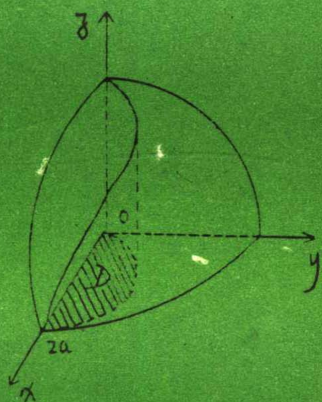


高等学校专科教材

高等数学(下)

张永曙 主编



西北工业大学出版社

高等学校专科教材

高等数学

(下册)

张永曙 主编

张永曙	袁美月	刘有炳	
戴一明	刘浩荣	惠永琴	合编
倚朝晖	苏金熙	徐敏	

西北工业大学出版社

1994年8月 西安

(陕)新登字 009 号

高等学校专科教材
高等数学
(下册)

张永曙 主编
责任编辑 郑永安
责任校对 杨长照

*

©1994 西北工业大学出版社出版
(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 5269046)
陕西省新华书店发行
西北工业大学出版社印刷厂印装
ISBN 7-5612-0724-7/O·95

*

开本: 850×1168 毫米 1/32 8.0 印张 字数 197 千字
1994 年 8 月第 1 版 1994 年 8 月第 1 次印刷
印数: 1—8000 册 定价: 5.50 元
(上下册 定价: 13.00 元)

购买本社出版的图书, 如有缺页、错页的, 本社发行部负责调换。

前 言

为了适应我国目前发展的各类高等工程专科教育的需要,根据高等工程专科高等数学课程教学大纲及普通高等理工院校成人教育研究会数学学科委员会制订的专科高等数学课程教学基本要求,我们编写了这本《高等数学》(上、下册)教材。本书可作全日制大学及各类成人高等教育工程专科的高等数学课程教材,也可供参加自学考试的考生作为自学用书。书中打“*”号的内容,供不同的专业选用。

本书在内容编排方面,做了一些新的尝试,把高等数学课程教学大纲中的内容分为微积分引论、一元函数微分学、一元函数积分学、常微分方程、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学及无穷级数等八篇,共二十二章,使教材的体系更加清晰。为适应大专学生学习的特点,我们在编写时,力求做到:(1)在每篇(章)的“开场白”中指出该篇(章)的内容与实际的联系及其在高等数学中的地位和作用;(2)主要的数学概念从实例引入,即从感性认识入手,再上升到严格的数学定义;(3)主要数学方法的讲述“由特殊到一般”、“由几何直观再到数学抽象”;(4)内容安排由简到繁、由浅入深,且层次分明、条理清楚;(5)文字通俗易懂,语言精练确切;(6)内容有小结,例题有分析,注重培养学生分析问题和解决问题的能力。

要在一本受到篇幅限制的教材中完全做到以上各点还是有一定困难的,为此,配合《高等数学》(上、下册)的学习,我们编写了《高等数学学习指导书》与《高等数学》(上、下册)同时出版,作为本书的配套书。

本书由西北工业大学张永曙（第一、二、三章）、武汉水利电力大学袁美月（第四、五、六章）、西安理工大学刘有炳（第七章）、重庆大学戴一明（第八、九、十章）、同济大学刘浩荣（第十一、十二章）、成都理工学院惠永琴（第十三、十四章）、西北工业大学倚朝晖（第十五、十六、十七章）、武汉交通科技大学苏金熙（第十八、十九章）、长沙铁道学院徐敏（第二十、二十一、二十二章）编写，由张永曙任主编，负责全书的修改与统稿工作。

由于我们水平有限，加之时间较仓促，书中错误和不妥之处在所难免，诚望读者批评指正。

编 者

1994 年 3 月

目 录

第五篇 向量代数与空间解析几何

第十三章 向量代数	1
§ 13.1 空间直角坐标系	1
一、空间直角坐标系	1
二、空间两点间的距离公式	3
习题 13—1	4
§ 13.2 向量的概念及其线性运算	5
一、向量的概念	5
二、向量的线性运算	5
习题 13—2	8
§ 13.3 向量的坐标表示	9
一、向量在轴上的投影	9
二、向量在坐标轴上的分向量与向量的坐标表示	10
三、向量的模与向量的方向余弦的坐标表示	12
习题 13—3	13
§ 13.4 向量的数量积与向量积	14
一、向量的数量积及其坐标表示	14
二、向量的向量积及其坐标表示	16
三、两向量垂直与平行的条件	18
习题 13—4	19

