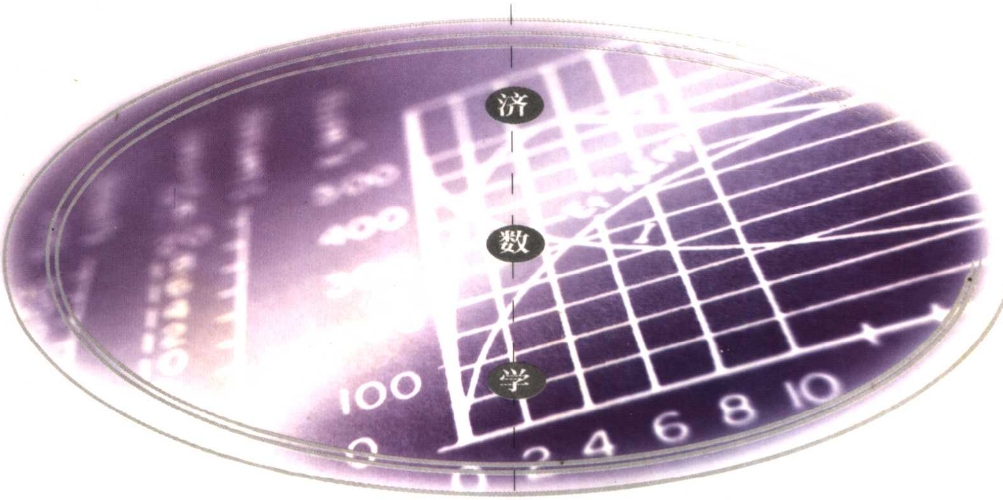
JINGJI SHUXUE JICHU

21世纪 高职高专经济管理系列教材

经济数学基础



经济数学基础(二)

Jingji Shuxue Jichu

●主　编　　王正均

●副主编　　郭才顺　高建立

●主　审　　陈迪祥

重庆大学出版社

21世纪高职高专经济管理系列教材

经济数学基础

（二）

主　编　王正均
副主编　郭才顺　高建立
主　审　程迪祥

• 内容提要 •

本书内容包括:行列式,矩阵,线性方程组与线性规划,随机事件及其概率,随机变量,实用统计基础等.

本书还附有习题,复习题,附录及习题答案.可供高职高专经济管理专业的师生教学使用,也可供相关人员学习参考.

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础(二)/王正均主编.—重庆:重庆大学出版社,2002.8
21世纪高职高专经济管理系列教材
ISBN 7-5624-2650-3

Ⅰ.经… Ⅱ.王… Ⅲ.经济数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第048798号

21世纪高职高专经济管理系列教材

经济数学基础

(二)

主编 王正均

责任编辑:肖顺杰 谭 敏 版式设计:邱 慧

责任校对:任卓惠 责任印制:张永洋

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编:400044

电话:(023)65102378 65105781

传真:(023)65103686 65105565

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)

全国新华书店经销

自贡新华印刷厂印刷

*

开本:787×960 1/16 印张:11.5 字数:206千

2002年8月第1版 2002年8月第1次印刷

印数:1—5 000

ISBN 7-5624-2650-3/F·259 定价:15.00元

系列教材编委会

（以姓氏笔画为序）

王　珑	王学梅	王庆全	王庆国	朱　虹
吴跃平	张　矢	张　炜	张孝友	张举刚
张国梁	何　隽	安德利	吕何新	陈　跃
季　辉	周　铭	苟爱梅	姚建平	徐　阳
夏昌祥	黄启良	袁建平	傅志明	谢　红

系列教材参编学校

（排名不分先后）

天津职业大学
石家庄经济学院
西南农业大学经贸学院
株州职业技术学院
武汉职业技术学院
昆明冶金高等专科学校
湖北孝感职业技术学院
湖北长江职业技术学院
广西职业技术学院
东南大学经济管理学院
成都电子机械高等专科学校
浙江工业大学职业技术学院
南昌水利水电高等专科学校
天津工业职业技术学院
浙江树人大学
长沙民政职业技术学院
广西机电职业技术学院
贵州大学职业技术学院
湖北十堰职业技术学院
上海工会管理干部学院
重庆电子职业技术学院
新疆机电职业技术学院
西北工业大学金叶信息技术学院
广东交通职业技术学院
重庆工业高等专科学校
重庆光彩职业技术学院

