，4，5，从中同时取出 3 只，以 ξ 表示取出球的最小号码，求 ξ 的分布列.

思维诊断

不能错误地认为，取出球的最小号码只有 1 号，因而无法解题.

思路分析

因为同时取出 3 只球，而 ξ 表示取出球最小的号码，所以 ξ 的取值只能是 1，2，3.

[解答] 当 $\xi=1$ 时，其他两球可在剩余的 4 只球中任意选取，

因此 $P(\xi=1)=\frac{C_4^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}=0.6$；

当 $\xi=2$ 时，其他两球可在编号为 3，4，5 的小球中选取，

因此 $P(\xi=2)=\frac{C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}=0.3$；

当 $\xi=3$ 时，其他两球只可能是 4，5 号球，

因此 $P(\xi=3)=\frac{C_2^2}{C_5^3}=\frac{1}{10}=0.1$，

所以 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3
P	0.6	0.3	0.1

[例 4] 设随机变量 ξ 的分布列 $P\left(\xi=\frac{k}{5}\right)=ak$，$(k=1,2,3,4,5)$.（1）求常数 a 的值；（2）求 $P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)$；（3）求 $P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)$.

思维诊断

随机变量并不一定要取整数值. 它的取值一般来源于实际问题，且有其特定的含义，因此，可以是 **R** 中的任意值. 但这并不意味着可以取任何值，它只能取分布列中的值，而随机变量取某值时，其所表示的某一实验发生的概率值，必须符合性质.

将分布列简写成一个通项型表达式，只是为了叙述方便，而表格形式更能直观反映每种实验可能的分布，两种实质内容是一致的.

思路分析

（1）分布列有两条重要的性质：$P_i\geqslant0$，$i=1,2,\cdots$；$P_1+P_2+\cdots=1$. 利用第二条性质可得 a 值.（2）（3）由于 ξ 的可能取值为 $\frac{1}{5}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}$，1. 所以满足 $\xi\geqslant\frac{3}{5}$ 或 $\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}$ 的 ξ 值，只能是在 $\frac{1}{5}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}$，1 中选取，且它们之间在一次实验中为互斥事件. 故求得满足条件各概率之和即可.

[解答]（1）由 $a\cdot1+a\cdot2+a\cdot3+a\cdot4+a\cdot5=1$，得 $a=\frac{1}{15}$；

（2）因为分布列为 $P\left(\xi=\frac{k}{5}\right)=\frac{1}{15}k$，$(k=1,2,3,4,5)$

（解法一）$P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)=P\left(\xi=\frac{3}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{4}{5}\right)+P(\xi=1)=$

$\frac{3}{15}+\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{4}{5}$；

(解法二) $P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)=1-\left[P\left(\xi=\frac{1}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{2}{5}\right)\right]=1-\left(\frac{1}{15}+\frac{2}{15}\right)=\frac{4}{5}$；

(3)因为$\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}$,只有$\xi=\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5}$时满足,故

$P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)=P\left(\xi=\frac{1}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{2}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{3}{15}=\frac{2}{5}$.

[例 5]某一中学生心理咨询中心服务电话接通率为$\frac{3}{4}$,某班3名同学商定明天分别就同一问题询问该服务中心.且每人只拨打一次,求他们中成功咨询的人数ξ的分布列.

思维诊断

关键是理解二项分布的特点:即某同一事件,在n次独立重复实验中,以事件发生的次数ξ为随机变量.

思路分析

3个人各做一次试验,看成三次独立重复试验,拨通这一电话的人数即为事件的发生次数ξ,故符合二项分布.

[解答]由题意可知:$\xi\sim B\left(3,\frac{3}{4}\right)$,所以$P(\xi=k)=C_3^k\left(\frac{3}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{3-k}$,$k=0,1,2,3$.分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$

[例 6]某射手有5发子弹,射击一次命中概率为0.9,如果命中就停止射击,否则一直到子弹用尽,求耗用子弹数ξ的分布列.

思维诊断

搞清$\xi=5$的含义,防止这步出错.$\xi=5$时,可分两种情况:一是前4发都没射中,恰第5发射中,概率为$0.1^4\times0.9$;二是这5发都没射中,概率为0.1^5,所以,$P(\xi=5)=0.1^4\times0.9+0.1^5$.当然,$\xi=5$还有一种算法:即$P(\xi=5)=1-(0.9+0.09+0.009+0.000\ 9)=0.000\ 1$.

思路分析

确定ξ取哪些值以及各值所代表的随机事件概率,即可得分布列.

[解答]本题要求我们给出耗用子弹数ξ的概率分布列.我们知道只有5发子弹,所以ξ的取值只有1,2,3,4,5.当$\xi=1$时,即$P(\xi=1)=0.9$;当$\xi=2$时,要求第一次没射中,第二次射中,故$P(\xi=2)=0.1\times0.9=0.09$;同理,$\xi=3$时,要求前两次没有射中,第三次射中,$P(\xi=3)=0.1^2\times0.9=0.009$;类似地,$P(\xi=4)=0.1^3\times0.9=0.000\ 9$;第5次射击不同,只要前四次射不中,都要射第5发子弹,也不考虑是否射中,所以$P(\xi=5)=0.1^4$,所以耗用子弹数ξ的分布列为:

ξ	1	2	3	4	5
P	0.9	0.09	0.009	0.000 9	0.000 1

[例 7](2004 天津)从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加演讲比赛. 设随机变量 ξ 表示所选 3 人中女生的人数.

