

《特级教师帮你学》丛书

名誉主编 杨乐 · 主编 陈怀良

特级教师

帮你学

· 初中数学 ·

主编 王建民



华东师范大学出版社

《特级教师帮你学》丛书

名誉主编 杨乐 · 主编 陈怀良

特级教师

帮你学

· 初中数学 ·

主编 王建民

编写 傅崇武 刘朝奎 刘建业 陆剑鸣



华东师范大学出版社

责任编辑 宋维锋
封面设计 姜明

特级教师帮你学

·初中数学·

主编 王建民

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号 邮政编码 200062)

新华书店上海发行所经销

江苏丹徒县人民彩印厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 14.75 字数 360 千字

1997 年 8 月第 1 版 1998 年 2 月第 3 次印刷

印数 36,001 - 51,000 本

ISBN7-5617-1735-0/G·787

定价 14.00 元

序

华东师范大学出版社委托北京特级教师，负责本丛书高、初中的语文、数学、英语、物理、化学各分册的编写工作。

丛书的作者都是具有丰富教学经验的优秀教师，他们运用多年的教学经验，围绕正课的教学内容，力图使各分册有助于领会这些内容，使中学生能更好地掌握所学的知识，从而提高同学的素质与能力。书中还穿插了较多的例题与练习。

丛书各分册对中学老师的备课与讲授，对中学同学的学习与复习，均会起到良好的作用。

A handwritten signature in black ink, consisting of the characters '栾乐' (Luan Le) in a cursive style.


1997年5月于北京

序

华东师范大学出版社委托北京特级教师，负责本丛书高、初中的语文、数学、英语、物理、化学各分册的编写工作。

丛书的作者都是具有丰富教学经验的优秀教师，他们运用多年的教学经验，围绕正课的教学内容，力图使各分册有助于领会这些内容，使中学生能更好地掌握所学的知识，从而提高同学的素质与能力。书中还穿插了较多的例题与练习。

丛书各分册对中学老师的备课与讲授，对中学同学的学习与复习，均会起到良好的作用。



1997年5月于北京

前 言

《特级教师帮你学》丛书初中数学，是根据人民教育出版社出版的“九年制义务教育初级中学教育课本”的内容编写的。

编写时，我们本着“优质、适量”的精神，遵循“突出重点、拓宽知识、解释疑难、指明思路、介绍方法”的原则，着眼于提高广大初中学生的整体素质，力求使本书成为广大初中学生的具有针对性、实用性、启发性、思想性的课外读物，并可供教师备课时参考。

本书参照知识的系统与结构，每单元选取三至五个专题，以分析思路、讲解数学思想方法为主线，这些专题基本覆盖了初中代数、几何知识的重点、难点和关键点。

对编写过程中的错误与不妥之处，望批评指正。

数学特级教师 王建民

1997年5月

于中国科技大学附中(北京)

目 录

代 数 部 分

第一单元 实数	(3)
一 数的分类及其有关概念.....	(3)
二 数轴.....	(7)
三 绝对值、相反数和倒数	(7)
四 实数大小的比较.....	(8)
五 实数的运算.....	(9)
六 统计初步	(25)
单元练习一	(30)
第二单元 代数式	(33)
一 代数式的分类	(33)
二 整式的运算	(37)
三 因式分解	(53)
四 分式的概念及其基本性质	(61)
五 分式的运算	(64)
六 二次根式的概念和性质	(71)
七 二次根式的运算	(72)
八 代数式求值的几种方法	(76)
单元练习二	(79)
第三单元 一元一次不等式	(82)
一 不等式的概念和性质	(82)
二 不等式的解和解不等式	(82)
三 一元一次不等式组及其解法	(87)

单元练习三	(90)
第四单元 方程和方程组	(92)
一 基本概念	(92)
二 一元一次方程的概念和解法	(92)
三 一元二次方程	(95)
四 某些特殊高次方程的解法	(107)
五 解分式方程和无理方程	(109)
六 二(三)元一次方程组解法举例	(114)
七 二元二次方程组解法举例	(115)
八 列方程(组)解应用题	(119)
单元练习四	(123)
第五单元 函数	(126)
一 平面直角坐标系的概念及点的坐标	(126)
二 函数	(128)
三 一次函数	(131)
四 反比例函数	(135)
五 二次函数	(138)
单元练习五	(149)