总序

总　序

经过近20年的改革开放，我国已基本建立了市场经济体系，加入世界贸易组织，更加快了全球经济一体化的进程。国外先进的管理方法和理念、新的经济理论和符合国际惯例的贸易规则，必须在经济管理教材中得到充分体现。

市场经济和管理科学的发展，需要一大批懂理论、善操作、面向一线的经济管理专门人才，这是高等职业教育的重要任务。根据高等职业教育应定位为"理论够用，注重实际操作"的精神，适应高等职业教育教材建设的需要，教育部已经在全国着手教材建设，重庆大学出版社《21世纪高职高专经济管理系列教材》便是在这种背景下产生的。

在教材方面，目前可供大学本科学生选用的较多，适合高等职业教育学生需要的教材极少。重庆大学出版社已经于2000年出版了高职高专信息类、公共课程类两套系列教材，本系列教材是在吸收前两套系列教材编写经验的基础上，联合全国二十多所相关院校编写出版的（该系列教材首期出版共20种，以后将陆续出齐专业基础课和专业课）。首期出版的教材是：《经济学原理》《经济法概论》《现代企业管理》《市场营销学》《市场营销案例与分析》《实用公共关系》《管理学基础》《管理信息系统》《审计理论与实务》《金融概论》《国际金融》《统计学基础》《应用写作》《会计学基础》《成本会计》《财务会计》《会计模拟实训教程》《财务管理》《经济数学基础（一）》《经济数学基础（二）》。

本系列教材的特点，一是紧扣教育部高职高专培养目标和对各门课程的基本要求，编写目的明确，针对性强；二是理论精当，繁简适度，内容取舍合理，注意了知识的系统性、实用性和先进性；三是将案例融入相关理论，既使理论讲述生动、形象，又体现了高职高专应用性人才的培养目标；四是反映了最新

政策法规和制度，选用最新的数据资料，吸收了理论和实践的最新成果；五是各章末有小结并附有案例讨论题、复习思考题或习题，便于学生课后复习和练习。

经济管理类教材的编写涉及我国许多处于不断完善中的法规、政策和制度，各方面对这套教材的期望与要求又很高，尽管我们力求完美，但编写的难度较大，书中不免存在一些缺点和疏漏，恳请专家、读者批评指正，以便修订再版时进一步完善。

编委会

2002 年 1 月 5 日

编者的话

E.A 编者的话

本教材是21世纪高职高专经济类专业系列教材之一，本教材的编写是根据教育部高职高专培养目标和对本课程的基本要求，结合全国高职高专经济类系列教材研讨会精神编写而成，并经系列教材编审委员会审定.

本教材编写的立足点放在“培养高级技术应用型人才的应用能力”上，突出“以应用为目的，必须、够用为度”的指导思想. 引例、例题与习题的选取尽可能反映当今社会经济生活，突出经济类数学教材的特色.

本教材分(一)、(二)两册，共十三章，上册建议学时为80学时，下册建议学时为70学时. 教学中可根据学生的学习情况适当安排一定数量的实训时间.

本教材经过拟纲定纲，分工编写，主编统稿，主审审阅，集体评稿，主编定稿几个环节编写而成. 具有以下特色：

1. 结合高职高专经济管理类专业的特点，淡化理论，力图以实例引出数学问题，进而分析、解决所要求解的问题，进行数学的概念，理论、方法、应用等内容的介绍与阐述.

2. 在不失教材内容的科学性与系统性的前提下，不刻意追求数学的完整性，理论的推导或证明尽可能简单明了，能用直观图形说明的则只用直观图形去说明，减少了严密理论证明的冗长与繁琐.

3. 突出实际应用，密切联系经济专业特点，尽力采用经济专业知识去讲解应用实例.

4. 文字叙述力求深入浅出，形象思维，注意培养学生的抽象思维、逻辑推理，观察综合、应用计算以及分析问题和解决问题的能力.

本教材可作为高职高专、成人高校和本科院校的二级学院的经济管理类专业的教学用书,也可作为经济管理人员的自学用书.

