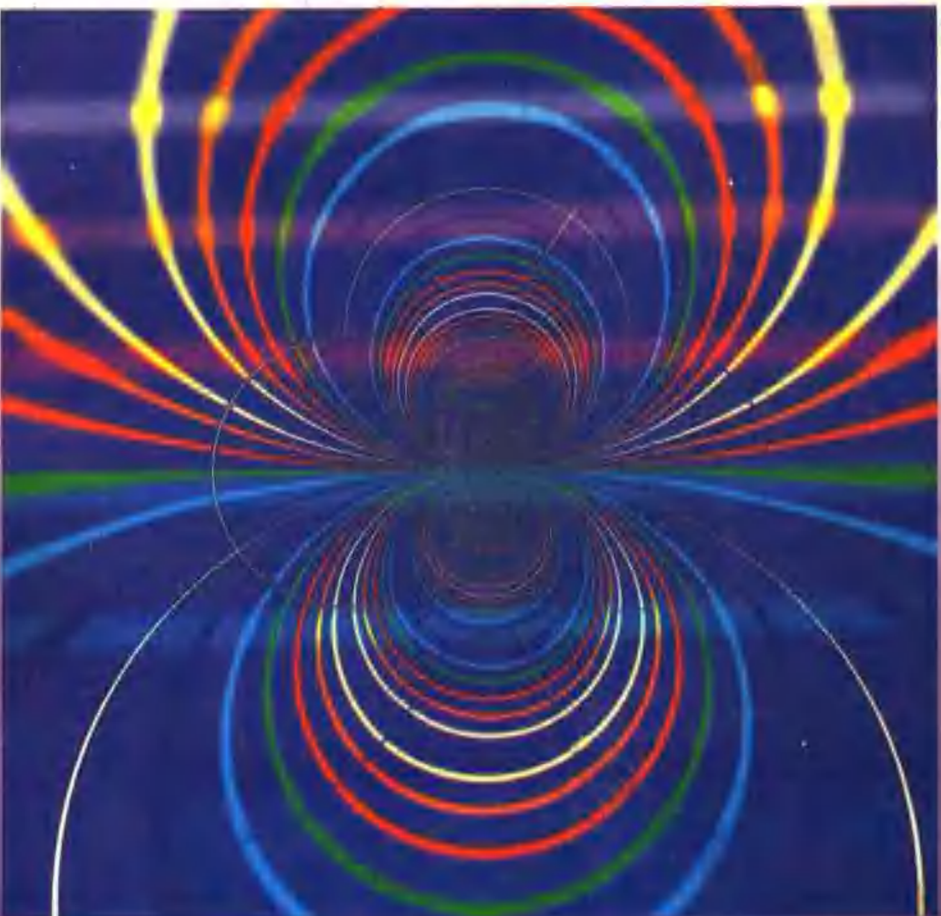
高中数理化基础知识
思维方法专题讲座丛书

高中数学基础知识思维方法专题讲座

（下）

牛德胜　蒋　庚　　主编



珠海出版社

高中数理化基础知识
思维方法专题讲座丛书

高中数学基础知识思维方法专题讲座

（下）

牛德胜　蒋　庚　主编

珠海出版社

《高中数理化基础知识思维方法专题讲座》丛书

编　委　会

(粤)新登字17号

图书在版编目(CIP)数据

高中数学基础知识思维方法专题讲座(上　下册)

ISBN 7-80607-341-8　¥ 27.00元

Ⅰ.高...

Ⅱ.①中... ②蒋...

Ⅲ.高中-数学-讲座

Ⅳ.G633.6

高中数学基础知识思维方法专题讲座(上　下册)

策　　划:郭晓光　詹家宜

终　　审:成　平

责任编辑:雷良波

装帧设计:张勤学　郑建新

出版发行:珠海出版社

电　　话:3331403　邮政编码:519015

印　　刷:中科院开封印刷厂

开　　本:787×1092mm　1/16

印　　张:26.5　字数:883字数千字

版　　次:1997年10月第1版

　　　　1997年10月第1次印刷

印　　数:1-20000

ISBN 7-80607-341-8/G·80

定　　价:27.00元　(上　下册)

前　言

《高中数理化$\frac{\text{基础知识}}{\text{思维方法}}$专题讲座》丛书，是中学生学习报社最新创意并组织编写的。共有数学、物理、化学三科。

为了满足高中数学总复习的教学需要，帮助广大高中毕业生更好地学习和掌握高中数学基础知识，基本技能，基本思想和方法，提高逻辑思维能力、运算能力、以及分析问题和解决问题的能力，我们特组织长期担任高中毕业班数学教学工作的、对指导高考复习有丰富教学经验的部分特级和高级教师，精心编写了《高中数学$\frac{\text{基础知识}}{\text{思维方法}}$专题讲座》一书.

本书以《中学数学教学大纲》和《普通高等学校招生全国统一考试数学科说明》为编写依据，与高中总复习教学同步为出发点，以现行统用教材(必修本)为本，融知识教学与能力训练于一体.全书共分十三章，105课.每章前有精要概述，指明本章内容在高考中的位置、考试要点及主要思想、方法，后有难度适中、覆盖面全，注重能力提高的单元检测.每课又分“知识提要”、“三基知识”自测、“课本范例赏析”、“典型例题”、“本课小结”及课后练习几部分.既能方便课前预习，明确主体内容，正确认识和把握高考对课本内容的考查重点，充分挖掘课本的效用，又能较全面系统地认识和掌握解题的思维方法和技巧.每课中对课本范例的赏析点评、典型例题的分析释解，课后小结的指要综述都是作者多年来丰富教学经验的结晶，有助于在“方向性”与“层次性”上的把握，使复习有的放矢，提高复习实效，切实掌握与提高“三基”与“四能力”.本书不仅在每课中安排有充足的课前与课后练习，于后还配有四套高考模拟试卷，可供考前训练.

本书共分上下两册，上册供教学专用，下册为“三基知识”自测、典型例题、课后练习及模拟试题的参考答案与提示，并注意典型问题的一题多解，以期开拓思路，提高解题能力.

本书既可作为高三数学总复习的优选资料，亦可作为高一高二学生同步学习数学时的参考，对高中数学教师的教学亦有较高的参考价值.

本书由中学生学习报社副编审牛德胜和郑州一中特级教师蒋庚主编.参加本书编写的有蒋庚、华廉臣、项昭义、屠新民、张软生、骆传枢、陈磐生、陆金兴、孙锡九、田玉清、刘金恒、韩济众、校书祥、李翠英、孙葆纲等.

编　者

目　录

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

第1课

二、1.(1)D　(2)D　(3)A　2.(1)4　(2)$\{0\}$, $\{2\}$, $\{0,2\}$, $\varnothing$　(3)$(A\cup B)\cap\overline{C}$

习题1

1.(1)C　(2)D　(3)C

2.(1)$\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$.　(2)$C_3^1+C_3^2+C_3^3=7$.　(3)$\{0,2,4\}$. $\because A=B\cap C=\{0,2,4\}$.

3.(1)由 $\overline{A}\cup B=\{1,3,4,5\}$ 知 2 是方程 $x^2-5x+q=0$ 的根，则 $q=6$. 从而由 $x^2-5x+6=0$ 可得其解 $x_1=2, x_2=3$. 将 $x=3$ 代入 $x^2+px+12=0$，得 $p=-7$. $\therefore A=\{2,3\}, B=\{3,4\}$.

(2)$\because$　$\overline{M\cup N}=\overline{M}\cap\overline{N}$，由混合组 $\begin{cases}\dfrac{y-3}{x-2}\neq 1,\\ y=x+1.\end{cases}$ 解得 $x=2, y=3$. $\therefore$　$\overline{M\cup N}=\{(2,3)\}$.

(3)由已知得 $A=\{x\mid x^2+ax+b=x, x\in R\}=\{-1,3\}$，当 $x=-1, x=3$ 代入可解得 $a=-1, b=-3$. 将 a,b 的值代入 $x=f[f(x)]$ 得

$$x=(x^2-x-3)^2-(x^2-x-3)-3,$$

解之，得 $x=-2, x=3$，或 $x=\pm\sqrt{3}$.

$\therefore$　$B=\{-\sqrt{3},-1,\sqrt{3},3\}$.

(4)当 $A\neq\varnothing$ 时，由 $A\cap R^+=\varnothing$ 知方程

$$x^2+(m+2)x+1=0$$

的二实根 x_1、x_2 均为不大于零的根，于是

$$\begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4\geqslant 0,\\ x_1+x_2=-(m+2)\leqslant 0,\\ x_1x_2=1\geqslant 0.\end{cases}$$

解得 $m\geqslant 0$.

当 $A=\varnothing$ 时，方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 无实根. 由 $\Delta=(m+2)^2-4<0$ 得 $-4<m<0$.

综上述 $m>-4$.

第2课

二、1.(1)C　(2)B　(3)A

2.(1)50　(2)6　(3)$3,-3,\dfrac{1}{2}$

习题2

1.(1)C.　在(A)、(B)、(D)中 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域不同.　(2)C.　由 $g(x)=1-2x=\dfrac{1}{2}$，得 $x=\dfrac{1}{4}$. $\therefore f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=15$.　(3)D. $f(3)=f(3+2)=f(5)=f(5+2)=f(7)=7-5=2$.

