

初中代数教学辅导

第二册

山东教育出版社

初中代数教学辅导

第二册

王恩大 编

山东教育出版社

一九八三年·济南

初中代数教学辅导
第二册

王恩大 编

•

山东教育出版社出版
(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东蓬莱印刷厂印刷

•

787×1092毫米32开本 9.125印张 193千字

1983年8月第1版 1983年8月第1次印刷

印数1—37,500

书号7275·140 定价0.74元

前 言

为了帮助初中数学教师更好地理解和掌握教材，研究和改进教学方法，提高教学质量，我们根据全日制十年制学校初中《代数》课本（1982年版）编写了这套教学辅导，以供参考。

这套教学辅导共分六册（包括代数四册，几何两册），每一册都按照相应教材的内容和章节顺序进行编写。在编写过程中，注意参考中学数学教学大纲的要求，侧重于分析教材，揭示教材的内在联系，剖析教学重点和难点，提供课时教学建议。教师在参考时应从学生的实际出发，科学地处理教材，灵活采用适当的教学方法，不可机械套用。

由于编者水平所限和时间仓促，书中难免有不当之处，恳请批评指正。

编 者

目 录

全册教材说明	(1)
第五章 二元一次方程组	(6)
【教材内容】	(6)
【目的要求】	(7)
【重点难点】	(8)
【课时分配与教学建议】	(8)
【参考资料】	(57)
第六章 整式的乘除	(64)
【教材内容】	(64)
【目的要求】	(65)
【重点难点】	(65)
【课时分配与教学建议】	(66)
【参考资料】	(125)
第七章 因式分解	(132)
【教材内容】	(132)
【目的要求】	(133)
【重点难点】	(133)
【课时分配与教学建议】	(134)
【参考资料】	(188)
第八章 分式	(196)

【教材内容】	(196)
【目的要求】	(197)
【重点难点】	(197)
【课时分配与教学建议】	(199)
【参考资料】	(278)

全册教材说明

这册教材包括二元一次方程组、整式的乘除、因式分解和分式四部分内容。二元一次方程组是第一册中一元一次方程和一元一次不等式的自然延伸，不仅知识联系密切，而且处理问题的方法类似；同时，学完二元一次方程组后，关于一次方程的知识在初中即可告一段落。由于学习一元一次方程和一元一次不等式的需要，在第一册已经学习了整式的加减法，为了继续学习和解决实际问题的需要，在二元一次方程组后，安排了整式乘除法、因式分解和分式三部分内容。这三章内容是密切联系的，学完这些内容之后，有关有理式的知识，在初中即可告一段落。

中学数学要求学生抽象思维的能力提高了；要求学生对于数学知识、数学方法的认识过程缩短了；要求学生进一步发展逻辑思维能力；要求学生具有较前更高的思维灵活性和独立处理问题的能力。对于进入中学只有半年的学生来说，以上各点认识并不自觉，学习方法仍不适应。为此，教材在编写时，注意了以下几点：

1、增强直观性

中学代数比小学数学的抽象性更强。虽经一学期的学习，但学生使用字母的能力还不强，他们刚刚习惯于用字母表示数，还不习惯于用字母表示式子。这册教材的特点之一是公式、法则多，而公式、法则中的字母，不仅表示数，在更多的情况下是表示式的。这是教学中的一个难点。教材是

通过加强直观性来克服这一难点的。例如，乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

除用式子进行推导外，还用几何图形加以说明，以加深对公式的理解。

再如，用

$$\begin{array}{c} y = \boxed{2x} \\ \downarrow \\ x + y = 3 \end{array}$$

借助箭头把字母和它所代表的式子连接起来，帮助学生理解代入法解二元一次方程组；用

$$(2x-5y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5y + (5y)^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (a-b)^2 & = & a^2 & - & 2 \cdot a \cdot b & + & b^2 \end{array}$$

$$27-8a^3 = 3^3 - (2a)^3 = (3-2a) \{3^2 + 3 \cdot 2a + (2a)^2\}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a^3 - b^3 & = & (a-b) & (a^2 + a \cdot b + b^2) \end{array}$$

