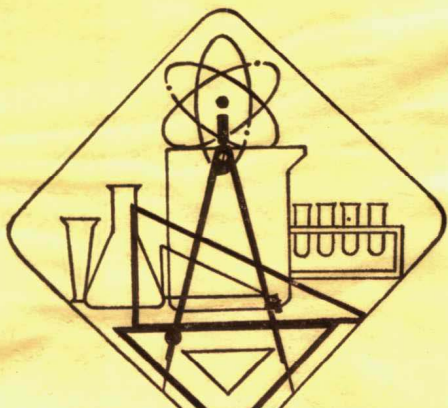


中学数理化学习指导丛书

初三代数辅导与练习



重 庆 出 版 社

中学数理化学习指导丛书

初三代数辅导与练习

北京市海淀区教师进修学校主编

重 庆 出 版 社

一九八二年·重庆

编 者

北京市八一中学	李鸿元
北京第三师范	于金海
北京医学院附中	刘孝兰
北京市十一学校	张怡平
北京市第十九中学	段发善
北京市海淀区教师进修学校	陈保民 赵大佛

初四代数辅导与练习

重庆出版社出版 (重庆李子坝正街102号)
四川省新华书店重庆发行所发行
重 庆 印 制 一 厂 印 刷

开本 787×1092 1/32 印张 4 字数 83 千
1982 年 6 月第一版 1982 年 6 月第一次印刷
印数 1—450,000

书号: 7114·13

定价: 0.29 元

内 容 提 要

本册是配合初三数学教材编写的。书中对每一章的知识结构进行了分析，对重点、难点进行了更详细的讲解，对习题进行了归类，并随时注意介绍教师教学中的经验和体会。对学生来说，它是一位不说话的数学辅导员。书中还配备了一定量的典型例题和习题，尤其每章都附有一份自我检查题。因此，本书又为学生对所学数学知识的练习和检查提供了材料。

前 言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能借助于它督促和检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能帮助自己辅导学生的书籍。为了解决这种问题，我们组织了一些有教学经验的教师，编写了这套书。

通过教学实践，我们认识到：

(1) 只有把知识的结构分析清楚时，它才易于学生理解、记忆和运用；

(2) 打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识之中，重点、难点之处掌握不好，又是有些学生学习不好的主要原因；

(3) 引导学生对学过哪些主要题型心中有数，同时又掌握各类题型的解题规律，是提高学生解题能力的有效途径；

(4) 在学好基础知识的前提下，提高综合运用知识的能力，以及把知识向深、广两个方面进行适当的引申，对学习较好的学生来说，不但是可以的而且是应该的；

(5) 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上认识，本书在编写时，朝以下几个方面做了一定努力：

(1) 注重知识系统和结构的分析;

(2) 注重基础知识,尤其是重点、难点部分的详细、通俗的讲解;

(3) 注重把习题归类,列出主要题型,配以典型例题,并说明解题规律;

(4) 注重介绍教师的经验和体会,并适当启发学生对所学知识做更深入地思考;

(5) 在每单元之后,配备知识窗尽量全、具有一定综合性、足以检查本单元的学习是否可以“通过”的自我检查题。

限于编者水平,书中难免出现错误或不妥之处。我们诚恳地希望读者给予批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

1982年9月

目 录

第一章：直角坐标系	(1)
一、结构分析.....	(1)
二、重点、难点分析.....	(2)
1. 平面直角坐标系.....	(2)
2. 两点间的距离.....	(4)
3. 线段的定比分点.....	(5)
4. 用解析法证明一些平面几何中的问题.....	(7)
三、题型.....	(9)
四、启发与体会.....	(17)
练习.....	(21)
自我检查题.....	(24)
第二章：解三角形	(28)
一、结构分析.....	(29)
二、重点、难点分析.....	(30)
1. 三角函数的定义.....	(30)
2. 基本公式及有关定理.....	(38)
3. 解三角形.....	(48)
4. 解三角形的应用问题.....	(57)
三、题型.....	(63)
练习.....	(64)

自我检查题	(67)
第三章：函数及其图象	(69)
一、结构分析	(69)
二、重点、难点分析	(70)
1. 函数概念	(70)
2. 函数中自变量的取值范围	(72)
3. 二次函数的图象和性质	(73)
4. 不等式组和一元二次不等式的解集	(76)
三、题型	(79)
四、启发与体会	(91)
自我检查题	(95)
第四章：统计初步	(98)
一、结构分析	(98)
二、重点、难点分析	(101)
1. 平均数	(101)
2. 方差与标准差	(102)
3. 频率分布	(105)
三、题型	(108)
自我检查题	(110)
初中代数综合练习一	(111)
初中代数综合练习二	(112)