2.(1)$\log_a^2x+2\log_ax+2$. 设 $t=a^{x-1}$，$\because$　$a>0$ 且 $a\neq 1$，$\therefore$　$t>0, x-1=\log_at, x=1+\log_at$，$\therefore$　$f(t)=(1+\log_at)^2+1=\log_a^2t+2\log_at+2$，则 $f(x)=\log_a^2x+2\log_ax+2$.

(2)$\begin{cases}2x+2 & (-1\leqslant x<0),\\ -\dfrac{x}{2} & (0\leqslant x\leqslant 2).\end{cases}$

(3)$3\cdot 2^x+5$.

3.(1)将 $2f(x)-f\left(\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{x}=0$ 中 x 换 $\dfrac{1}{x}$，得 $2f\left(\dfrac{1}{x}\right)-f(x)+x=0$，消去 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 得 $f(x)=-\dfrac{x}{3}-\dfrac{2}{3x}$.

(2)由已知得 $x^2=t+1, y^2=t-1$，消去 t，得 $y^2=x^2-2$，即 $y=\pm\sqrt{x^2-2}$. $\because t>1$, $\because y>0, x>\sqrt{2}$. 则所求函数关系式为 $y=\sqrt{x^2-2}\,(x>\sqrt{2})$.

(3)①令 $t=1-\sin x\,(0\leqslant t\leqslant 2)$, $\sin^2x=(1-t)^2$，即 $1-\cos^2x=1-2t+t^2$, $\therefore\cos^2x=2t-t^2$. 则 $f(t)=2t-t^2\,(0\leqslant t\leqslant 2)$，即 $f(x)=2x-x^2$，其定义域为 $[0,2]$.

②令 $t=x^2-3, x^2=t+3, f(t)=\lg\dfrac{t+3}{t-3}$，又由 $\dfrac{x^2}{x^2-6}>0, x^2>6, t=x^2-3>3$. 则 $f(x)=\lg\dfrac{x+3}{x-3}$，其定义域为 $(3,+\infty)$.

(4)设 $AB=2x$，则 $\overset{\frown}{CD}=\pi x$，于是 $AD=\dfrac{l-2x-\pi x}{2}$. 因此 $y=2x\cdot\dfrac{l-2x-\pi x}{2}+\dfrac{\pi x^2}{2}=-\dfrac{\pi+4}{2}x^2+lx$.

由　$\begin{cases}2x>0,\\ \dfrac{l-2x-\pi x}{2}>0,\end{cases}$　解得　$0<x<\dfrac{l}{2+\pi}$.

故函数的解析式为 $y=-\frac{\pi+4}{2}x^2+lx$，定义域是 $(0,\frac{l}{2+\pi})$.

第 3 课

二、1. (1)D. 由 $1-x^2\geqslant 0$ 且 $x^2-1\geqslant 0$，则 $x^2=1, x=\pm 1$. 即 $\{-1,1\}$.

(2)D. $\because F=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$，而 $G=(2,+\infty)$，$\therefore G\subset F$.

(3)C. $\because\ f[f(x)]=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+x}}$，

$\therefore\ 1+x>0$，且 $1+\dfrac{1}{1+x}\neq 0$，

即 $x\neq -1$，且 $x\neq -2$.

2. (1) $x\neq\pm 1$. (2) $(-2,2]$ (3) $(1,+\infty)$

习题 3

1. (1)D (2)D (3)B，用特殊值法，将 $m=0$ 代入检验可得.

2. (1) $[-\sqrt{a},0)$. 由

$$\begin{cases}\log_a x^2-1\geqslant 0,\\ |x|-x\neq 0.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_a x^2\geqslant 1,\\ x<0\end{cases}$$

又 $0<a<1$，$\therefore\ -\sqrt{a}\leqslant x<0$.

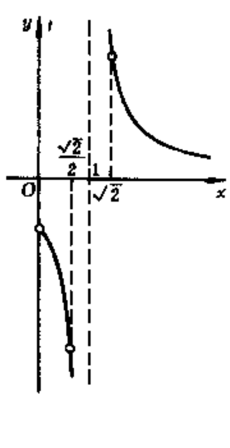
(2) $(-1,+\infty)$. 设 $u=2^x-1, x=\log_2(u+1)$ $(u>-1)$，$\therefore\ f(u)=2\log_2(u+1)-1$，即 $f(x)==2\log_2(x+1)-1$，其定义域为 $(-1,+\infty)$.

(3) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$. 由 $\begin{cases}-1\leqslant x+\frac{1}{2}\leqslant 1,\\ -1\leqslant x-\frac{1}{2}\leqslant 1,\end{cases}$

解得 $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$.

3. (1)由

$$\begin{cases}x>0,\\ |\log_2 x|-\frac{1}{2}\neq 0,\\ x-1\neq 0.\end{cases}$$ 解得



$x>0$ 且 $x\neq\frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \sqrt{2}$. 故函数的定义域为 $(0,\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(\frac{\sqrt{2}}{2},1)\cup(1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$. 此时 $y=\frac{1}{x-1}$，图象如右.

(2)欲使 $F(x)$ 有意义，必须

$$\begin{cases}0<x+a\leqslant 1,\\ 0<x-a\leqslant 1,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-<x\leqslant 1-a,\\ a<x\leqslant 1+a.\end{cases}$$

即区间 $(-a,1-a]$ 与 $(a,1+a]$ 的公共部分. 为此对 $a\leqslant 0$ 分情况讨论：

①若 $-a<1+a\leqslant 1-a$，即 $-\frac{1}{2}<a\leqslant 0$，两区间有公共部分 $(-a,1+a]$，$F(x)$ 的定义域为 $(-a,a+1]$；

②若 $1+a\leqslant -a$，即 $a\leqslant-\frac{1}{2}$，两区间无公共部分，$F(x)$ 的定义域为 $\varnothing$.

(3)由 $kx^2-4x+k>0$ 对 $x\in R$ 都成立，则 $k>0$ 且 $\Delta=16-4k^2<0$，解得 $k>2$，故 k 的取值范围是 $(2,+\infty)$.

(4) $y=4^t+4^{-t}-4(2^t+2^{-t})=(2^t+2^{-t})^2-4(2^t+2^{-t})-2=x^2-4x-2$，其中 $x=2^t+2^{-t}\geqslant 2$.

故函数 $f(x)=x^2-4x-2$，定义域为 $[2,+\infty)$.

第 4 课

二、1. (1)C (2)C (3)B

2. (1) $[1,19]$，$[0,\frac{1}{2}]$ (2) $(0,2]$，$(0,+\infty)$

(3) $[3,+\infty)$. $y=\begin{cases}1-2x & (x\leqslant -1),\\ 3 & (-1<x\leqslant 2),\\ 2x-1 & (x>2).\end{cases}$ 由此作出函数的图象，用观察法得值域为 $[3,+\infty)$. 亦可根据绝对值的几何意义确定函数的值域.

习题 4

1. (1)C (2)A (3)C

2. (1) $(-\infty,\frac{5}{4}]$. 由 $1-x\geqslant 0$，得定义域为 $x\leqslant 1$，令 $t=\sqrt{1-x}$ $(t\geqslant 0)$，则 $x=1-t^2$，

$\therefore\ y=-t^2+t+1=-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}\leqslant\frac{5}{4}$.

(2) -4. 由 $\frac{ax+3}{1+2x}\neq -2$，得 $(a+4)x\neq -5$，因此，$a+4=0, a=-4$.

(3) $\{y|0<y<2\}\cup\{y|y=-1\}$.

3. (1)由 $13-4x\geqslant 0$，知函数的定义域为 $x\leqslant\frac{13}{4}$.

设 $t=\sqrt{13-4x}$ $(t\geqslant 0)$，则 $x=-\frac{1}{2}(t^2-13)$.

$$\begin{aligned}\therefore\ y&=2x-3+\sqrt{13-4x}\\&=-\frac{1}{2}(t^2-13)-3+t\\&=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{7}{2}\end{aligned}$$

$=-\frac{1}{2}(t-1)^2+4.$

当 $t=1$，即 $\sqrt{13-4x}=1$，$x=3$ 时，y 有最大值 4，无最小值.

∴ 函数的值域为 $(-\infty,4]$.

(2) ∵ $\frac{3}{8}\leqslant f(x)\leqslant\frac{4}{9}$，

∴ $\frac{1}{3}\leqslant\sqrt{1-2f(x)}\leqslant\frac{1}{2}$.

令 $t=\sqrt{1-2f(x)}$，则 $f(x)=\frac{1}{2}(1-t^2)$.

∴ $y=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$.

∵ $1\notin[\frac{1}{3},\frac{1}{2}]$，∴当 $t=\frac{1}{3}$ 时，y 有最小值 $\frac{7}{9}$；当 $t=\frac{1}{2}$ 时，y 有最大值 $\frac{7}{8}$.

∴ 函数的值域为 $[\frac{7}{9},\frac{7}{8}]$.

(3) ∵ $x\in R$，∴ $x^2-ax+1\neq0$ 恒成立，则 $\Delta=a^2-4<0$，即 $|a|<2$. 原函数式整理，得

$yx^2-(ay+1)x+(y+a)=0$.

①当 $y=0$ 时，$x=a$；

②当 $y\neq0$ 时，方程有实根的条件是

$(ay+1)^2-4y(y+a)\geqslant0$，

即 $[(2+a)y-1][(a-2)y-1]\geqslant0$.

∵ $|a|<2$，∴ $2+a>0$，$2-a>0$.