借助于箭头把字母和它所表示的式子连接起来，帮助学生理解完全平方公式和立方差的因式分解等。

2、充分利用类比与对比

类比和对比是更好地利用知识迁移规律，提高教学质量的一个重要方法，它有利于新的性质、法则的引出，有助于帮助学生理解和建立正确的概念。本册教材的编写，充分注意了这一点。例如，多项式除以多项式的竖式格式，是类比多位数除以多位数得出的；分式的基本性质和四则运算，是类比分数的基本性质和相应的法则得出的。再如，在讲因式分解时，对比 $2 \times 3 = 6$ 是乘法， $6 = 2 \times 3$ 是因数分解，

来说明 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 是整式乘法, $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 是因式分解, 以使学生明确整式乘法与因式分解之间的区别与联系, 建立正确的概念。

3、注意由浅入深、循序渐进

学生掌握知识、形成能力的过程, 是一个由浅入深、循序渐进的认识过程。教材在编写时, 充分注意了学生认识过程的这一特点。例如, 在讲解用加减法解二元一次方程组时, 先出两个方程中同一个未知数的系数绝对值相等的, 再出一个是一个是另一个的整倍数的, 然后出不是整倍数的; 在讲因式分解时, 从最基本的入手, 逐步引到比较复杂的和带有综合性的, 等等。

4、注意温故孕新

数学知识的系统性很强, 前面的知识不熟悉, 就无法继续学习; 同时, 通过一次学习, 就企图让学生永远不忘是不可能的。因此, 教材的编写注意了有计划地复习第一册学过的旧知识, 适当地配备了一定数量的复习第一册内容的习题。

此外, 为了分散难点, 教材还注意在不加重学生负担、不加深教材难度的前提下, 为以后学习新知识, 适当做了些孕伏工作。例如, 在二元一次方程组的习题二中, 有下列类型的题:

(1) 在等式 $y=kx+b$ 中, 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 $x=3$ 时, $y=3$ 。求 k 和 b 的值;

$$(2) \begin{cases} x=-1, \\ y=-1 \end{cases}, \begin{cases} x=2, \\ y=6 \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} x=-5 \\ y=9 \end{cases}$$

三对数都能满足

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

求D、E、F的值。

在复习题五中，有这样的题：

在代数式 $ax^2 + bx + c$ 中，当 $x = 1, 2, 3$ 时，代数式的值分别是 0、3、28，求这个代数式中 a、b、c 的值。当 $x = -1$ 时，这个代数式的值是多少？

通过以上题目，既复习巩固了方程组的知识，又为以后学习函数和解析几何作了准备。

在传授知识的同时，培养学生的能力，是中学数学教学的重要任务之一。对此，本册教材在编写时给予了一定的注意。例如，为了帮助学生提高布列方程解应用题的能力，教材中的例题都写出了分析过程，引导学生进行分析，突出如何根据实际问题中的等量关系布列方程（或方程组）；为了培养学生灵活运用数学知识的能力，在一些例题之后，有意地提出“想一想”，引导学生用另外的方法去解决问题；为了训练学生把实际问题抽象为数学问题的能力，教材非常注意训练学生使用字母的能力，为此，教材对所有的公式、法则等都不但给出式子的表达，而且给出语言的叙述；为了培养学生的解题能力，教材注意有计划地向学生介绍一些常用的数学方法，例如，在解方程组和恒等变形中，向学生介绍了待定系数法，在解分式方程中，向学生介绍了换元法；为了培养学生发现问题的能力，教材注意训练学生掌握由特殊到一般，再由一般到特殊的认识规律，以及类比的方法。

根据教学大纲的要求，本册教材继续渗透集合、对应、程序计算等近代数学的思想和方法。

数学教育的目的，不仅限于单纯的知识和技能的教育，

还应该对学生进行一定的政治思想教育，培养学生具有良好的意志和品质。为此，本册教材注意结合教材内容，比较自然地向学生进行思想政治教育和辩证唯物主义教育。例如，通过一些反映工农业生产实际、先进科学技术和中国古代问题的例题、习题，向学生进行五爱教育，激发学生为四化而勤奋学习的热情。

为了保证学生能牢固地掌握数学基础知识和形成必备的技能、技巧，教材配备了较充足的题目。这册教材的题目，也分为“练习”、“习题”、“复习题”三种。其中，练习题供课内练习使用，“习题”为课外作业，“复习题”供复习选用。题目的编排，注意了由浅入深，由易到难，以基本题为主，也有一定数量带有综合性和启发性的题目。