第十四章 空间解析几何	21
§ 14.1 平面及其方程	21
一、平面的点法式方程	22
二、平面的一般式方程	23
三、两平面的夹角及两平面垂直、平行的条件	25
习题 14—1	27
§ 14.2 空间直线及其方程	28
一、空间直线的点向式方程和参数方程	28
二、空间直线的一般式方程	29
三、空间两直线的夹角及两直线 平行、垂直的条件	31
习题 14—2	35
§ 14.3 曲面及其方程	36
一、曲面方程的概念	36
二、柱面及其方程	37
三、旋转曲面及其方程	39
习题 14—3	42
§ 14.4 二次曲面	42
一、椭球面	43
二、椭圆抛物面和旋转抛物面	44
习题 14—4	46
§ 14.5 空间曲线及其方程	46
一、空间曲线的一般方程	46
二、空间曲线的参数方程	48
三、空间曲线在坐标平面上的投影	49
习题 14—5	51

第六篇 多元函数微分学

第十五章 多元函数	53
§ 15.1 多元函数的概念	53
一、多元函数的定义	54
二、多元函数的几何表示	56
习题 15—1	57
§ 15.2 二元函数的极限	57
习题 15—2	60
§ 15.3 二元函数的连续性	60
习题 15—3	63
第十六章 偏导数与全微分	64
§ 16.1 偏导数	64
一、偏导数的定义	64
二、二元函数的偏导数的几何意义	67
三、高阶偏导数	69
四、混合偏导数可交换次序的条件	70
习题 16—1	71
§ 16.2 全微分及其应用	72
一、全微分的概念	72
二、函数可微分的条件	74
* 三、全微分在近似计算中的应用	75
习题 16—2	77
§ 16.3 多元复合函数的求导方法	78
一、多元复合函数的全导数	78

二、多元复合函数的偏导数	79
三、全微分形式的不变性	81
四、复合函数的高阶偏导数	83
习题 16—3	84
§ 16.4 隐函数的一阶导数公式	85
一、由方程 $F(x, y) = 0$ 确定的隐函数	
$y = y(x)$ 的导数公式	85
二、由方程 $F(x, y, z) = 0$ 确定的隐函数	
$z = z(x, y)$ 的偏导数公式	87
习题 16—4	88
第十七章 偏导数的应用	90
§ 17.1 偏导数的几何应用	90
一、空间曲线的切线与法平面方程	90
二、曲面的切平面与法线方程	93
习题 17—1	96
§ 17.2 二元函数的极值及其求法	97
一、二元函数的极值	97
二、二元函数的最大值和最小值及	
其应用问题的解法	99
三、条件极值 拉格朗日乘数法	101
习题 17—2	104

第七篇 多元函数积分学

第十八章 重积分及其应用	105
--------------------	-----

§ 18.1 二重积分的概念和性质	105
-------------------------	-----

一、引例	105
二、二重积分的定义	108
三、二重积分的性质	109
四、二重积分的几何意义	111
习题 18—1	112
§ 18.2 二重积分的计算	113
一、直角坐标系下二重积分的计算	113
习题 18—2(1)	123
二、极坐标系下二重积分的计算	125
习题 18—2(2)	131
§ 18.3 二重积分的应用	132
一、平面图形的面积	132
二、曲面的面积	133
三、柱体的体积	135
四、平面薄片的质量与重心	137
习题 18—3	139
§ 18.4 三重积分的概念和计算	139
一、三重积分的概念	140
二、直角坐标系下三重积分的计算	141
习题 18—4	144
第十九章 平面曲线积分	146
§ 19.1 对弧长的曲线积分	146
一、引例 平面曲线形物体的质量	146
二、对弧长的曲线积分的定义	147
三、对弧长的曲线积分的性质	149
四、对弧长的曲线积分的计算	149
习题 19—1	152