∴ $-\frac{1}{2-a}\leqslant y\leqslant\frac{1}{2+a}(y\neq0)$.

综合①、②得函数的值域为 $[\frac{1}{a-2},0)\cup(0,\frac{1}{2+a}]$.

(4)由原函数式得 $yx^2-ax+y-b=0$. ①.

①当 $y=0$ 时，$ax+b=0$. 若 $a\neq0$，$x=-\frac{b}{a}$；若 $a=b=0$ 或 $a=0$，$b\neq0$，此时与 $f(x)$ 的值域为 $[-1,4]$ 矛盾，舍去.

②当 $y\neq0$ 时，$x\in R$，①的判别式 $\Delta\geqslant0$.

∴ $a^2-4y(y-b)\geqslant0$，即 $y^2-by-\frac{a^2}{4}\leqslant0$. ②

而已知 $-1\leqslant y\leqslant4$. 即 $(y+1)(y-4)\leqslant0$，

∴ $y^2-3y-4\leqslant0$. ③

比较②与③可得 $b=3$，$a=\pm4$.

综合①、②得 $a=\pm4$，$b=3$.

第 5 课

二、1. (1)A (2)D (3)A

2. (1) $(-\infty,-3]$. 令 $u=x^2+2x-3\geqslant0$，得函数的定义域 $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$. 当 $x\in(-\infty,-3]$ 时 $u=x^2+2x-3$ 递减，而 $y=\sqrt{u}$ 是增函数，则 $y=\sqrt{x^2+2x-3}$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-3]$.

(2) $(-\infty,-2)$.

(3)递减；递减；递增；递增.

习题 5

1. (1)A (2)C (3)C

2. (1) $[-1,+\infty)$ (2)减、增 (3) $(-\infty,0)\cup(0,1]$，$[1,2)\cup(2,+\infty)$

3. (1)首先确定函数的定义域为 $(-1,1)$.

设 $-1<x_1<x_2<1$，则

$f(x_2)-f(x_1)=\cdots$

$=\frac{x_1-x_2}{(x_2+2)(x_1+2)}+\lg\frac{(1-x_2)(1+x_1)}{(1+x_2)(1-x_1)}$.

∵ $(x_2+2)(x_1+2)>0$，$x_1-x_2<0$，

∴ $\frac{x_1-x_2}{(x_2+2)(x_1+2)}<0$.

又 $(1-x_2)(1+x_1)>0$，$(1+x_2)(1-x_1)>0$，$(1-x_2)(1+x_1)-(1+x_2)(1-x_1)=2(x_1-x_2)<0$，

∴ $\frac{(1-x_2)(1+x_1)}{(1+x_2)(1-x_1)}<1$，

∴ $\lg\frac{(1-x_2)(1+x_1)}{(1+x_2)(1-x_1)}<0$.

则 $f(x_2)<f(x_1)$，$f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上递减.

(2)设 $-1<x_1<x_2<1$，则

$f(x_2)-f(x_1)=\frac{ax_2}{x_2^2-1}-\frac{ax_1}{x_1^2-1}$

$=\frac{a(x_1-x_2)(x_1x_2+1)}{(x_2^2-1)(x_1^2-1)}$.

∵ $x_1-x_2<0$，$x_1x_2+1>0$，

$x_2^2-1<0$，$x_1^2-1<0$.

∴ 当 $a>0$ 时，$f(x_2)-f(x_1)<0$，即 $f(x_2)<f(x_1)$，于是 $f(x)$ 是减函数；当 $a<0$ 时，$f(x_2)>f(x_1)$，函数是增函数；当 $a=0$ 时，$f(x_2)=f(x_1)$，$f(x)$ 是常函数.

(3)由 $a>0$，知 $u=2-ax$ 是减函数，于是 $y=\log_a u$ 是增函数，从而 $a>1$. 又 $x\in[0,1]$ 时，$2-ax>0$，则 $a\in(1,2)$.

(4)令 $u=\varphi(x)=2-x^2$，则

$g(x)=f[\varphi(x)]=-u^2+2u+8$

$=-(u-1)^2+9$.

当 $u\leqslant1$ 时，$f(u)$ 递增，此时 $2-x^2\leqslant1$，$x^2\geqslant1$，即 $x\leqslant-1$ 或 $x\geqslant1$. 而当 $x\leqslant-1$，$u=2-x^2$ 递增，故 $g(x)$ 递增；当 $x\geqslant1$，$u=2-x^2$ 递减，故 $g(x)$ 递减.

当 $u\geqslant1$ 时，$f(u)$ 递减，此时 $2-x^2\geqslant1$，$x^2\leqslant1$，即 $-1\leqslant x\leqslant1$. 而当 $-1\leqslant x\leqslant0$ 时，$u=2-x^2$ 递增，故 $g(x)$ 递减；当 $0\leqslant x\leqslant1$ 时，$u=2-x^2$ 递减，故 $g(x)$

递增.

综上,$g(x)$的单调递减区间是$[-1,0]\cup[1,+\infty]$,单调递增区间是$(-\infty,-1]\cup[0,1]$.

第6课

二、1.(1)C (2)B (3)A

2.(1)关于原点对称 (2)0 (3)$-x^2-\sin x-2$

习题6

1.(1)C (2)D (3)B

2.(1)奇函数 (2)-20 (3)y轴

3.(1)(Ⅰ)奇函数;(Ⅱ)奇函数.

$$\because f(-x)=\begin{cases}-(-x)^2-2(-x)-5 & (x>0)\\ 0 & (x=0)\\ (-x)^2-2(-x)+5 & (x<0)\end{cases}$$

$$=\begin{cases}-x^2-2x+5 & (x>0)\\ 0 & (x=0)\\ -(-x^2-2x-5) & (x<0)\end{cases}$$

$\therefore\ f(-x)=-f(x)$.

(2)若$f(x)$是奇函数,有$f(-x)+f(x)=0$,

$\therefore\ [(m^2-1)x^2-(m-1)x+n+2]+[(m^2-1)x^2+(m-1)x+n+2]=0$,

即 $2(m^2-1)x^2+2(n+2)=0$.

$\therefore\ m^2-1=0$且$n+2=0$,$m=\pm1$且$n=-2$.

当$m=1,n=-2$时,$f(x)=0$,既是奇函数也是偶函数;

当$m=-1,n=-2$时,$f(x)=-2x$,是奇函数.

故$m=\pm1,n=-2$时,$f(x)$是奇函数.

(3)由$f(2+a)>-f(1-2a)$,

又$-f(1-2a)=f(2a-1)$,

$\therefore\ f(2+a)>f(2a-1)$.而$f(x)$在$(-2,2)$上单调递增,得

$$\begin{cases}-2<2+a<2\\ -2<2a-1<2,\\ 2+a>2a-1,\end{cases}\quad 解得\quad -\frac{1}{2}<a<0.$$

(4)任取$b\leqslant x_1<x_2\leqslant a$,则

$-a\leqslant -x_2<-x_1\leqslant -b$.

$\because\ f(x)$在$[-a,-b]$上是减函数,$f(-b)>0$,

$\therefore\ f(-x_1)>f(-b)>0,f(-x_2)>f(-b)>0,f(-x_2)>f(-x_1)$.

又$f(x)$是奇函数,$\therefore f(x_2)=-f(-x_2)<0,f(x_1)=-f(-x_1)<0$,因此,$-f(x_2)>-f(x_1)$,$f(x_2)<f(x_1)$.

$\therefore\ [f(x_2)]^2-[f(x_1)]^2$
$=[f(x_2)+f(x_1)][f(x_2)-f(x_1)]>0$,

即 $[f(x_2)]^2>[f(x_1)]^2$.

$\therefore\ y=[f(x)]^2$在$[b,a]$上是增函数.

第7课

二、1.(1)B (2)A (3)C

2.(1)1 由$4^x-2^{x+1}=0$,解得$x=1$,即$f^{-1}(0)=1$. (2)$(-1,1$ (3)$(x+2)^{\frac{5}{3}}$

习题7

1.(1)B (2)C (3)C

2.(1)$f(x)=4^x+3$ (2)$(-1,1)$ (3)$\frac{7}{2}$

3.(1)(Ⅰ)当$x\geqslant0$时,由$y=x+1$,$x=y-1$,$\therefore f^{-1}=x-1(x\geqslant1)$;当$x<0$时,由$y=1-x^2$,$x=-\sqrt{1-y}$,$\therefore\ f^{-1}=-\sqrt{1-x}(x<1)$.

$$\therefore\ f^{-1}(x)=\begin{cases}x-1 & (x\geqslant1),\\ -\sqrt{1-x} & (x<1).\end{cases}$$

(Ⅱ)由原函数式解得$e^x+e^{-x}=2y$.

$\therefore\ (e^x-e^{-x})^2=4(y^2-1)$,又$e>1,x\leqslant0$,

$\therefore\ e^x<e^{-x},e^x-e^{-x}=-2\sqrt{y^2-1}$.

$\therefore\ e^x=y-\sqrt{y^2-1},x=\ln(y-\sqrt{y^2-1})$.

$$由\begin{cases}y^2-1\geqslant0,\\ 0<y-\sqrt{y^2-1}\leqslant1,\\ y>0.\end{cases}\quad 解得\quad y\geqslant1.$$

$\therefore\ y=f^{-1}(x)=\ln(x-\sqrt{x^2-1})(x\geqslant1)$.