(1)求 ξ 的分布列；

(2)求“所选 3 人中女生的人数 $\xi\leqslant 1$”的概率.

思维诊断

容易将“$\xi\leqslant 1$”错误地理解为“$\xi=1$”. 而丢掉“$\xi=0$”.

思路分析

ξ 可能取值是 0,1,2. 所选 3 人中有 k 个女生,则有 $3-k$ 个男生.

[解答](1)ξ 可能取的值为 0,1,2.

$$P(\xi=k)=\frac{C_2^kC_4^{3-k}}{C_6^3},k=0,1,2.$$

所以,ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

(2)由(1),“所选 3 人中女生人数 $\xi\leqslant 1$”的概率为

$P(\xi\leqslant 1)=P(\xi=0)+P(\xi=1)=\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$.

知能达标训练

1. 如果 ξ 是一个离散型随机变量,则假命题是 (　　)

A. ξ 取每一个可能值的概率都是非负实数

B. ξ 取所有可能值的概率之和为 1

C. ξ 取某几个值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D. ξ 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

2. 已知随机变量 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B\left(6,\frac{1}{3}\right)$,则 $P(\xi=2)$ 等于 (　　)

A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{4}{243}$　　C. $\frac{13}{243}$　　D. $\frac{80}{243}$

3. 设某批电子手表正品率为 $\frac{3}{4}$,次品率为 $\frac{1}{4}$,现对该批电子表进行测试,设第 ξ 次首次测到正品,则 $P(\xi=3)$ 等于 (　　)

A. $C_3^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$　　B. $C_3^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)$

4. 一袋中有 5 个白球 3 个红球,现从袋中往外取球,每次任取一个记下颜色后放回,直到红球出现 10 次时停止. 设停止时共取了 ξ 次球,则 $P(\xi=12)$ 等于 (　　)

A. $C_{12}^{10}\left(\frac{3}{8}\right)^{10}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^2$　　B. $C_{11}^{9}\left(\frac{3}{8}\right)^{9}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{8}\right)$

C. $C_{11}^{9}\left(\frac{5}{8}\right)^{9}\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^2$　　D. $C_{11}^{9}\left(\frac{3}{8}\right)^{9}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^2$

5. 若 $P(\xi\leqslant x_2)=1-\beta,P(\xi\geqslant x_1)=1-\alpha$,其中 $x_1<x_2$,则 $P(x_1\leqslant\xi\leqslant x_2)$ 等于 (　　)

A. $(1-\alpha)(1-\beta)$　　B. $1-(\alpha+\beta)$　　C. $1-\alpha(1-\beta)$　　D. $1-\beta(1-\alpha)$

6. (2004 全国Ⅱ)从装有 3 个红球，2 个白球的袋中随机取出 2 个球，设其中有 ξ 个红球，则随机变量 ξ 的概率分布为：

ξ	0	1	2
P			

7. 袋中有 4 只红球 3 只黑球，从袋中任取 4 只球，取到 1 只红球得 1 分，取到 1 只黑球得 3 分，设随机变量 ξ 表示所得分数，则 $P(\xi\leqslant 6)=$________.

8. 设随机变量 ξ 的概率分布列为下左表，则在下右表中，试写出 $\xi+2$ 的分布列：

ξ	-2	$-\frac{1}{2}$	0	2	4
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

$\xi+2$	0	$\frac{3}{2}$	2	4	6
P					

9. (2004 福建)某射手射击 1 次，击中目标的概率是 0.9. 他连续射击 4 次，且各次射击是否击中目标相互之间没有影响. 有下列结论：

①他第 3 次击中目标的概率是 0.9；

②他恰好击中目标 3 次的概率是 $0.9^3\times 0.1$；

③他至少击中目标 1 次的概率是 $1-0.1^4$.

其中正确结论的序号是________.(写出所有正确结论的序号)

10. 设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=i)=\frac{i}{10}, i=1,2,3,4$. 求出：

(1) $P(\xi=1$ 或 $\xi=2)$；

(2) $P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{7}{2}\right)$.

11. 随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	-1	0	1	2	3
P	0.16	$\frac{a}{10}$	a^2	$\frac{a}{5}$	0.3

，求常数 a.

12. 设 $\xi\sim B(2,p)$，$\eta\sim B(4,p)$，已知 $P(\xi\geqslant 1)=\frac{5}{9}$，求 $P(\eta\geqslant 1)$.

13. 袋中有 7 个球，其中有 4 个红球，3 个黑球，从袋中任取 3 个球，求取出的红球数 ξ 的分布列及 $P(\xi>2)$.