§ 19.2 对坐标的曲线积分	152
一、引例 变力沿着曲线所作的功	152
二、对坐标的曲线积分的定义	154
三、对坐标的曲线积分的性质	155
四、对坐标的曲线积分的计算	156
五、两种类型曲线积分之间的关系	161
习题 19—2	161
§ 19.3 格林公式及其应用	162
一、格林公式	162
二、格林公式的应用	166
三、平面曲线积分与路径无关的条件	167
习题 19—3	173
§ 19.4 平面曲线积分的应用	174
一、曲线的弧长	174
二、曲线弧的质量	174
三、变力所作的功	175
习题 19—4	176

第八篇 无穷级数

第二十章 常数项级数	179
§ 20.1 常数项级数的概念	179
一、无穷级数及其收敛与发散的定义	180
二、无穷级数的基本性质	182
习题 20—1	186
§ 20.2 正项级数及其敛散性的判别法	187

一、比较判别法	188
二、比较判别法的极限形式	190
三、比值判别法	192
习题 20—2	194
§ 20.3 交错级数及其收敛性的判别法	195
§ 20.4 任意项级数的绝对收敛与条件收敛	197
习题 20—3	199
第二十一章 幂级数	200
§ 21.1 幂级数的概念	200
一、幂级数的定义	200
二、阿贝尔定理	201
三、幂级数的收敛域和收敛半径	202
习题 21—1	205
§ 21.2 幂级数的运算	206
习题 21—2	208
§ 21.3 函数的幂级数展开	208
一、泰勒级数	209
二、将函数展开成幂级数	210
三、函数的幂级数展开式的应用	214
习题 21—3	217
第二十二章 傅立叶级数	218
§ 22.1 三角级数	218
§ 22.2 将函数展开成傅立叶级数	220
一、函数的傅立叶级数	220
二、将周期为 2π 的周期函数展开成傅立叶级数 ...	222
三、将函数展开成正弦级数或余弦级数	225
四、将周期为 $2l$ 的周期函数展开成傅立叶级数 ...	227

习题 22—1,2	228
习题答案.....	229

第五篇 向量代数与空间解析几何

在中学学过的平面解析几何中,曾经通过建立平面直角坐标系把平面上的点与一对有序的数对应起来,把平面上的图形和方程对应起来,从而可用代数方法解决平面几何的有关问题。同样地,空间解析几何也是用类似的方法建立起来的。

正像平面解析几何知识对于学习一元函数微分是不可缺少的一样,空间解析几何的知识对于以后学习多元函数微积分也是十分必要的。

本篇首先建立空间直角坐标,并介绍工程技术上有着广泛应用的向量及其运算,然后利用向量这个工具来讨论平面、空间直线以及它们之间的相互关系。最后讨论常用的一些曲面和空间曲线。

第十三章 向量代数

§ 13.1 空间直角坐标系

一、空间直角坐标系

从空间某一定点 O 引三条相互垂直的数轴,它们都以 O 为原

点,且有相同的长度单位。分别称为 x 轴(横轴)、 y 轴(纵轴)、 z 轴(竖轴),统称为坐标轴。三条坐标轴的交点 O ,称做坐标原点。一般地, x 轴和 y 轴 放置在水平面上,而 z 轴是铅垂线;它们的正方向规定如下: x 轴的正向为从后到前的方向(即向着读者的方向), y 轴的正向为从左到右的方向, z 轴的正向为由下向上的方向(图 13.1)。这样的三条坐标轴就组成了一个空间直角坐标系,记作 $O-xyz$ 。每两条坐标轴所确定的平面称为坐标平面,简称坐标面。如由 x 轴和 y 轴所确定的平面称为 xoy 坐标面。类似地有 $yo z$ 坐标面和 zox 坐标面。三个坐标面把空间分为八个部分,每一部分称为一个卦限。把 xoy 坐标面之上, $yo z$ 坐标面之前, zox 坐标面之右的卦限称为第一卦限。在 xoy 坐标面上的其余三个卦限,按逆时针方向依次称为第二,第三,第四卦限,在 xoy 坐标面之下的四个卦限这样编号:在第一卦限下面的卦限称为第五卦限,其余按逆时针方向依次称为第六、第七、第八卦限。