(2) 由$y=\frac{2^x}{1+2^x}$,知$x\in R$,$2^x=\frac{y}{1-y}>0$,

$\therefore\ 0<y<1,x=\log_2\frac{y}{1-y}$.

$\therefore\ f^{-1}(x)=\log_2\frac{x}{1-x}(0<x<1)$.

$$f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\log_2\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=-1.$$

故$f(x)$的定义域为R,值域为$(0,1)$,$f^{-1}(\frac{1}{3})=-1$.

(3) 由$f(x)$是奇函数,即$f(-x)=-f(x)$对任意$x\in R$成立.因此,$f(0)=-f(0)$,即$a-\frac{1}{2^0+1}=-(a-\frac{2}{2^0+1})$,解得$a=1$.

$\therefore\ y=f(x)=1-\frac{2}{2^x+1}$.

由$1-y=\frac{2}{2^x+1}$,$2^x=\frac{1+y}{1-y}$,

$\therefore x=\log_2\frac{1+y}{1-y}$且$2^x>0$,$\frac{1+y}{1-y}>0$,$-1<y<1$.

$\therefore\quad f^{-1}(x)=\log_2\frac{1+x}{1-x}(-1<x<1)$.

(4)∵ $g(x)$是R上的奇函数， ∴ $g(0)=0$.

设$x<0$,则$-x>0$,

$g(x)=-g(-x)=-f(-x)=-2^x$.

于是$g(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x & (x>0),\\ 0 & (x=0),\\ -2^x & (x<0).\end{cases}$

$\therefore\quad g^{-1}(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x & (0<x<1),\\ 0 & (x=0),\\ \log_2(-x) & (-1<x<0).\end{cases}$

第8课

二、1.(1)D (2)C (3)D

2.(1)$y=\frac{1}{(x+2)^2}-1$. (2)$y=4\sqrt{3x-1}$.

(3)一、三、四.

习题8

1.(1)B $y=3-\frac{7}{x+2}$，令$f(x)=-\frac{7}{x}$,则$y=f(x+2)+3$的图象关于点$(-2,3)$对称.

(2)B. (3)C.

2.(1)$y=\log_3\left(2x-\frac{3}{2}\right)$. (2)3， 用图象法.

(3)$-(x+4)^2+1$.

3.(1)略.

(2)由$f(2+x)=f(2-x)$知$f(x)$的图象关于直线$x=2$对称.设x_1、x_2、x_3、x_4满足方程$f(x)=0$,那么四个点$(x_1,0)$、$(x_2,0)$、$(x_3,0)$、$(x_4,0)$在函数$y=f(x)$的图象上.这四个点分两组关于直线$x=2$对称.不妨设$x_1+x_2=2\times2=4$,则$x_3+x_4=4$.故这四个根之和为8.

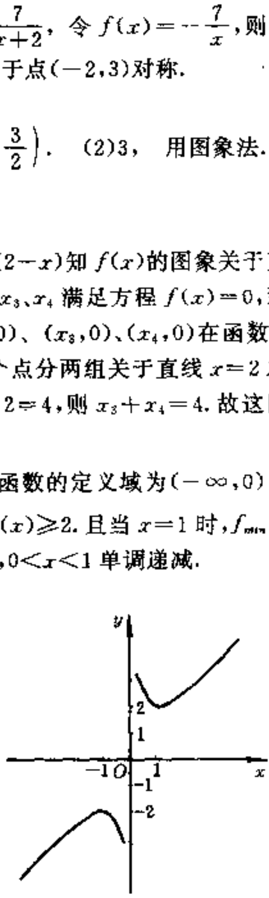
(3)$f(x)=x+\frac{1}{x}$,函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.当$x>0$时,$f(x)\geqslant2$.且当$x=1$时,$f_{min}=2$,当$x\geqslant1$时,函数递增,$0<x<1$单调递减.

又$f(-x)=-f(x)$,

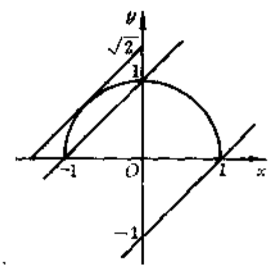
$f(x)$是奇函数.

于是,$x<0$时,$f(x)\leqslant-2$,且当$x=-1$时,$f_{max}=-2$,当$x\leqslant-1$时,函数递增,$-1<x<0$,单调递减.

函数的图象如右图.



(4)令$y_1=\sqrt{1-x^2}$,其图象为一半圆$x^2+y^2=1$ $(y\geqslant0)$.令$y_2=x+b$,其图象是斜率为1的平行线系.在同一坐标系中作出它们的图象(如下图).因为b是直线$y_2=x+b$在y轴上的截距,由图可知,当$-1\leqslant b<1$时,直线$y_2=x+b$与半圆$y_1=\sqrt{1-x^2}$只有一个交点;当$b=\sqrt{2}$时,直线与半圆相切.故$b=\sqrt{2}$与$-1\leqslant b<1$时,方程$\sqrt{1-x^2}=x+b$有且只有一个实数根.



第9课

二、1.(1)B (2)B (3)C

2.(1)-2:由$m-1\neq0$且$m^2+m=2$,则$m=-2$.

(2)$(-2,3)$:由$\frac{-2m}{2(-1)}=-2$,得$m=-2$,则$y=-x^2-4x-1$,其顶点坐标为$(-2,3)$.

(3)$\sqrt[4]{10}$:根据题意知$\lg a>0$,且$\frac{(4\lg a)^2-4}{4\lg a}=-3$,解得$a=\sqrt[4]{10}$.

习题9

1.(1)A:由$f(2+t)=f(2-t)$知二次函数$f(x)$的对称轴是$x=2$,从而$f(2)<f(1)<f(4)$.

(2)A (3)C

2.(1)$\begin{cases}b^2-4c>0,\\ b<0,\\ c>0.\end{cases}$ $c<0$:由$\begin{cases}\Delta>0,\\ x_1+x_2>0,\\ x_1x_2>0.\end{cases}$得

$\begin{cases}b^2-4c>0,\\ b<0,\\ c>0.\end{cases}$ 由 $\begin{cases}\Delta>0,\\ x_1x_2<0\end{cases}$ 得 $c<0$.

(2)$-3,2,1$ (3)2

3.(1)$f(x)=-4(x-\frac{a}{2})^2-4a$.

①若$\frac{a}{2}>1$,即$a>2$时,$f(1)$最大,$f(1)=-4-$

$=-5, a^2=1$(舍去)；

②若 $0\leqslant\frac{a}{2}\leqslant 1$，即 $0\leqslant a\leqslant 2$ 时，$f\left(\frac{a}{2}\right)$最大，即 $-4a=-5, a=\frac{5}{4}$；

③若 $\frac{a}{2}<0$，即 $a<0$ 时，$f(0)$最大，$f(0)=-4a-a^2=-5$，解得 $a=-5$ 或 $a=1$(舍去).

综上，$a=\frac{5}{4}$ 或 $a=-5$.

(2)①当 $m=0$ 时，$x=\frac{1}{3}>0$，$\therefore m=0$；

②当 $m>0$ 时，设方程两实根为 x_1, x_2，由于 $x_1x_2=\frac{1}{m}>0$，则 $x_1>0, x_2>0$，此时 $\Delta\geqslant 0$ 且 $x_1+x_2>0$，即 $(m-3)^2-4m\geqslant 0$ 且 $-\frac{m-3}{m}>0$，解得 $0\leqslant m\leqslant 1$，而 $m>0$，故 $0<m\leqslant 1$；

③当 $m<0$ 时，由 $x_1x_2=\frac{1}{m}<0$，不妨设 $x_1>0, x_2<0$，由于 $\Delta=(m-9)(m-1)>0$，故 $m<0$ 时必有一个根大于 0.

综上，$m\leqslant 1$.

(3)由已知得 $A=\{x\mid -5<x<\frac{3}{2}\}$，$B=\{x\mid \frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2\}$，从而知 $x^2+ax+b\leqslant 0$ 的解为 $\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2$，由根与系数的关系得 $a=-\frac{7}{2}, b=3$.

(4)在线段 AB 上取一点 P，显然土地面积取决于 P 的位置. 直线 AB 的方程 $\frac{x}{30}+\frac{y}{20}=1$，设 $P(x, 20-\frac{2x}{3})$，则划得的长方形地块面积

$$S=(100-x)\left[80-\left(20-\frac{2x}{3}\right)\right](0\leqslant x\leqslant 30),$$

即 $S=-\frac{2}{3}x^2+\frac{20}{3}x+6000(0\leqslant x\leqslant 30)$.

当 $x=5$ 时，$y=\frac{50}{3}$，这时 $S_{max}\approx 6017(m^2)$.

第10课

二、1.(1)C (2)B (3)A

2.(1)$(-\infty,0)\cup(0,1)$. (2)递增，递减.

(3)$mn=1$.

习题10

1.(1)D (2)C (3)A

2.(1)$m<0$；$m<0$ 或 $m>1$；若 $m<0$ 时，$m^{\frac{2}{3}}>0$，而 $m^{\frac{3}{5}}<0$，$\therefore m^{\frac{2}{3}}>m^{\frac{3}{5}}$. 若 $m>0$ 时，$m^{\frac{2}{3}}=m^{\frac{10}{15}}$，$m^{\frac{3}{5}}=m^{\frac{9}{15}}$. 要使 $m^{\frac{10}{15}}>m^{\frac{9}{15}}$，必有 $m>1$. 从而 $m<0$ 或 $m>1$.