第一章 直角坐标系

一、结构分析

你还记得什么叫数轴吗？规定了原点，正方向和长度单位的直线叫数轴。在数轴上，每一个点的位置都能用一个实数来表示。反过来，一个实数在数轴上都有唯一的一个点和它对应。我们说数轴上的点与实数之间具有一一对应关系。

平面内一一对应着怎样的实数呢？这一章可以帮助你解决这个问题。这一章的内容可分为四部分：第一部分，平面直角坐标系；第二部分，两点间的距离公式；第三部分，线段的定比分点公式；第四部分，用解析法来证明平面几何中的问题。直角坐标系是在数轴基础上建立起来的新概念。在本章中，平面直角坐标系这一部分是学习后面三部分内容的基础。有了平面直角坐标系，我们对坐标平面上任意两点可以通过代数计算的方法准确地计算出它的长度和分它成定比的分点的位置。两点间的距离公式和线段定比分点公式，这两个公式都是解析几何中十分有用的基本公式。

在本册书中，直角坐标系是学习第二章解三角形、第三章函数及其图象的基础。

在中学数学中，直角坐标系是进一步研究函数，学习解析几何的基础。

平面直角坐标系概念的建立有着重大的意义。可以说它开创了一个研究数学问题的新道路。因为点是几何研究的最基本的对象，数是代数研究的最基本的对象，它们本来是不相干的东西，有了平面直角坐标系，就使坐标平面上的点与一对有序实数之间建立起一一对应关系，使得用代数方法研究几何图形，用几何图形及其性质（用几何方法）研究代数成为可能。几何与代数这两学科在有了直角坐标系后就紧密地联系起来了。

二、重点、难点分析

1. 平面直角坐标系

通过结构分析可知平面直角坐标系是本章教材的第一个重点。对于平面直角坐标系的概念要认真掌握。特别是，由坐标平面上的点求出它的坐标；由点的坐标找点，是进一步学习数学的一个非常重要的基本功，必须准确、熟练掌握。另外，还要掌握各个象限内点的坐标的特征，掌握 x 轴上的点、 y 轴上的点、 I 、 II 象限及 III 、 IV 象限角平分线上的点的坐标的特征，掌握与 x 轴平行的直线上的点、与 y 轴平行的直线上的点的坐标的特征。这些知识在今后的学习中都是非常有用的。

(1) 平面直角坐标系。

在平面内 (a) 两条数轴 (b) 有公共的原点 (c) 互相垂直就构成了平面直角坐标系

由于平面直角坐标系是由两条数轴构成的，所以在画平

面直角坐标系时必须注意到数轴的三要素，即原点、方向、长度单位，此外这两条数轴垂直且原点重合。为了区别这两条数轴，通常把画成水平的数轴叫做 x 轴（又称横轴），规定向右为正方向；通常把画成铅直的数轴叫做 y 轴（又称纵轴），规定向上为正方向。

（2）点的坐标

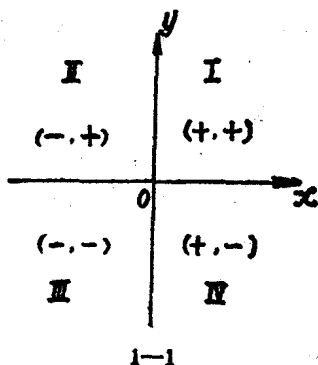
已知坐标平面内一点 M 。过 M 作 y 轴的平行线交 x 轴于 M_1 。再过 M 作 x 轴的平行线交 y 轴于 M_2 。 M_1 ， M_2 在数轴上的坐标 a ， b 分别叫点 M 的横坐标和纵坐标。 a 、 b 这一对有序实数，称做点 M 的坐标，记作： (a, b) 。

（3）各个象限内点的横、纵坐标的符号

建立了坐标系的平面被 x 轴， y 轴分成四部分。从右上部分开始，按逆时针方向，依次叫做第 I，II，III，IV 象限（见图 1-1）。在理解的基础上要牢记各象限内点的横、纵坐标的符号。另外还要注意 x 轴正半轴上点的特征是 $(+, 0)$ ； x 负半轴上点的特征是 $(-, 0)$ ； y 轴正半轴上的点的特征是 $(0, +)$ ； y 轴负半轴上的点的特征是 $(0, -)$ 。原点的坐标是 $(0, 0)$ 。