参加《经济数学基础》(一)的编人员为:南昌水利水电高等专科学校周铭(第一章与第八章),武汉职业技术学院肖海军(第二章),广西机电职业技术学院龙伟忠(第三章与第四章),成都理工大学罗俊松,重庆光彩职业技术学院唐再平(第五章),成都理工大学范涛,重庆光彩职业技术学院唐再平(第六章),新疆机电职业技术学院聂华(第七章);全书框架结构由周铭承担,统稿由聂华承担,主审由魏莹承担.

参加《经济数学基础》(二)的编写人员为:重庆光彩职业技术学院冉瑞兴(第一章),新疆乌鲁木齐职工大学孙萍(第二章),南昌水利水电高等学校郭才顺(第三章),天津电子信息职业技术学院高建立(第四章),广东交通职业技术学院黄循彪(第五章),重庆电子职业技术学院王正均(第六章).

鉴于编者水平所限,本教材难免有欠妥甚至错误之处,恳请读者批评指正.

编者

2002年2月

目录

EA 目录

第一章

行列式

行列式是解线性方程组的重要工具,而在许多经济问题中又要涉及到解线性方程组的问题. 因此,学好行列式的一些基本知识对经济类专业的学生来说是十分重要的. 本章将学习行列式的基本概念、性质及计算方法.

第一节 二、三阶行列式

一、二阶行列式及计算

任何一个二元一次方程组都可写成如下形式:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \tag{1-1}$$

其中,a_{ij}为未知数 x_j 的系数($i,j=1,2$),i 表示第 i 个方程,j 表示第 j 个未知量.

可以用消元法来解这个线性方程组. 当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时,方程组(1-1)有惟一解,这个惟一解可表示为:

$$x_1 = \frac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}, \qquad x_2 = \frac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

由解的表达式知道,方程组的未知数可以用其系数表示出来,因此这个解的表达式可以作为解的公式. 但这个公式记忆起来很不方便,应寻求一种新的方法来表示方程组的解. 为此引进二阶行列式的概念:

定义 1-1 用 2×2 个数 $a_{ij}(i,j=1,2)$ 排成二行(横排叫做行)二列(纵排

叫做列)的形式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

叫做二阶行列式,构成行列式的数叫做行列式的元素.规定这个行列式表示数 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$,其中,$a_{ij}$的下标 i ,j 表示该元素在第 i 行,第 j 列,如 a_{21} 表示第 2 行第 1 列的元素.代数式 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ 叫做这个二阶行列式的展开式.

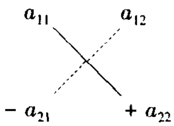


图 1-1

在这个二阶行列式中有两条对角线,从左上角到右下角的对角线叫做主对角线,即连结图中 $a_{11}a_{22}$ 的连线.从右上角到左下角的对角线叫做次对角线,即连结图中 $a_{12}a_{21}$ 的连线.规定:主对角线上元素的乘积取正号,次对角线上元素的乘积取负号.如图 1-1 所示.这种展开二阶行列式的方法称为对角线法.

为方便起见,可将方程组(1)的解简记为:

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D}$$

其中 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, $D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$, $D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$

行列式 D 叫做方程组的系数行列式.

例 1-1 求解方程组 (1) $\begin{cases} 3x_1+x_2=14 \\ x_1-5x_2=-6 \end{cases}$, (2) $\begin{cases} 2x_1+5x_2=1 \\ 3x_1+7x_2=2 \end{cases}$

解 (1)因为

$$D=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}=3\times(-5)-1\times1=-16\neq0$$

又有 $D_1=\begin{vmatrix} 14 & 1 \\ -6 & -5 \end{vmatrix}=14\times(-5)-1\times(-6)=-64$

$$D_1=\begin{vmatrix} 3 & 14 \\ 1 & -6 \end{vmatrix}=3\times(-6)-1\times14=-32$$

所以 $x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{-64}{-16}=4$, $x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{-32}{-16}=2$

(2)因为

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}=14-15=-1\neq0,$$

又有

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 7 - 10 = -3, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1,$$

所以 $$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-3}{-1} = 3, \ x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{1}{-1} = -1.$$

二、三阶行列式及计算

仿照二阶行列式,可以同样地引进三阶行列式.