(2)$\sqrt{3}$；-1；1 或 $2n(n\in Z)$ (3)-5，19

3.(1)(Ⅰ)$(\sqrt{7})^{-\frac{2}{3}}=\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{3}}$，

则 $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{3}}>(\sqrt{7})^{-\frac{2}{3}}$.

(Ⅱ)$5^{-a}=0.2^a$. 当 $-1<a<0$ 时，$y=x^a$ 在第一象限是减函数，又 $5>0.5>0.2$，则 $5^a<0.5^a<0.2^a$.

(2)依题意知 $m^2-2m-3\leqslant 0$，即 $-1\leqslant m\leqslant 3$，又 $m\in Z$，则 $m=-1,0,1,2,3$. 而图象关于 y 轴对称，$\therefore m^2-2m-3$ 为负偶数或零，则 $m=-1,1,3$. 当 $m=1$ 时，$y=x^{-4}$；当 $m=-1$ 或 $m=3$ 时，$y=x^0=1(x\neq 0)$.(图略)

(3)由已知并结合 $y=x^{-\frac{3}{5}}$ 的图象，得

$$\begin{cases}a-3>0,\\a-3<1+2a.\end{cases} \text{或} \begin{cases}1+2a<0,\\a-3<1+2a.\end{cases}$$

或 $\begin{cases}a-3<0,\\1+2a>0.\end{cases}$

解之得，$-4<a<-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}<a<3$ 或 $a>3$.

(4)$\because f(x)=\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}=1-\frac{2}{x^{2n}+1}$.

$\therefore$ $f(x)$与$\varphi(x)=x^{2n}$有相同的增减性.

当 $n>0$ 时，$\varphi(x)=x^{2n}(x\in R^+)$为增函数，故 $f(x)$为增函数；当 $n<0$ 时，$\varphi(x)=x^{2n}(x\in R^+)$为减函数，故 $f(x)$为减函数.

第11课

二、1.(1)A (2)B (3)B

2.(1)$f(x)=4^x+3$. (2)y 轴；x 轴；直线 $y=x$.

(3)9.

习题11

1.(1)B (2)D (3)B

2.(1)$\left(\frac{3}{4},1\right]$，$f^{-1}(x)=\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}+3\right](x\geqslant 0)$；由 $\log_{0.5}(4x-3)\geqslant 0$，得 $0<4x-3\leqslant 1$，解之得函数的定义域为$\left(\frac{3}{4},1\right]$. 由已知函数式得 $y^2=\log_{0.5}(4x-3)$，$4x-3=\left(\frac{1}{2}\right)^{y^2}$，$x=\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{y^2}+3\right]$，

则 $f^{-1}(x)=\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}+3\right](x\geqslant 0)$.

(2)$\frac{1}{2}$ (3)$y=(0.9576)^{\frac{x}{100}}$

3.(1)$\because xy^{1+\lg x}=1$，$\therefore \lg x+(1+\lg x)\lg y=0$.

$\because$ $1+\lg x\neq 0$，$\therefore$ $\lg y=-\frac{\lg x}{1+\lg x}$.

又 $\lg(xy)=\lg x+\lg y=\frac{\lg^2 x}{1+\lg x}$.

令 $\lg x=t,\lg(xy)=u$,则 $u=\frac{t^2}{1+t}$,

即 $t^2-ut-u=0$.

∵ $t\in R$, ∴$\Delta\geqslant 0$,即 $u^2+4u\geqslant 0$,

∴ $u\geqslant 0$ 或 $u\leqslant -4$.

由 $u\geqslant 0$ 得 $\lg(xy)\geqslant 0$,∴ $xy\geqslant 1$;

由 $u\leqslant -4$ 得 $\lg(xy)\leqslant -4$,∴ $0<xy\leqslant 10^{-4}$.

(2)(Ⅰ)$a^x-1>0$,当 $0<a<1$ 时,定义域为$(-\infty,0)$,当 $a>1$ 时,定义域为$(0,+\infty)$.

(Ⅱ)当 $a>1$ 时,a^x-1 为增函数,

∴ $y=\log_a(a^x-1)$在$(0,+\infty)$上为增函数;

当 $0<a<1$ 时,$y=\log_a(a^x-1)$在$(-\infty,0)$上为增函数.

(3)令 $\log_{a^2}x=\log_{ab}y=\log_{b^2}(x+y)=k$,则 $x=a^{2k},y=(ab)^k,x+y=b^{2k}$,

∴ $a^{2k}+(ab)^k=b^{2k}$.

∵ $b\neq 0$,∴ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2k}+\left(\frac{a}{b}\right)^k-1=0$.

∴ $\left(\frac{a}{b}\right)^k=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$.

而 $\frac{x}{y}=\left(\frac{a}{b}\right)^k$,又 $x>0,y>0$.

∴ $\frac{x}{y}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

(4)∵ $x\in R$ 时,$x+\sqrt{2+x^2}>0$,因此函数的定义域为 R.

(Ⅰ)∵$f(-x)=\lg(-x+\sqrt{2+x^2})-\lg\sqrt{2}$

$$=\lg\frac{2}{x+\sqrt{2+x^2}}-\lg\sqrt{2}$$

$$=-\lg(x+\sqrt{2+x^2})+\lg 2-\lg\sqrt{2}$$

$$=-f(x),$$

∴ 函数 $f(x)$是奇函数,其图象关于原点对称.

(Ⅱ)设 $x_1<x_2$, $f(x_1)-f(x_2)=\lg(x_1+\sqrt{2+x_1^2})-\lg(x_2+\sqrt{2+x_2^2})=\lg\frac{x_1+\sqrt{2+x_1^2}}{x_2+\sqrt{2+x_2^2}}$.

∵ $x_1<x_2$,∴ $0<\frac{x_1+\sqrt{2+x_1^2}}{x_2+\sqrt{2+x_2^2}}<1$,

从而 $\lg\frac{x_1+\sqrt{2+x_1^2}}{x_2+\sqrt{2+x_2^2}}<0$,∴ $f(x_1)<f(x_2)$.

∴ $f(x)$为单调递增函数.

第12课

二、1.(1)B;由 $\log_a 2<\log_b 2<0$,得 $\frac{1}{\log_2 a}<\frac{1}{\log_2 b}<0$,∴$0>\log_2 a>\log_2 b$,则 $0<b<a<1$.

(2)C (3)D

2.(1)>;>;$\pi^{\frac{2}{3}}=(\pi^2)^{\frac{1}{3}}>9^{\frac{1}{3}}$;$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=1=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$,∴ $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$.

(2)$(2,+\infty)$. (3)$2\sqrt{2}$;由 $x+3y=1$,而 $2^x+8^y=2^x+2^{3y}\geqslant 2\sqrt{2^{x+3y}}=2\sqrt{2}$.

习题12

1.(1)D;∵ $1<x<d$,∴ $0<\log_d x<1$,则 $c=\log_d(\log_d x)<0$. 又 $a=(\log_d x)^2>0$,且 $a-b=(\log_d x)^2-\log_d x^2=(\log_d x)^2-2\log_d x=(\log_d x-1)^2-1<0$,∴$c<a<b$.

(2)C (3)D

2.(1)$\log_{\frac{1}{3}}2$;设 $u=x^2-6x+10=(x-3)^2+1$,它在区间[1,2]上的最小值为 $u=(2-3)^2+1=2$.则 $y=\log_{\frac{1}{3}}u$ 的最大值为 $\log_{\frac{1}{3}}2$.

(2)$(2,+\infty)$. (3)$\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(2,+\infty)$.

3.(1)令 $t=2^x+2^{-x}\geqslant 2$,则 $y=t^2-2t-2=(t-1)^2-3$.

当 $t=2$,即 $x=0$ 时,$y_{min}=-2$.

(2)(Ⅰ)∵ $10^{5\lg a}=a^5$,原不等式化为 $a^{x^2-2x-10}>a^5$.

当 $a>1$ 时,有 $x^2-2x-10>5$,解得 $x<-3$ 或 $x>5$;

当 $0<a<1$ 时,有 $x^2-2x-10<5$,解得 $-3<x<5$.

(Ⅱ)原不等式等价于

$$\begin{cases}x>0,\\5-x>0,\\\log_{\frac{1}{2}}[\frac{1}{4}x(5-x)]>0.\end{cases}$$

即 $\begin{cases}x>0,\\x<5,\\\frac{1}{4}x(5-x)<1.\end{cases}$

解得 $0<x<1$,或 $4<x<5$.

(3)$f(x),g(x)$的公共定义域为$(-1,1)$.

$\frac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}=\left|\frac{\log_a(1-x)}{\log_a(1+x)}\right|$

$=|\log_{(1+x)}(1-x)|.(x\neq 0)$

①当 $0<x<1$ 时，有 $1+x>1,0<1-x<1$.

$\therefore\quad |\log_{(1+x)}(1-x)|=-\log_{(1+x)}(1-x)$

$=\log_{(1+x)}\dfrac{1}{1-x}$

$=\log_{(1+x)}\dfrac{1+x}{1-x^2}$

$=1-\log_{(1+x)}(1-x^2)$.

而 $0<1-x^2<1,\log_{(1+x)}(1-x^2)<0$,

$\therefore\quad \dfrac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}>1$,

$\because\quad |\log_a(1-x)|>0$,

$\therefore\quad |\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

②当 $-1<x<0$ 时，有 $0<1+x<1,1-x>1$.