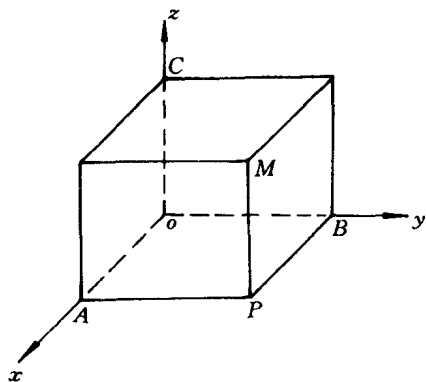


图 13.1

现在建立空间中的点与三维有序数组的对应关系。

设 M 为空间中任意一点。过点 M 作三个平面分别垂直于 x 轴、 y 轴和 z 轴, 并与 x 轴、 y 轴和 z 轴的交点顺次为 A 、 B 和 C (图 13.1)。设 x 、 y 、 z 分别是 A 、 B 、 C 点在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的坐标。这样, 空间中的一点 M 就唯一地确定了一组有序数组 x, y, z , 反之, 任给一有序数组 x, y 和 z , 则分别在 x 轴、 y 轴和 z 轴上对应着点 A 、 B 和 C , 过 A 、 B 、 C 三点分别作平面垂直 x 轴、 y 轴、 z 轴, 它们相交于唯一的一点 M 。这样, 我们建立了空间的点 M 与有序数组 x, y, z 之间的一一对应关系。有序数组 x, y, z 称为点 M 的坐标, 记为 $M(x, y, z)$ 。

根据坐标的规定, 可知点 $P_1(a, 0, 0)$ 在 x 轴上, 点 $P_2(a, b, 0)$ 在 xy 坐标面上, 原点 O 的坐标为 $(0, 0, 0)$ 。

二、空间两点间的距离公式

设 $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 是空间两已知点, 求这两点之间的距离 d 。

过 P_1 、 P_2 各作三个平面分别垂直于三个坐标轴, 形成如图 13.2 所示的长方体。在直角三角形 P_1MP_2 中有

$$(P_1P_2)^2 = (P_1M)^2 + (MP_2)^2 = (P'_1P'_2)^2 + (MP_2)^2$$

$$\text{但因} \quad (P'_1P'_2)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\text{又} \quad (MP_2)^2 = (z_2 - z_1)^2$$

因此得空间两点 P_1P_2 间的距离公式为

$$\begin{aligned} d &= |P_1P_2| \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \end{aligned} \quad (13.1)$$

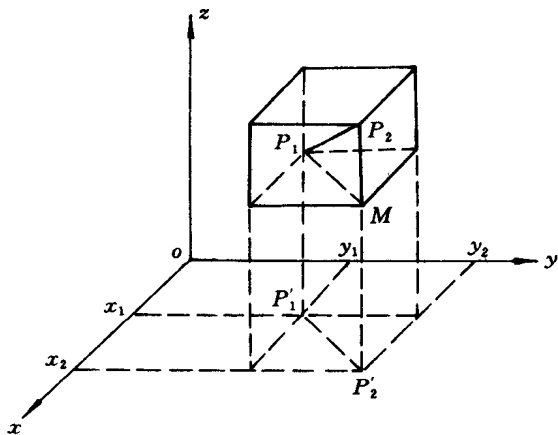


图 13.2

习题 13—1

1. 若点 $M(x, y, z)$ 在 xy 平面上, 问 $z =$ _____。
2. 若点 $M(x, y, z)$ 在 z 轴上, 问 $x =$ _____, $y =$ _____。
3. 求点 $P_1(2, 3, 1)$ 和点 $P_2(2, 7, 4)$ 间的距离 d 。
4. 在 xy 平面上找一点, 使它的 x 坐标为 1, 且与点 $(1, -2, 2)$ 和点 $(2, -1, -4)$ 等距离。