几何部分

第一单元 几何的基础知识	(155)
一 线段的中点与角的平分线	(155)
二 互余互补的角与对顶角	(161)
三 平行线的判定与性质	(165)
单元练习一	(172)
第二单元 三角形	(176)
一 三角形的边角与全等三角形	(176)
二 三角形的角与角度计算	(189)

三	三角形的主要线段与构造全等三角形	(196)
四	特殊三角形的性质与判定	(204)
五	几何题的若干类型与证法	(215)
	单元练习二	(224)
第三单元	四边形	(228)
一	四边形与特殊四边形——平行四边形	(228)
二	特殊平行四边形的性质与判定	(236)
三	梯形与平移法	(247)
四	三角形中位线与梯形中位线	(256)
五	一题多解与一题多变	(264)
	单元练习三	(274)
第四单元	相似形	(278)
一	如何证明线段成比例	(278)
二	比例的应用	(288)
三	一个重要比例图形的应用	(298)
四	题目条件中有比值条件时常用的处理方法	(305)
五	结论为线段比值的和差积的处理方法	(314)
	单元练习四	(324)
第五单元	解直角三角形	(329)
一	三角函数值的求法	(329)
二	三角函数值的处理方法	(338)
三	可解三角形在解题中的应用	(348)
	单元练习五	(360)
第六单元	圆	(364)
一	圆中的常用辅助线	(364)
二	圆中弧与圆周角互相转换	(373)
三	圆的切线的证明	(381)
四	圆幂定理的应用	(390)

五 常见题形图在解题中的应用·····	(399)
单元练习六·····	(411)
数学中考模拟试题(一)·····	(415)
数学中考模拟试题(二)·····	(420)
数学中考模拟试题(三)·····	(425)
数学中考模拟试题(四)·····	(429)
提示与参考答案·····	(433)

代数部分

第一单元 实数

一 数的分类及其有关概念

1. 自然数 用以表示事物的个数或者给事物编序的数, 即 $1, 2, 3, \dots$, 叫做自然数. 自然数又叫做正整数. 由全体自然数组成的集合, 叫做自然数集.

在自然数的前面加上表示相反意义的量的性质符号“ $-$ ”, 就得到负整数.

正整数、零、负整数统称整数. 由全体数组成的集合, 叫做整数集.

零记作 0 , 它是介于正数与负数之间的唯一的整数. 它具有以下特性:

$$(1) a+0=a, 0+a=a;$$

$$(2) a \cdot 0=0, 0 \cdot a=0.$$

式中 a 表示任何数.

2. 整除 设 a, b 为二整数, 且 $b \neq 0$, 若有一整数 q , 使得 $a=bq$, 则称 b 整除 a , 或称 a 被 b 整除, a 叫 b 的倍数, b 叫 a 的约数.

能被 2 整除的整数叫做偶数, 不能被 2 整除的整数叫做奇数.

因为 0 能被 2 整除, 所以 0 是偶数.

每一个大于 1 的自然数, 至少有两个约数, 就是 1 和它本身, 如果它的正整约数只有这两个, 它就叫素数. 大于 1 的自然数, 除

掉 1 和它本身还有别的正整约数的数, 叫做复合数.

素数又叫质数, 复合数简称合数.

这样, 自然数可以分成三类: 1、质数、合数.

3. 分数 把一个单位分成若干等份, 表示其中的一份或几份的数称为分数. 如 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{7}$. 分数的一般形式是 $\frac{m}{n}$ (m, n 为正整数). 当 $n > 0$ 而 $m < 0$ 时, $\frac{m}{n}$ 叫做负分数.

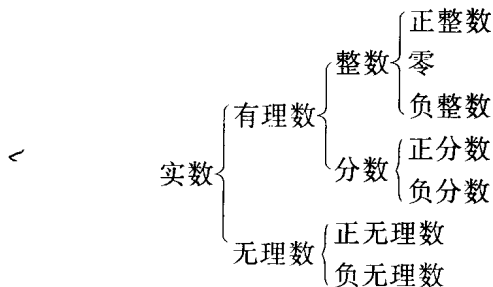
4. 有理数和无理数 整数和分数统称有理数; 无限不循环小数叫做无理数.

显然, 任何一个无理数都不能表示成两个整数之比.

需要注意的是, 带有根号的数不一定是无理数; 无理数也不一定带有根号. 例如 $\sqrt{4} = 2$, 它是有理数, 而圆周率 π 是无理数.