$\therefore\quad |\log_{(1+x)}(1-x)|=-\log_{(1+x)}(1-x)=1-\log_{(1+x)}(1-x^2)$.

又由 $-1<x<0,1>1+x>0,0<1-x^2<1$,

$\therefore\quad \log_{(1+x)}(1-x^2)>0$,

$\therefore\quad |\log_{(1+x)}(1-x)|<1$，进而

$|\log_a(1-x)|<|\log_a(1+x)|$.

③当 $x=0$ 时，$|\log_a(1-x)|=|\log_a(1+x)|=0$.

综上，当 $0<x<1$ 时，$|f(x)|>|g(x)|$；当 $x=0$ 时，$|f(x)|=|g(x)|$；当 $-1<x<0$ 时，$|f(x)|<|g(x)|$.

(4)①当 $(\log_3 m)^2-\log_3(27m^2)=0$ 时，得

$(\log_3 m)^2-2\log_3 m-3=0$,

$\therefore\quad \log_3 m=3$ 或 $\log_3 m=-1$.

当 $\log_3 m=-1$ 时，原不等式为 $4x-1<0$，对任意 $x\in R$ 不恒成立.

当 $\log_3 m=3$ 时，原不等式为 $-1<0$，对任意 $x\in R$ 恒成立. 故 $m=3^3=27$.

②当 $(\log_3 m)^2-\log_3(27m^2)\neq 0$ 时，原不等式对任意 $x\in R$ 恒成立的充要条件是

$$\begin{cases}(\log_3 m)^2-\log_3(27m^2)<0,\\ \Delta=(\log_3 m-3)^2+4[(\log_3 m)^2-\log_3(27m^2)]<0.\end{cases}$$

即 $\begin{cases}(\log_3 m)^2-2\log_3 m-3<0,\\ 5(\log_3 m)^2-14\log_3 m-3<0.\end{cases}$

$\therefore\quad \begin{cases}-1<\log_3 m<3,\\ -\dfrac{1}{5}<\log_3 m<3.\end{cases}$

$\therefore\quad -\dfrac{1}{5}<\log_3 m<3$.

$\therefore\quad 3^{\frac{1}{5}}<m<27$.

由①、②，所求实数 m 的取值范围是 $(\dfrac{\sqrt[5]{81}}{3},27]$.

第 13 课

二、1. (1)D　(2)C　(3)B

2. (1)$x=\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{1}{2}$.　(2)$x=10$.

(3)$\{x|x>0$ 且 $x\neq 1\}$.

习题 13

1. (1)C　(2)C：图象法　(3)A：第一年后木材存有量为 $a(1+25\%)-x=\dfrac{5a}{4}-x$，第二年后木材存有量为 $(\dfrac{5a}{4}-x)(1+25\%)-x=\left(\dfrac{5}{4}\right)^2a-\dfrac{9}{4}x$,

依题意得 $\left(\dfrac{5}{4}\right)^2a-\dfrac{9}{4}x=\dfrac{3}{2}a$. 则 $x=\dfrac{1}{36}a$.

2. (1)$x=-1$　(2)$\{4\}$　(3)$\{2\}$

3. (1)(Ⅰ)令 $3^{2x-2}=y$，原方程化为

$y^2+9y-10=0$.

$\therefore\quad y=1$ 或 $y=-10$(舍去).

即 $3^{2x-2}=1$，$\therefore\quad x=1$.

(Ⅱ) 由原方程化为

$\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2 4(3^{x-1}-2)$,

$\therefore\quad 9^{x-1}-5=4(3^{x-1}-2)$,

$3^{2(x-1)}-4\cdot 3^{x-1}+3=0$,

即 $(3^{x-1}-1)(3^{x-1}-3)=0,3^{x-1}=1$ 或 $3^{x-1}=3$.

解之，$x=1$ 或 $x=2$. 经检验知 $x=1$ 为增根.

$\therefore$ 原方程的解为 $x=2$.

(2)由原方程得 $5^x=\dfrac{a+3}{5-a}$，$\because\quad x<0,0<5^x<1$,

$\therefore\quad 0<\dfrac{a+3}{5-a}<1$，解得 $-3<a<1$.

(3)由已知方程知 $a>0$，此时原方程等价于

$$\begin{cases}x>1, & ①\\ \dfrac{x^2}{x-1}=a. & ②\end{cases}$$

由②得 $x^2-ax+a=0$　③

方程③的判别式 $\Delta=a^2-4a$.

若 $\Delta<0$，即 $0<a<4$ 时，③无解，原方程无解；

若 $\Delta=0$，即 $a=4$ 时，③有两等根 $x_1=x_2=2$，经检验知原方程有唯一解 $x=2$；

若 $\Delta>0$，即 $a>4$ 时，③有两个不相等的实根：

$x_1=\dfrac{a+\sqrt{a^2-4a}}{2},x_2=\dfrac{a-\sqrt{a^2-4a}}{2}$.

由 $x_1>x_2$ 且 $x_2-1=\dfrac{a-2-\sqrt{a^2-4a}}{2}>\dfrac{a-2-\sqrt{(a-2)^2}}{2}=0$，知 $x_1>x_2>1$，满足不等式①.

故 $a>4$ 时，x_1、x_2 均是原方程的解.

(4)原方程组的解在(3,4)内，等价于

$$\begin{cases}x+3>0,\\x\neq 0,\\x+3=2^a\cdot x,\\3<x<4.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3<x<4,\\(2^a-1)x=3.\end{cases}$$

即 $3<\dfrac{3}{2^a-1}<4$. *

当 $a>0$ 时，解 * 得 $\log_2\dfrac{7}{4}<a<1$；

当 $a<0$ 时，* 无解.

综上，实数 a 的取值范围是 $(\log_2\dfrac{7}{4},1)$.

第 14 课

二、1.(1)D (2)C：由 $\lg a+\lg b=0$，则 $ab=1$，$f_1^{-1}(x)=\log_a x=\log_{\frac{1}{b}}x=-\log_b x=-f_2^{-1}(x)$，故 $f_1^{-1}(x)$ 与 $f_2^{-1}(x)$ 的图象关于 x 轴对称.

(3)B：由 $\begin{cases}x+1\geqslant 0,\\x-1\geqslant 0.\end{cases}$ 得函数的定义域为 $[1,+\infty)$. 又 $y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$ 在 $[1,+\infty)$ 上是减函数，从而得函数的值域为 $(0,\sqrt{2}]$.

2.(1)$b<c<a$ (2)x^2-2x：因函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{1}{2}$ 对称，则有 $f(x)=f(1-x)$. 当 $x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)=x^2-1$，故 $x>\dfrac{1}{2}$ 时，$y=f(1-x)=(1-x)^2-1=x^2-2x$. (3)增函数：因 $f(x)$ 是偶函数且在 $[-1,0]$ 上是减函数，所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上是增函数. 又 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数，$f(x)=f(x+2)$，则 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上也是增函数.

习题 14

1.(1)C (2)A (3)D

2.(1)$a\leqslant -4$ 或 $a\geqslant 0$ (2)$b<c<a$

(3)$\dfrac{1}{2}$，将 $x=2$，$y=5$ 代入 $y=a^x-\dfrac{5}{2}a+6$，解得 $a=\dfrac{1}{2}$ 或 $a=2$. 检验知，$a=2$ 时，在区间 $(\dfrac{23}{4},+\infty)$ 上 $f^{-1}(x)>0$，故 $a=\dfrac{1}{2}$.

3.(1)任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，设 $x_1<x_2$，因 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，那么 $f(x_1)<f(x_2)$，即 $f(x_2)-f(x_1)>0$.

$\because\ g(x_2)-g(x_1)=f(x_2)+\dfrac{1}{f(x_2)}-f(x_1)-\dfrac{1}{f(x_1)}=[f(x_2)-f(x_1)][1-\dfrac{1}{f(x_1)f(x_2)}]$.

① 当 $0<x_1<x_2\leqslant 2$ 时，

$0<f(x_1)<f(x_2)\leqslant f(2)=1$，

$\therefore\ 0<f(x_1)f(x_2)<1$，$\dfrac{1}{f(x_1)f(x_2)}>1$，

$\therefore\ 1-\dfrac{1}{f(x_1)f(x_2)}<0$，

$\therefore\ g(x_2)-g(x_1)<0$，

故 $g(x)$ 在 $(0,2]$ 上为减函数；

②同理可证 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数.

(2)①当 $a>1$ 时，原不等式等价于不等式组：

$$\begin{cases}1-\dfrac{1}{x}>0,\\1-\dfrac{1}{x}>a.\end{cases}$$

由此 $1-a>\dfrac{1}{x}$. 因为 $1-a<0$，所以 $x<4$.

$\therefore\ \dfrac{1}{1-a}<x<0$.

②当 $0<a<1$ 时，原不等式等价于不等式组：

$$\begin{cases}1-\dfrac{1}{x}>0, & (*)\\1-\dfrac{1}{x}<a. & (*)(*)\end{cases}$$

由(*)得，$x>1$ 或 $x<0$.

由(*)(*)得，$0<x<\dfrac{1}{1-a}$，

$\therefore\ 1<x<\dfrac{1}{1-a}$.

