

高中一年级

数学 物理 化学

寒假作业

河南省基础教育教学研究室 编



大象出版社



责任编辑 / 齐 心
封面设计 / 秘金通

高中一年级
数学 物理 化学
寒假作业
河南省基础教育教学研究室 编

责任编辑 齐 心

责任校对 钟 骥

大象出版社出版

(郑州市经七路 25 号 邮政编码 450002)

网址: www.daxiang.cn

郑州艾乐出版技术服务有限公司制版

河南第二新华印刷厂印刷

新华书店经销

开本 787 × 1092 1/16 3.75 印张 93 千字

2005 年 12 月第 3 版 2005 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 7-5347-1704-3/G · 1398

定 价 3.60 元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换

印厂地址 郑州市商城路 231 号

邮政编码 450000 电话 (0371)66202901

ISBN 7-5347-1704-3



9 787534 717048 >



数学

M a t h



填空题

1. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{N}, |x| < 3\}$, 用列举法表示集合 $A = \underline{\hspace{10em}}$.
2. 设集合 $B = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots\}$, 用描述法表示集合 $B = \underline{\hspace{10em}}$.
3. {两边分别在坐标轴的负半轴上, 且边长为 2 的正方形的顶点}用列举法表示为 $\underline{\hspace{10em}}$.
4. 指出下列集合是有限集还是无限集:
 - (1) 方程 $(2x+1)^2 + |3y+3| = 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{2em}}$ 集;
 - (2) 由所有周长等于 15cm 的三角形组成的集合是 $\underline{\hspace{2em}}$ 集.
5. 用适当的符号($\in, \notin, \neq, \subseteq, =$)填空:
 - (1) $(2, 2) \underline{\hspace{0.5em}} \{(x, y) | x - y = 0\}$;
 - (2) $\{5\} \underline{\hspace{0.5em}} \{x | x^2 - 5x = 0\}$;
 - (3) $0 \underline{\hspace{0.5em}} \emptyset$;
 - (4) $\{0\} \underline{\hspace{0.5em}} \emptyset$;
 - (5) $\{(2n+1)\pi, n \in \mathbb{N}\} \underline{\hspace{0.5em}} \{(4k \pm 1)\pi, k \in \mathbb{N}\}$.
6. 设 $U = \mathbb{R}, A = \left\{x | 0 < x < \frac{5}{2}\right\}, B = \left\{x | x \geq \frac{2}{3} \text{ 或 } x \leq -\frac{1}{2}\right\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{10em}}$, $\complement_U B = \underline{\hspace{10em}}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \underline{\hspace{10em}}$.
7. 设全集 $U = \{x | x < 8, x \in \mathbb{N}\}, A = \{x | 1 < x < 4, x \in \mathbb{N}\}, B = \{x | x^2 - 7x + 10 = 0\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2em}}, A \cup B = \underline{\hspace{10em}}, (\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \underline{\hspace{10em}}$.
8. 已知 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}, B = \{x | x^2 + x = 0\}, C = \{x | x(x+1)(x-3) = 0\}$, 则 A, B, C 的关系是 $\underline{\hspace{10em}}$.
9. 不等式 $|1 - 3x| < 2$ 的解集是 $\underline{\hspace{10em}}$, 不等式 $|2x + 3| > 1$ 的解集是 $\underline{\hspace{10em}}$.
10. 不等式 $1 \leq |x - 2| \leq 7$ 的解集是 $\underline{\hspace{10em}}$.
11. 不等式 $4x - x^2 < 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{10em}}$, 不等式 $2x^2 - 4x + 7 < 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{10em}}$.
12. 如果不论 x 取何值, 二次三项式 $x^2 - 2x + m$ 的值恒大于 0, 则 m 的范围是 $\underline{\hspace{10em}}$.
13. 若不等式 $ax^2 + 5x + b > 0$ 的解集为 $\left\{x | \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\right\}$, 则 $a = \underline{\hspace{2em}}, b = \underline{\hspace{2em}}$.