第五章 二元一次方程组

【教材内容】

本章教材内容包括：二元一次方程，二元一次方程组，用代入法解二元一次方程组，用加减法解二元一次方程组，三元一次方程组的解法举例，一次方程组的应用题等六个单元。

本章内容是在学生已经掌握了有理数的四则运算，整式的加减，一元一次方程等知识的基础上进行学习的。特别是二元一次方程组的解法，都是通过消元化为一元一次方程来解，因此，二元一次方程组的解法是以一元一次方程的解法为基础的。同时，二元一次方程组又是学习多元方程组的基础。在学习一次函数和平面解析几何中直线方程等内容时，也经常用到二元一次方程组的知识。另外，在实践中有许多实际问题需要用二元一次方程组来解决，虽然用二元一次方程组能解决的问题都可以用一元一次方程来解决，但在布列方程时，由于量与量间的复杂关系，往往布列二元一次方程组比布列一元一次方程要容易些。

根据知识之间的内在联系，教材首先引入二元一次方程、二元一次方程的解、二元一次方程组、二元一次方程组的解等概念。然后，通过几个例题重点介绍二元一次方程组的两种解法——代入消元法和加减消元法。对于三元一次方程组的解法，只举两例说明。最后，通过五个例题介绍了

常见的五类用二元一次方程组来解的应用题。

关于二元一次方程的概念，考虑到学生的实际经验和知识水平，是通过“已知两数的和是7，求这两个数”这样学生所熟悉的事例来引进的。这样做比用学生所不熟悉的实例引入，效果要好得多。关于二元一次方程组的解，教材是用两个二元一次方程解的集合的公共部分来说明的。这样，既有利于学生深刻理解二元一次方程组的解的概念，又渗透了集合观点，为进一步学习打了埋伏。关于方程组的概念，本章教材没有涉及未知数的个数与方程的个数之间的关系。就方程组的概念本身来说，方程中未知数的个数，可以比方程的个数少，可以比方程的个数多，也可以与方程的个数相同。但考虑到学生的接受能力，本章所介绍的二元一次方程组和三元一次方程组，都是未知数个数与方程的个数相同的那些方程组，而不涉及其它两种情况。由含有相同的两个未知数的两个一次方程所组成的二元一次方程组，它的解的情况又分为有唯一解，无数个解，或无解三种情况。本章教材主要研究有唯一解的情况，而不研究另外两种情况。对于三种解的情况的讨论，放到直线方程中解决。

【目的要求】

1、使学生理解二元一次方程的意义，二元一次方程解的不定性，二元一次方程解的集合的意义；理解方程组、方程组的解和解方程组的意义。

2、能熟练地掌握解二元一次方程组的代入消元法和加减消元法。会解三元一次方程组。通过解方程组的训练，提高学生准确、迅速、合理地运算能力。

3、使学生会用布列二元一次方程组的方法来解决一些

实际问题，提高学生分析问题和解决问题的能力。

4、结合方程组解法的教学，通过分析“已知”与“未知”、“多元”与“一元”的矛盾及其转化，向学生进行辩证唯物主义教育；结合实际问题的内容，向学生进行政治思想教育；通过介绍我国古代在方程组方面的伟大成就，以培养学生的爱国主义思想和民族自尊心。

【重点难点】

本章教材的重点是二元一次方程组的解法。解二元一次方程组的关键是掌握消元法。本章教材的难点是二元一次方程解的不定性、方程组解的意义和布列二元一次方程组解应用题。掌握布列二元一次方程组解应用题的关键在于正确分析已知与未知之间的数量关系，从而找出两个等量关系，列出两个不同的方程。

【课时分配与教学建议】

本章教学时间约需18课时，具体分配如下：

5.1	二元一次方程	约 1 课时
5.2	二元一次方程组	约 1 课时
5.3	用代入法解二元一次方程组	约 2 课时
5.4	用加减法解二元一次方程组	约 3 课时
	练习课	约 1 课时
5.5	三元一次方程组的解法举例	约 2 课时
5.6	一次方程组的应用题	约 5 课时
	小结和复习	约 2 课时
	单元测验	约 1 课时

第一课时

1、课题 二元一次方程

2、目的要求 使学生掌握二元一次方程、二元一次方程的解和解的集合等概念；使学生理解二元一次方程解的不定性和相关性；使学生初步掌握用含有一个未知数的代数式表达另一个未知数的方法，并能根据所设一个未知数的值来计算另一个与之相对应的未知数的值。从而使学生会到两个变量之间的相依关系，以向学生渗透函数观点。