综上，当 $a>1$ 时，不等式的解集为 $\{x|\dfrac{1}{1-a}<x<0\}$；当 $0<a<1$ 时，不等式的解集为 $\{x|1<x<\dfrac{1}{1-a}\}$.

(3)$\because\ A=\{x|x<1$ 或 $x>4\}$，$\therefore$ 当 $B\cap A=\varnothing$ 时，有

① $B=\varnothing$，则 $\Delta=a^2-12\leqslant 0$，故 $-2\sqrt{3}\leqslant a\leqslant 2\sqrt{3}$；

② $B\neq\varnothing$，应有

$$\begin{cases}a^2-12>0,\\f(1)=a+4\geqslant 0,\\f(4)=4a+19\geqslant 0,\\1<-\dfrac{a}{2}<4.\end{cases}$$

即 $$\begin{cases}a<-2\sqrt{3}\text{ 或 }a>2\sqrt{3},\\a\geqslant -4,\\a\geqslant -\dfrac{19}{4},\\-8<a<-2.\end{cases}$$

$\therefore\ -4\leqslant a<-2\sqrt{3}$.

综上，$a\in\{a|-4\leqslant a\leqslant 2\sqrt{3}\}$.

(4)(Ⅰ)由$\begin{cases}2+x>0,\\2-x>0.\end{cases}$ 得 $-2<x<2$，即函数$f(x)$的定义域为$(-2,2)$；值域为R；$f(x)$是奇函数(证明略).

(Ⅱ)①若$-2<x<-1$时，$f(x)=-\log_2(2+x)-\log_2(2-x)=-\log_2(4-x^2)$.

由$f(x)\leqslant k$，即$-\log_2(4-x^2)\leqslant k$，

$\therefore\ -\sqrt{4-2^{-k}}\leqslant x\leqslant\sqrt{4-2^{-k}}$，$2^k\in(\frac{1}{2},2)$.

$\therefore\ -\sqrt{4-2^{-k}}\leqslant x<-1$；

②若$-1\leqslant x\leqslant 1$，$f(x)\leqslant k$，即$\log_2\frac{2+x}{2-x}\leqslant k$，

$\therefore\ x\leqslant\frac{2^k-1}{2^k+1}\in(-1,1)$.

$\therefore\ -1\leqslant x\leqslant\frac{2^k-1}{2^k+1}$.

③若$1\leqslant x<2$，$f(x)\leqslant k$，即$\log_2(4-x^2)\leqslant k$，

$\therefore\ x\leqslant-\sqrt{4-2^k}$或$x\geqslant\sqrt{4-2^k}>1$，

$\therefore\ \sqrt{4-2^k}\leqslant x<2$.

综上，不等式的解为

$-\sqrt{4-2^{-k}}\leqslant x\leqslant\frac{2^k-1}{2^k+1}$，或$\sqrt{4-2^k}\leqslant x<2$.

第15课

二、1.(1)B：由于函数定义域为R，用判别式法可得结果.也可用检验的方法：对任何实数有$2|x|\leqslant 1+x^2$.故$|y|=\frac{2|x|}{1+x^2}\leqslant 1$，知$\frac{2x}{1+x^2}=-2$无解，排除A.由$\frac{2x}{1+x^2}=-1$，解得$x=-1$，故$y=\frac{2x}{1+x^2}$的最小值为$-1$.

(2)D：令$\frac{y}{x}=\sqrt{3}$，代入$(x-2)^2+y^2=3$，得$x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故知$\sqrt{3}$即为$\frac{y}{x}$的最大值.

(3)C：设1995年零售价为a元，1996年零售价为$1.25a$元，1997年比1996年下降为x，则$1.25a(1-x)=1.15a$，故$x=8\%$.

2.(1)$[1,2]$：由$f(x)=(x-1)^2+2$，结合函数的图象知$m\in[1,2]$.

(2)$\sqrt{2}$：由$2a^2+6b^2=3$，即$\frac{2}{3}a^2+2b^2=1$，令$\sqrt{\frac{2}{3}}a=\sin\alpha(0\leqslant\alpha<2\pi)$，$\sqrt{2}b=\cos\alpha$，则$f(x)=(\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\alpha)x+\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{3x^2+1}\sin(\alpha+\varphi)\leqslant\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2(\pm1)^2+1}=\sqrt{2}$.

(3)150台：由题意知$3000+20x-0.1x^2\leqslant 25x$，即$x^2+50x-30000\geqslant 0$.解得$x\geqslant 150$或$x\leqslant-200$(舍去)，因此所求最低产量为150台.

习题15

1.(1)B：令$m=\sqrt{a}\cos\theta$，$n=\sqrt{a}\sin\theta$，$x=\sqrt{b}\cos\varphi$，$y=\sqrt{b}\sin\varphi$，$mx+ny=\sqrt{ab}\cos(\theta-\varphi)\leqslant\sqrt{ab}$，且当$\cos(\theta-\varphi)=1$时取等号.

(2)A：设矩形的长为y，隔墙的长度为x，则$4x+2y=24$，即$2x+y=12$.矩形的面积为$S=xy=x(12-2x)=-2(x-3)^2+18$，当$x=3$时，$S$取最大值.

(3)D：解法参考例3.

2.(1)3：$f(x)=x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$，又$x\in[-1,\frac{3}{4}]$，当$x=-1$时，$f(x)|_{max}=3$.

(2)$-\frac{1}{5}$，16：由已知得$y^2=x-\frac{1}{4}x^2$代入x^2-y^2得$x^2-y^2=\frac{5}{4}(x-\frac{2}{5})^2-\frac{1}{5}$.因为$y^2=x-\frac{1}{4}x^2\geqslant 0$，故，$0\leqslant x\leqslant 4$.当$x=\frac{2}{5}$时，$(x^2-y^2)_{min}=-\frac{1}{5}$，当$x=4$时，$(x^2-y^2)_{max}=16$.

(3)$\begin{cases}m=1,\\n=5,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=5,\\n=1.\end{cases}$解法参考第14课例2.

3.(1)$\because\ x>0$，

$\therefore\ \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geqslant 2$，$\sqrt{x+\frac{1}{x}+1}\geqslant\sqrt{3}$.

$\therefore\ f(x)\geqslant 2+\sqrt{3}$，且当$x=1$时取等号.

则 $f(x)$的最小值为$2+\sqrt{3}$.

而 $f(x)g(x)=1$，

$\therefore\ g(x)=\frac{1}{f(x)}\leqslant\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$.

则 $g(x)$的最大值为$2-\sqrt{3}$.

(2)集合A与B表示的图形都是抛物线，它们在y轴正半轴上的截距分别为1与$\frac{5}{2}$.

$\because\ (A\cup B)\cap C=\varnothing$，

$\therefore\ 1<b<\frac{5}{2}$，$b\in N$，那么$b=2$.

又 $A\cap C=\varnothing$，$\therefore$ 方程组$\begin{cases}y=kx+2,\\y^2=x+1,\end{cases}$无实数

解. 即 $k^2x^2-(4k-1)x+3=0$ 的 $\Delta<0$. 解得 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}<k<1+\frac{\sqrt{3}}{2}$, 而 $k\in N$, 那么 $k=1$.

当 $k=1$ 时, 方程组 $\begin{cases} y=x+2, \\ y=2x^2+x+\frac{5}{2}. \end{cases}$ 无实数解, 则 $B\cap C=\varnothing$.

故存在自然数 $k=1, b=2$ 使 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$.

(3) 根据题意, 得 $0.1x+0.01x^2>12$, 解得 $x<-40$(舍去) 或 $x>30$. 即 $x_{甲}>30$ 千米/小时.

由 $0.05x+0.005x^2>10$, 解得 $x<-50$(舍去) 或 $x>40$, 即 $x_{乙}>40$ 千米/小时.

两者比较: 乙车超过限速, 应负主要责任.

(4) 设耕地平均每年至多只能减少 x 公顷, 又设该地区现有人口为 p 人, 粮食单产为 M 吨/公顷, 依题意得不等式 $\frac{M\times(1+22\%)\times(10^4-10x)}{p\times(1+1\%)^{10}}\geqslant\frac{M\times10^4}{p}\times(1+10\%)$. 化简得 $x\leqslant10^3\times\left[1-\frac{1.1\times(1+0.01)^{10}}{1.22}\right]$.

$\because\ 10^3\times\left[1-\frac{1.1\times(1+0.01)^{10}}{1.22}\right]$

$=10^3\times\left[1-\frac{1.1}{1.22}\times(1+C_{10}^1\times0.01+C_{10}^2\times0.01^2+\cdots)\right]$

$\approx10^3\times\left[1-\frac{1.1}{1.22}\times1.1045\right]\approx4.1$

$\therefore\ x\leqslant4$(公顷).

则按规划该地区耕地平均每年至多只能减少 4 公顷.

【单元测试一】(A 卷)

一、(1)A: 由已知 $M\subseteq P\cap Q=\{0,2\}$ 则集合 M 的个数为 $2^2=4$.

(2)C: 令 $u=\sqrt{4-x^2}$, $0\leqslant u\leqslant2$, $f(u)=\frac{1}{u-1}$. $\therefore$ $u\neq1$, $u\in[0,1)\cup(1,2]$, 即 $x\in[0,1)\cup(1,2]$.

(3)D: 由 $10^{x-1}-2=8$, 即 $10^{x-1}=10$, $\therefore$ $x-1=1$, $x=2$. 那么 $f^{-1}(8)=2$.