定义 1-2 用 3×3 个数构成如下的形式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

称为三阶行列式. 它表示代数和:$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{32}a_{23}$,这个代数和又叫做三阶行列式的展开式. 为便于记忆,给出图 1-2,图中左上角到右下角有三条实线,各实线连结的三个元素的乘积前冠以正号,而从右上到左下的三虚线连结的三元素的乘积前冠以负号,最后再取这六项的代数和. 这种展开三阶行列式的方法也叫做对角线法.

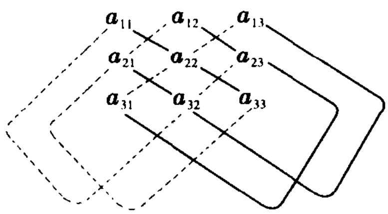


图 1-2

对于三元一次线性方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$ (1-2)

如果系数行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$ 则:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D},$$

其中

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

例 1-2 求解方程组 $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=9 \\ 2x_1+x_2+4x_3=15 \\ x_1-x_2+x_3=6 \end{cases}$

解 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=1\times1\times1+2\times4\times1+(-3)\times2\times(-1)-$

$(-3)\times1\times1-2\times2\times1-1\times(-1)\times4=18$

$D_1=\begin{vmatrix} -9 & 2 & -3 \\ 15 & 1 & 4 \\ 6 & -1 & 1 \end{vmatrix}=-9\times1\times1+2\times4\times6+(-3)\times(-1)\times$

$15-(-3)\times1\times6-2\times15\times1-(-9)\times(-1)\times4=36$

$D_2=\begin{vmatrix} 1 & -9 & -3 \\ 2 & 15 & 4 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}=1\times15\times1+(-9)\times4\times1+(-3)\times6\times2-$

$(-3)\times15\times1-(-9)\times2\times1-1\times6\times4=-18$

$D_3=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -9 \\ 2 & 1 & 15 \\ 1 & -1 & 6 \end{vmatrix}=1\times1\times6+2\times15\times1+(-9)\times(-1)\times$

$2-(-9)\times1\times1-2\times2\times6-1\times(-1)\times15=54$

所以 $x_1=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{36}{18}=2$, $x_2=\dfrac{D_2}{D}=-\dfrac{18}{18}=-1$, $x_3=\dfrac{D_3}{D}=\dfrac{54}{18}=3$

必须注意,对角线法则只适用于二阶、三阶行列式.这种方法用于计算其他行列式必然会导致错误.为了更方便准确地计算行列式,下面介绍代数余子式的概念.

在三阶行列式中,对于每一个元素 a_{ij},划去 a_{ij}所在的行和列,剩下的元素按原顺序组成的二阶行列式叫做元素 a_{ij} 的余子式,记为 M_{ij},而 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$叫做元素 a_{ij}的代数余子式.

如:$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$中元素 a_{12}的余子式为 $M_{12}=\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$,$a_{12}$的代数余

子式为

$$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}$$

可以证明,三阶行列式等于它的任何一行(或列)的元素与对应的代数余子式的乘积之和.

即: $$D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+a_{i3}A_{i3}=\sum_{j=1}^{3}a_{ij}A_{ij}(i=1,2,3) \tag{1-3}$$

或 $$D=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+a_{3j}A_{3j}=\sum_{i=1}^{3}a_{ij}A_{ij}(j=1,2,3) \tag{1-4}$$

这个结论叫做行列式的展开定理,(1-3)式称为行列式 D 按第 i 行展开的展开式,(1-4)式称为行列式按第 j 列展开的展开式.

例如在(1-3)式中当 $i=2$ 时,有

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{21}A_{21}+a_{22}A_{22}+a_{23}A_{23}=$$

$$a_{21}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{22}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{23}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

在(1-4)式中当 $j=3$ 时,有

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{13}A_{13}+a_{23}A_{23}+a_{33}A_{33}=$$

$$a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}-a_{23}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}+a_{33}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}$$

如果规定一阶行列式 $|a_{11}|=a_{11}$,那么这种展开方法对于二阶行列式同样适用,例如:

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}=a_{11}|a_{22}|-a_{12}|a_{21}|=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

例 1-3 计算行列式

$$\begin{vmatrix}3&1&-1\\2&-1&5\\8&1&6\end{vmatrix}$$

解 将行列式按第二列展开得