（4）与坐标轴对称的点

关于 x 轴对称的两个点，它们的横坐标相同，纵坐标的绝对值相同符号相反；关于 y 轴对称的两个点它们的纵坐标相同，横坐标的绝对值相同符号相反；关于原点对称的两个点它们横坐标



与横坐标，纵坐标与纵坐标互为相反数。

平行于 x 轴的直线上不同的点它们的纵坐标相同，横坐标不同；平行于 y 轴的直线上不同的点它们的横坐标相同，纵坐标不同。

在 I, II 象限角平分线上的点横坐标与纵坐标相同；在 III, IV 象限角平分线上的点它们的横坐标与纵坐标互为相反数。

(5) 坐标平面上的点与一对“有序”实数建立起一一对应关系。什么叫“有序”实数？就是有先后顺序的实数。也就是说 (x, y) 与 (y, x) 的意义一般说来是不相同的。 (x, y) 表示这个点的横坐标是 x ，纵坐标是 y 。而 (y, x) 表示这个点的横坐标是 y ，纵坐标是 x 。“先横后纵”这个规定我们必须记住。

2. 两点间的距离

两点间的距离公式是经常用到的一个基本公式。它是本章的第二个重点。

课本中先学习有向线段的概念，学习数轴上两点间的距离公式，学习平行于坐标轴的直线上两点间的距离公式。在此基础上，应用勾股定理推导出坐标平面上任意两点间的距离公式。

(1) 有向线段

平面几何中的线段是只有长短，没有方向，不分正负的。为了进一步学习，我们引入有向线段的概念。“规定了方向的线段叫做有向线段”。于是，有向线段 AB 和 BA 的意义就不一样了。对于有向线段 AB ， A 表示起点， B 表示终点，如果它在数轴上，并且从 A 到 B 的方向与数轴的方向

向一致，它就是正的，反之就是负的。

在数轴上一条有向线段的数量等于它的终点的坐标减去起点的坐标。

$$AB = x_B - x_A.$$

(2) 同一数轴上两点间的距离

在数轴上 A, B 两点间的距离记做 $|AB|$ ，它等于有向线段 AB 的数量的绝对值。

$$|AB| = |x_B - x_A|.$$

(3) 坐标平面上平行于坐标轴的两点之间的距离。

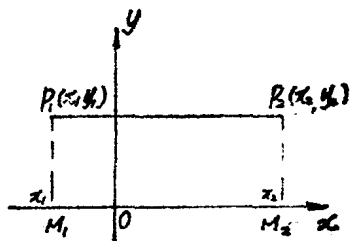
已知: $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 。

如果 $P_1P_2 \parallel x$ 轴。过 P_1, P_2 分别做 y 轴的平行线交 x 轴于 M_1, M_2 ，那么 $P_1M_1M_2P_2$ 是矩形(见图 1-2)。根据矩形的对边相等，我们得到:

$$|P_1P_2| = |x_2 - x_1|.$$

同理，如果 $P_1P_2 \parallel y$ 轴，我们有:

$$|P_1P_2| = |y_2 - y_1|.$$



1-2

(4) 坐标平面上任意两点间的距离

已知两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ ，那么它们之间的距离

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

在这个公式中一共有五个量，知道其中任意四个量就能求出第五个量

3. 线段的定比分点

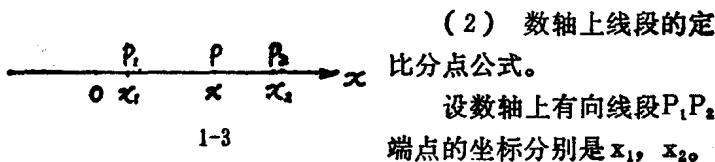
线段的定比分点公式是解析几何中的重要公式。定比 λ

(读做兰姆塔)是一个比较难掌握的概念。在本书中用的是“活分点”，“正定比”的方法来讲解的。解题时，首先要判断谁是起点，谁是终点，谁是分点。再根据“ λ =起点到分点这条有向线段的数量:分点到终点这条有向线段的数量”来确定定比的值。这些学生掌握起来比较困难，是本章中的第一个难点。