14. 不等式 $\frac{ax}{x-1} < 1$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 a 的值是_____.
15. 已知 $A = \left\{ x | |x-a| < a + \frac{1}{2}, a \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N} \right\}$, $B = \{x | |x| < 2a, a \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
16. 若 $p: 0 \in \emptyset, q: \{x | x^2 - 3x - 2 < 0\} \subseteq \mathbb{R}$. 则“ p 或 q ”是_____.
 “ p 且 q ”是_____.“非 p ”是_____. 由于 p 假 q 真, 所以“ p 或 q ”是_____, “ p 且 q ”是_____, “非 p ”是_____.
17. 原命题是: 已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a = b, c = d$, 则 $a + c = b + d$. 则它的逆命题是_____. 否命题是_____. 逆否命题是_____. 它们的真假情况: 原命题是_____, 否命题是_____, 逆否命题是_____.
 18. $p: \{x | x > -2 \text{ 或 } x < 3\}, q: \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, p 是 q 的_____条件.
 19. $p: a$ 与 b 都是奇数, $q: a + b$ 是偶数, p 是 q 的_____条件.
 20. $p: 0 < m < \frac{1}{3}, q: \text{方程 } mx^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 有两个同号且不相等的实数根}$, p 是 q 的_____条件.
 21. $p: a > b, q: a^2 > b^2$. p 是 q 的_____条件.
 22. 已知① $x^2 + y^2 = 0$, ② $x + y = 0$, ③ $xy = 0$, ④ $xy \neq 0$, ⑤ $x^2 + y^2 > 0$, 其中“ x, y 都不等于零”的必要而不充分条件是_____, 充要条件是_____.



二、选择题

1. 设集合 $A = \{x | x \leqslant \sqrt{13}\}, a = -3\sqrt{2}$, 那么下列关系正确的是 []
 A. $a \subseteq A$ B. $a \in A$ C. $a \notin A$ D. $|a| \in A$
2. 下列命题, 正确的是 []
 A. 若 $I = \mathbb{R}, A \subseteq I$, 则 $A \cup (\complement_I A) = \mathbb{R}$
 B. 若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$
 C. 若 $A = \{1, \emptyset, \{2\}\}$, 则 $\{2\} \subseteq A$
 D. 若 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 $A \in B$
3. 集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y}{x} = 1 \right\}, B = \{(x, y) | y = x\}$, 则有 []
 A. $A = B$ B. $A \subseteq B$ C. $A \not\subseteq B$ D. $A \supseteq B$
4. 如果 $A = \{y | y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}, B = \{y | y = -x + 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 []
 A. $(0, 1)$ 或 $(1, 1)$ B. $\{(0, 1), (1, 1)\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $(-\infty, 1]$
5. 满足条件 $\{a\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的所有不同集合 M 的个数为 []
 A. 9 个 B. 8 个 C. 7 个 D. 6 个
6. 若集合 $M = \{0, 1, 2\}, N = \{-1, 0\}$, 那么 $M \cup N$ 的真子集有 []
 A. 14 个 B. 15 个 C. 16 个 D. 32 个
7. 设全集 $U = \mathbb{R}, A = \{x | x \leqslant -3 \text{ 或 } x \geqslant 2\}, B = \{x | -1 < x < 5\}$, 则集合 $\{x | -1 < x < 2\}$ 等于 []