(4)C: 令 $x=\sin\theta\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$, 则

$y=\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$.

$\therefore\ -\frac{\pi}{4}\leqslant\theta+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3\pi}{4}$,

$\therefore\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqslant1$,

$\therefore\ y_{max}=\sqrt{2}$, $y_{min}=-1$.

(5)B: $\because\ y=a^{|\log_a x|}$

$=\begin{cases} a^{-\log_a x}(0<x\leqslant1), \\ a^{\log_a x}(x\geqslant1), \end{cases}=\begin{cases} \frac{1}{x}, (0<x\leqslant1) \\ x, (x\geqslant1) \end{cases}$

其图象为 B.

(6)D: 由原方程得 $3^{\log_{x^2}4}=3$, $\log_{x^2}4=1$, $x^2=4$,

$\therefore$ $x=\pm2$. 经检验都是方程的解.

(7)B: 用图象法确定.

(8)D: 选适合题设条件的特殊函数 $f(x)=2^x$, 检验知 $\frac{f(-x)}{f(x)}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x}=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ 为减函数.

(9)A: 原方程即为 $\lg^2x-2\lg x-2=0$. 因为 α、β 是原方程的两根, $\lg\alpha+\lg\beta=2$, $\lg\alpha\lg\beta=-2$. 则 $\log_\beta\alpha+\log_\alpha\beta=\frac{\lg\alpha}{\lg\beta}+\frac{\lg\beta}{\lg\alpha}=\frac{\lg^2\alpha+\lg^2\beta}{\lg\alpha\lg\beta}=-4$.

(10)B: $f(7.5)=f(6+1.5)=-f(1.5)=-f(2-0.5)=f(-0.5)=-f(0.5)=-0.5$.

二、(1)$(0,1]$: $f(x)=\log_{\frac14}x$, $f(2x-x^2)=\log_{\frac14}(2x-x^2)$, 由 $2x-x^2>0$ 得 $x\in(0,2)$, 而 $x\in(0,1]$ 时, $u=2x-x^2$ 递增, 则 $f(2x-x^2)$ 递减.

(2)$\frac{x}{x^2-1}$: $f(-x)+g(-x)=\frac{1}{-x-1}$, 即 $-f(x)+g(x)=-\frac{1}{x+1}$, 与 $f(x)+g(x)=\frac{1}{x-1}$ 联立, 消去 $g(x)$ 得 $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$.

(3)$\frac{1}{12}(n^3-n)$: $f(x)=(x-1)^2+(x-2)^2+\cdots+(x-n)^2=nx^2-2(1+2+3+\cdots+n)x+(1^2+2^2+\cdots+n^2)=nx^2-n(1+n)x+\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

$f(x)|_{min}=\frac{4n\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-[n(1+n)]^2}{4n}=\frac{1}{12}(n^3-n)$.

(4)$0<m<2$: 由 $x^{\log_2 m}>x$, 又 $0<x<1$, 则 $\log_2m<1$, 故 $0<m<2$.

(5)$8, \frac{25}{4}$: $f(x)=(\log_{\frac14}x-1)^2+4$, 且 $2\leqslant x\leqslant4$. 故当 $x=4$ 时, $f(x)|_{max}=8$; 当 $x=2$ 时, $f(x)|_{min}=\frac{25}{4}$.

(6)31: 设 $\sqrt{x^2+25x+80}=u$, 则原方程化为 $u^2-28=3u$, 因 $u\geqslant0$, 则 $u=7$, 即 $x^2+25x+80=7^2$; 由于 $\Delta>0$, 故方程有两个相异实根, 两根之积是 $80-7^2=31$.

三、(1) 原不等式化为

$\log_{\frac14}\left(\frac{4-a^x}{2}\right)^2\geqslant\log_{\frac14}(a^x-1)$.

$\therefore$ 原不等式等价于$\begin{cases}\left(\dfrac{4-a^x}{2}\right)^2\leqslant a^x-1,\\ 4-a^x>0.\end{cases}$

即 $\begin{cases}a^{2x}-12a^x+20\leqslant 0,\\ a^x<4.\end{cases}$

即 $\begin{cases}2\leqslant a^x\leqslant 10,\\ a^x<4.\end{cases}$ $\therefore$ $2\leqslant a^x<4.$

当 $0<a<1$ 时，原不等式的解集是

$\{x|\log_a 4<x\leqslant\log_a 2\}$；

当 $a>1$ 时，原不等式的解集是

$\{x|\log_a 2\leqslant x<\log_a 4\}.$

(2)$\because$ $\dfrac{N}{M}=\dfrac{a+b}{a^{\sin^2 x}\cdot b^{\cos^2 x}}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{b}{a}\right)^{\sin^2 x}$

①若 $a>b>0$，则 $\dfrac{a}{b}>1,0<\dfrac{b}{a}<1$. 由指数函数的性质，知 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\cos^2 x}\geqslant 1,0<\left(\dfrac{b}{a}\right)^{\sin^2 x}\leqslant 1.$

$\therefore$ $\dfrac{N}{M}>1$，于是 $N>M$；

②若 $a=b>0$，则 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a}=1$，

$\therefore$ $\dfrac{N}{M}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{b}{a}\right)^{\sin^2 x}=1+1>1$，

于是 $N>M$；

③若 $0<a<b$，同①有 $N>M$.

综上所述，$N>M$.

(3)$\because$ $x+y=xy,x>0,y>0$，

$\therefore$ $y=\dfrac{x}{x-1}(x>1)$ $\qquad(*)$

将$(*)$代入 $u=x+4y$，得

$u=x+\dfrac{4x}{x-1}(x>1).$

$\because$ $x>0,\dfrac{4x}{x-1}>0$，

$\therefore$ $u=x+\dfrac{4(x-1)}{x-1}+\dfrac{4}{x-1}$

$=(x-1)+\dfrac{4}{x-1}+5$

$\geqslant 2\sqrt{(x-1)\cdot\dfrac{4}{x-1}}+5=9$，

当且仅当 $x-1=\dfrac{4}{x-1}$时，即 $x=3$ 时等号成立.

$\therefore$ u 的取值范围是$[9,+\infty)$.

(4)设每天从报社买进 x 份$(250\leqslant x\leqslant 400)$，则每月可销售$(20x+10\times 250)$份，退回报社 $10(x-250)$份，又知卖出的报纸每份获得利润为 0.08 元，退回的报纸每份亏损 0.08 元. 依题意，每月获得的利润为

$f(x)=0.08\times(20x+10\times 250)-0.08\times 10(x-250)$

$=0.8x+400.$

$\because$ $f(x)$在区间$[250,400]$上是增函数.

$\therefore$ 当 $x=400$ 时，$f(x)$取得最大值，最大值为 720.

(5)函数 $f(x)$的定义域由下列不等式组确定

$\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1}>0,\\ x-1>0,\\ p-x>0,\end{cases}$ $\therefore$ $1<x<p.$

$\because$ $f(x)=\log_2[(x+1)(p-x)]=\log_2[-(x-\dfrac{p-1}{2})^2+\dfrac{(p+1)^2}{4}](1<x<p).$

令 $u=g(x)=-(x-\dfrac{p-1}{2})^2+\dfrac{(p+1)^2}{4}$，

$\because$ $p>1$，$\therefore p>\dfrac{p-1}{2}$. 而抛物线 $u=g(x)$的对称轴方程为 $x=\dfrac{p-1}{2}$.

当$\dfrac{p-1}{2}\in(1,p)$，即 $p>3$ 时，

$u_{max}=g\left(\dfrac{p-1}{2}\right)=\dfrac{(p+1)^2}{4}.$

$\therefore$ $y_{max}=\log_2\dfrac{(p+1)^2}{4}=2\log_2(p+1)-2.$

故函数的值域为$(-\infty,2\log_2(p+1)-2]$；

当$\dfrac{p-1}{2}\leqslant 1$，即 $1<p\leqslant 3$ 时，u 无最大值和最小值. 但 $u<g(1)=-(1-\dfrac{p-1}{2})^2+\dfrac{(p+1)^2}{4}=2(p-1)$，

$\therefore$ $y<\log_2[2(p-1)]=1+\log_2(p-1).$

故函数 $f(x)$的值域为$(-\infty,1+\log_2(p-1))$.

(6)(Ⅰ)依题意，设 $B(t,\dfrac{3}{2}t),A(-t,\dfrac{3}{2}t)(t>0),C(x_0,y_0)$.

$\because$ M 是 BC 的中点.

$\therefore$ $\dfrac{t+x_0}{2}=1,\dfrac{\frac{3}{2}t+y_0}{2}=m$，

$\therefore$ $x_0=2-t,y_0=2m-\dfrac{3}{2}t.$

在$\triangle ABC$ 中，$|AB|=2t$，AB 边上的高 $h_{AB}=y_0-\dfrac{3}{2}t=2m-3t.$

$\therefore$ $S=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot h_{AB}=\dfrac{1}{2}\cdot 2t\cdot(2m-3t)$，

即 $f(t)=-3t^2+2mt,t\in(0,1]$.

(Ⅱ)$\because$ $S=-3t^2+2mt$

$=-(t-\dfrac{m}{3})^2+\dfrac{m^2}{3},t\in(0,1].$

若$\begin{cases}0<\dfrac{m}{3}\leqslant 1,\\ m>\dfrac{3}{2},\end{cases}$ 即$\dfrac{3}{2}<m\leqslant 3$，