3、重点难点 本节课的重点是二元一次方程、二元一次方程的解和解的集合等概念。难点是二元一次方程解的不定性。

4、教学建议

(1) 在讲解新课前应首先复习提问一元一次方程的有关概念。比如，什么叫一元一次方程？什么叫元、次？什么叫一元一次方程的解？一元一次方程一般有几个解？

(2) 利用教材中的引例列出方程，给出二元一次方程的概念。教材中的引例，数量关系简单，学生熟悉，易为学生所接受，又具有代表性，所以应充分利用此引例。

如果觉得只此一例说明二元一次方程的共性还不充分，还可补充如下实例：

有装农药的大小两种瓶子。大瓶每瓶装2斤，小瓶每瓶装1斤。要用大、小两种瓶子装农药7斤，问大、小瓶最少各要多少个？

设大瓶要 x 个，小瓶要 y 个，则有

$$2x + y = 7.$$

(3) 在给出二元一次方程的概念时，应强调指出三点：必须含有两个未知数，不能多，也不能少，至于未知数用什么字母表示是无关紧要的；含有未知数的项的次数必须

都是一次的，不能高，也不能低，但不能说，未知数的次数是1；方程两边的代数式必须都是关于未知数的整式。为巩固此概念，除利用教材中的练习第1题进行练习外，还可补充 $2x+3=0$ ， $4x+3=\frac{1}{2}x$ ， $x-3xy=5$ 之类的题目让学生判断。

(4) 对于二元一次方程的解，首先应引导学生答出“ $x=?$ ， $y=?$ 时，方程 $x+y=7$ 左右两边相等”，以此对照一元一次方程的解的意义，让学生给出二元一次方程的一个解的意义。

在理解这一概念时，可用对比法。二元一次方程的一个解是满足方程的一对未知数的值；而一元一次方程的解是满

足方程的一个未知数的值。解的表达形式应记作 $\begin{cases} x=? \\ y=? \end{cases}$ ，

“ $\{$ ”表示满足方程的两个未知数的值是相关联的，必须把这两个相关联的数合在一起才能满足方程，不能只写“ $x=?$ ”，或只写“ $y=?$ ”，也不能写为“ $x=? y$

$=?$ ”。向学生强调指出， $\begin{cases} x=? \\ y=? \end{cases}$ 是方程的一个解（这个

解包含满足方程的一对未知数的值），而不是两个解。

(5) 二元一次方程的解不仅具有相关性，还具有不定性。对此，应引导学生自己先用观察法找出方程 $x+y=7$ 的一些不同的解，比如，

$$\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ y=7 \end{cases}, \begin{cases} x=-1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=7 \\ y=0 \end{cases}, \dots$$

然后引导学生归纳出求二元一次方程解的一般方法。第一种方法：对于二元一次方程中的任一个未知数（比如 x ），任取一个值，解关于另一个未知数（ y ）的一元一次方程，求出另一个未知数的对应值。第二种方法：把二元一次方程变形，用含一个未知数的代数式来表示另一个未知数，如 $y = 7 - x$ 。在上式中，任给 x 一个值，求出与它对应的 y 的一个值。如取 $x = 5$ ，得 $y = 2$ ； $x = 0.3$ ，得 $y = 6.7$ ，……。对于一系列 x 的值，可得一个 y 的对应值表：

x		-1	0	1	2.7	2	5	
y		8	7	6	4.3	5	2	

引导学生观察、分析上表，得出如下结论：在二元一次方程中， x 取任何有理数值，都可根据 y 的含有 x 的表达式求出对应的 y 值。因此，任何一个二元一次方程，都有无数个解。

（6）二元一次方程虽有无数个解，但不是任意两个数都是它的一个解。为此，可补充几个不是方程 $x + y = 7$ 的解的反例，以此为例进一步向学生指出，一个二元一次方程表示两个未知数之间的一种关系，如 $x + y = 7$ 表示“ x 与 y 之和是 7”这样一种关系。适合这种关系的一对未知数的值有无数个，但它不是随意的，而是相互制约、相互联系的。

（7）为使学生理解二元一次方程解的集合的意义，可先复习一元一次方程和一元一次不等式解的集合的意义，并将（5）中的各组对应值写成解的形式，用如下所示的图表示出来：