有理数和无理数统称实数.

总结初中阶段所学过的数, 有下面的数系表:



上面的数系表, 实际上是对实数的一种分类. 按照要求把已知数归类, 是常见的问题.

例 1. 已知下列各数:

-2 , $\sqrt{9}$, $0.333\dots$, $-\frac{4}{7}$, $0.1\dot{2}\dot{3}$, 3.1416 , 0.1010010001

...(每两个 1 之间 0 的个数依次为 1, 2, 3, ...).

这些数中

(1) 属于自然数集的是_____;

(2) 属于整数集的是_____;

(3) 属于有理数集的是_____;

(4) 属于无理数集的是_____.

解: $\sqrt{9} = 3$, 属于自然数集;

-2 、 $\sqrt{9}$ 属于整数集;

3.1416 是有限小数, $-\frac{4}{7}$ 是分数, $0.333\cdots$ 和 $0.1\dot{2}3$ 是循环小数, 所以它们属于有理数集;

0.1010010001... 是无限不循环小数, 属于无理数集.

例 2. 已知下列各数:

0.1020030004, $0.5\dot{6}\dot{7}$, $\sqrt{625}$, π , $-\frac{3}{17}$.

其中无理数的个数是().

(A)0 (B)1 (C)2 (D)3

解: 上述各数除 π 以外, 都是有理数, 故应选(B).

例 3. 有以下四个命题:

(1) 自然数就是正整数.

(2) 0 是最小的正整数.

(3) 有理数可以分成正有理数和负有理数.

(4) 自然数可以分成质数与合数.

其中正确命题的个数是().

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解: 引进负数的概念以后, 自然数也叫正整数, 所以命题(1)是正确的.

0 虽然是整数, 但它既不是正整数, 也不是负整数, 所以命

题(2)是错误的.

0 是整数, 因此是有理数, 但 0 既不是正有理数, 也不是负有理数, 所以命题(3)是错误的.

1 不是质数也不是合数, 因此自然数可以分成三类: 1、质数、合数. 所以命题(4)也是错误的.

综上所述, 应选(A).

说明: 解选择题只需做出选择, 即把正确的编号填入题中的括号内, 无需说明理由. 上述两例的“解”只是为了说明怎样做出选择.

例 4. 求证 $\sqrt{2}$ 不是有理数.

证明: 假设 $\sqrt{2}$ 是有理数, 则 $\sqrt{2}$ 可以表示成一个分数, 不妨设

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n} \quad \text{①}$$

其中 m, n 都是正整数, 且 m, n 的最大公约数是 1.

①式两边分别平方, 得

$$2 = \frac{m^2}{n^2},$$

即 $2n^2 = m^2$. 这表明 m^2 是 2 的倍数, 因而 m 是 2 的倍数. 设 $m = 2k$, k 为正整数, 代入上式, 得

$$2n^2 = 4k^2,$$

$$n^2 = 2k^2.$$

因而 n 也是 2 的倍数, 这与假设 m, n 的最大公约数是 1 相矛盾.

由此可见, $\sqrt{2}$ 不是有理数.

说明: 本例采用的证明方法是反证法. 应用反证法证题的一般步骤是:

(1) 否定结论, 假设结论的反面成立;

(2) 进行一系列推理;

(3) 在推理过程中出现了下列情况中的一种：

- ① 与已知条件矛盾；
- ② 与公理矛盾；
- ③ 与已知定理矛盾；
- ④ 与临时的假定矛盾；
- ⑤ 自相矛盾；

(4) 由上述矛盾的出现可以断言，“否定结论”是错误的；

(5) 肯定原来的结论是正确的。

例 4 是通过一系列推理，出现了与临时假定的矛盾。

二 数 轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

每一个实数都可以用数轴上唯一的一个点来表示；反之，数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数。因此，数轴做为点的集合，与实数集之间可以建立起一一对应的关系，在某些场合，实数和数轴上表示这个数的点可以不加区别。

三 绝对值、相反数和倒数

1. **绝对值** 实数 a 的绝对值记作 $|a|$ ，并规定：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

实数 a 的绝对值的几何意义是：数轴上表示 a 的点到原点的距离。

2. **相反数** 设 a 为一实数，则称 $-a$ 是 a 的相反数。显然 a 与 $-a$ 互为相反数。