本节首先给出了定比的定义，再根据平行线分线段成比例定理把求坐标平面上任一线段的定比分点的坐标转化成求数轴上定比分点的坐标问题，从而导出线段的定比分点公式。

(1) 定比 λ 。

点 P 把线段 P_1P_2 分成 P_1P 和 PP_2 ，那么 $\frac{P_1P}{PP_2} = \lambda$ 。



分点 P 的坐标是 x 。(见图 1-3.) 那么:

$$P_1P = x - x_1 \quad PP_2 = x_2 - x$$

$$\therefore \lambda = \frac{P_1P}{PP_2}$$

$$\therefore \lambda = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$$

去分母，整理得

$$(1 + \lambda)x = x_1 + \lambda x_2$$

当 $\lambda \neq -1$ 时

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$$

(3) 线段的定比分点公式。

已知线段 P_1P_2 的两个端点分别是 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ ，

点 P 把线段 P_1P_2 分成 P_1P 和 PP_2 两部分，且 $\frac{P_1P}{PP_2} = \lambda$

($\lambda \neq -1$)，那么 P 点的坐标是：

$$\boxed{x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}}$$

(4) 线段中点坐标公式。

如果 $P(x, y)$ 是线段 P_1P_2 的中点， P_1, P_2 的坐标分别为 $(x_1,$

$x_2), (x_2, y_2)$ 。这时， $\frac{P_1P}{PP_2} = \lambda = 1$ 。那么

$$\boxed{x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}}$$

4. 用解析法证明一些平面几何中的问题。

在课本中并没有这么一节，但在本章确实介绍了这么一种证题方法。对于初学者来说，这是一种全新的证题方法，因此学起来会感到比较困难，是本章的第二个难点。我们试图通过下面问题来说明如何用解析法证明平面几何题。

例。用解析方法证明三角形中位线定理。

分析：使用解析法首先要建立直角坐标系。把 $\triangle ABC$ 放到坐标平面上，使 B 点与坐标原点重合，一边 BC 与 x 轴重合。 D, E 是 AB, AC 的中点，那么要证 $DE \parallel BC$ 就是要证 $DE \parallel x$ 轴，就是要看 D, E 二点是不是有相同的纵坐标。要

证 $|DE| = \frac{1}{2} |BC|$ 只要利用两点间的距离公式分别求出它们的长度再看看 $|DE|$ 是不是真是 $|BC|$ 的一半就可以了。

证明：以 B 点为坐标原点，以 BC 所在直线为 x 轴，以过 B 点垂直于 BC 的直线为 y 轴如图 1-4 所示建立直角坐标系。设 A、C 的坐标分别为 (b, c) 、 $(a, 0)$ 。这里 $B(0, 0)$ 。

$\because$ D、E 分别是 AB、AC 的中点。

$$\therefore D\left(\frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right), E\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

$\because$ D、E 的纵坐标相同，

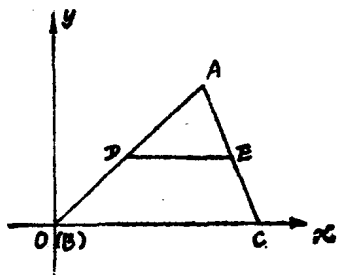
$\therefore DE \parallel x$ 轴，即 $DE \parallel BC$ 。

$$\text{又 } |DE| = \left| \frac{a+b}{2} - \frac{b}{2} \right| = \left| \frac{a}{2} \right|$$

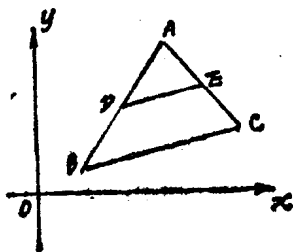
$$|BC| = |a - 0| = |a|。$$

$$\therefore |DE| = \frac{1}{2} |BC|。$$

通过这题我们可以看出，用解析法证明平面几何题，添加辅助线的难点避开了，并且思路简明。但是，用解析法证明几何题首先要建立“适当”的坐标系。坐标系建立的是否



1-4



1-5

适当，对于解题的难易有很大关系。上面这题，如果如图1-5来建立坐标系，应用我们现在所学的知识是无法证明的。就是将来学习了用直线的斜率相等能证明 $DE \parallel BC$ ，但是证题时的计算量要比上面证法大的多。

怎样建立“适当”的坐标系呢？当前我们主要的办法是：

(a) 如果题目中有直角这个条件，往往把两条直角边所在的直线做为 x 轴， y 轴。

(b) 如果所给的图形是轴对称图形，往往把对称轴当做坐标轴。

(c) 往往把题目中已知的线段所在的直线做为坐标轴，以它的一个端点或中点做为坐标原点。

这样建立坐标系将使点的坐标变得简单，证起题来便容易了。

三. 题 型

1. 用 $-1, 2, -3, 4$ 能组成多少组有序实数对？都是什么？再以这些有序实数对为坐标的点画在平面直角坐标系中。

解：用 $-1, 2, -3, 4$ 能组成12对有序实数对。它们是：