14. 一射手连续地向某目标进行射击，直到某一次命中目标为止，若每次命中目标的概率为 p，试求所需射击次数的分布列.

15. (2004 福建)甲、乙两人参加一次英语口语考试，已知在备选的 10 道试题中，甲能答对其中的 6 题、乙能答对其中的 8 题. 规定每次考试都从备选题中随机抽出 3 题进行测试，至少答 2 题才算合格.

(1)求甲答对试题数ξ的概率分布；

(2)求甲、乙两人至少有一人考试合格的概率.

综合能力训练

1. 数字 1,2,3,4 任意排成一列，如果数字 k 恰好出现在第 k 个位置上，则称有一个巧合，求巧合数ξ的分布列.

2. 从 0,1,2,3,4,5 这六个数字中，任取两个不同的数字，设ξ为这两个数字之差的绝对值，求随机变量ξ的分布列.

1.2 离散型随机变量的期望与方差

知识归纳

- 离散型随机变量的分布列
  - 数学期望
    - $E(a\xi+b)=aE\xi+b$
    - 若 $\xi\sim B(n,p)$ 则 $E\xi=np$
    - 若ξ服从几何分布，且 $P(\xi=k)=g(k,p)$ 则 $E\xi=1/p$
    - $E\xi$ 反映随机变量取值的平均水平，也称均值或加权平均数.
  - 内在联系：$D\xi=E\xi^2-(E\xi)^2$
  - 方差及标准差
    - $D\xi$ 反映随机变量取值的稳定与波动，集中与离散的程度
    - 若 $\xi\sim B(n,p)$ 则 $D\xi=npq(q=1-p)$
    - 若ξ服从几何分布，且 $P(\xi=k)=g(k,p)$ 则 $D\xi=q/p^2(q=1-p)$
    - $D(a\xi+b)=a^2D\xi$

学法建议

1. 随机变量的期望与方差，都是随机变量的重要特征数(或数字特征)，是对随机变量的一种简明

的描述，它们所反映的随机变量的情况有着很重要的实际意义，所以，不仅需要掌握其计算公式和方法，也要学会通过这些数据分析其含义，从而为决策提供依据.

2. 怎样正确认识离散型随机变量的数学期望值呢？例如：在一次商业活动中，某人获利300元的概率为0.6，亏损100元的概率为0.4，求此人在这样的一次商业活动中获利的数学期望，可得 $E\xi=300\times0.6+(-100)\times0.4=140$(元). 这表明此人有希望获利140元，但注意：对于这样一次商业活动，此人不是赚300元，就是亏100元，但如果他重复从事这类商业活动，那么，从平均意义上说，每次可获利的加权平均值为这个期望值，正如概率作为随机事件发生的频率一样，要在大量现象中才能显现出来.

3. 方差的正确认识：方差 $D\xi$ 是 ξ 取值时，以它的数学期望 $E\xi$ 为中心的分散程度($E\xi$ 在这里是常量)，而标准差 $\sigma\xi=\sqrt{D\xi}$ 与随机变量有相同的单位，故它也反映了 ξ 取值时与 $E\xi$ 为中心的分散程度，也有着较为广泛的应用.

4. 注意随机变量的方差 $D\xi=(x_1-E\xi)^2p_1+(x_2-E\xi)^2p_2+\cdots+(x_n-E\xi)^2p_n$，公式与初中所学的样本方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$ 的区别，即不要忘记各项都乘上相应的 $P(\xi=x_i)$.

潜能开发

[例1]两名战士在一次射击比赛中，战士甲得1分、2分、3分的概率分别为0.4，0.1，0.5；战士乙得1分、2分、3分的概率分别为0.1，0.6，0.3，那么两名战士得胜希望最大的是谁？

思维诊断

根据计算结果为依据，而不是依主观猜测，这是科学的态度. 此题需要比较两名战士的得分期望，而不能只看得最高分的概率是多大.

思路分析

希望的大小，只能通过数学期望来比较. 故先写出战士甲乙在这比赛中得分的概率分布列，通过计算看谁的得分数学期望大，从而解决问题.

[解答]设这次射击比赛战士甲得 ξ_1 分，战士乙得 ξ_2 分，则分布列如下：

ξ_1	1	2	3
P	0.4	0.1	0.5

ξ_2	1	2	3
P	0.1	0.6	0.3

根据期望公式：

$E\xi_1=1\times0.4+2\times0.1+3\times0.5=2.1$；

$E\xi_2=1\times0.1+2\times0.6+3\times0.3=2.2$；

$E\xi_2>E\xi_1$，故这次射击战士乙得分的数学期望较大，所以，得胜希望大.

[例2]交5元钱，可以参加一次摸奖，一袋中有同样大小的球10个，其中有8个标有1元钱，2个标有5元钱，摸奖者只能从中任取2个球，他所得奖励是所抽2球的钱数之和. 求抽奖人获利的数学期望.

思维诊断

要分清楚是谁获利？不能忽视了先交5元才能参加这一抽奖，故不能只计算