- A. $(\complement_U A) \cap B$ B. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ C. $A \cap B$ D. $A \cup (\complement_U B)$
8. 如果全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 则集合 $\{2, 7, 8\}$ 是 []
 A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ D. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$
9. 集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 为全集, $S \subseteq U$, $T \subseteq U$, 若 $S \cap T = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap T = \{4\}$, $(\complement_U S) \cap (\complement_U T) = \{1, 5\}$, 则有 []
 A. $3 \in S, 3 \in T$ B. $3 \in (\complement_U S), 3 \in T$
 C. $3 \in S, 3 \in (\complement_U T)$ D. $3 \in (\complement_U S), 3 \in (\complement_U T)$
10. 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | x \geq -2\}$, 集合 $N = \{x | x < -1\}$, 下面四个结论: ① $M \cap N = \{x | -2 \leq x < -1\}$; ② $M \cup N = \{x | x \in \mathbb{R}\text{ 且 }x \neq -1\}$; ③ $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{-1\}$; ④ $(\complement_U M) \cup (\complement_U N) = \{x | x < -2\text{ 或 }x \geq -1\}$, 其中正确的是 []
 A. ①④ B. ①② C. ②③ D. ③④
11. 不等式 $|x - 2| > 1$ 的解集是 []
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 3\}$
12. 不等式 $|2x + 3| < 4$ 的解集是 []
 A. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} < x < \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$
 C. $\left\{x \mid x < -\frac{7}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x > \frac{1}{2} \text{ 或 } x < -\frac{7}{2}\right\}$
13. 不等式 $2 < |4 - 3x| < 5$ 的解集是 []
 A. $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}\right\}$ B. $\{x | 2 < x < 3\}$
 C. $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}\right\} \cup \{x | 2 < x < 3\}$ D. $\left\{x \mid -\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}\right\} \cup \{x | -2 < x < 3\}$
14. 不等式 $x^2 < a^2 (a < 0)$ 的解集是 []
 A. $\{x | x < a \text{ 或 } x > -a\}$ B. $\{x | -a < x < a\}$
 C. $\{x | x < \pm a\}$ D. $\{x | a < x < -a\}$
15. 已知 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\right\}$, 则有 []
 A. $\begin{cases} a = -12 \\ b = -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 12 \\ b = -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = 12 \\ b = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -12 \\ b = 2 \end{cases}$
16. 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 []
 A. $\{x | 1 \leq x \leq 2 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 2 \text{ 且 } 3 \leq x \leq 4\}$
 C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{x | 1 \leq x \leq 4 \text{ 或 } 2 \leq x \leq 3\}$
17. $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$. 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, 则有 []
 A. $a = 2, b = 3$ B. $a = 3, b = 4$ C. $a = 1, b = 2$ D. $a = -3, b = -4$
18. 设全集为 U , $A = \{x | x > 6 \text{ 或 } x < -1\}$, $B = \{x | |x - 5| < a\}$, a 为常数, 且 $11 \in B$, 则有 []
 A. $(\complement_U A) \cup B = \mathbb{R}$ B. $A \cup (\complement_U B) = \mathbb{R}$
 C. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \mathbb{R}$ D. $A \cup B = \mathbb{R}$

19. 命题“ $x^2 - 16 = 0$ 的解是 $x = \pm 4$ ”，使用的逻辑联结词是 [] A. 或 B. 且 C. 非 D. 以上都不对
20. 下列四个命题：①若 x, y 都是奇数，则 $x+y$ 是偶数；②若 $xy \neq 0$ ，则 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ ；③若一个数不是质数，则这个数不是奇数；④不全等的三角形面积一定不相等；⑤当 $c < 0$ 时，若 $ac \leq bc$ ，则 $a \geq b$. 其中真命题的个数是 [] A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
21. 已知 a 为非零实数， x 为实数，则命题“ $x \in \{-a, a\}$ ”是“ $|x| = a$ ”的 [] A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
22. “ $ab < 0$ ”是 $|a-b| > |a+b|$ 的 [] A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
23. 下列说法，正确的是 [] A. $x \in A \cap B$ 是 $x \in A$ 的充分条件 B. $x \in A \cup B$ 是 $x \in B$ 的充分条件
C. $x \in (\complement_U A)$ 是 $x \in U$ 的必要条件 D. $x \in (\complement_U A) \cup A$ 是 $x \in A$ 的充分条件
24. 已知 a, b, c 三个命题，且 a 是 b 的充要条件， c 是 b 的充分而不必要条件，那么 c 是 a 的 [] A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
25. $\begin{cases} x_1 > 1, \\ x_2 > 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x_1 + x_2 > 3, \\ (x_1 - 1)(x_2 - 2) > 0 \end{cases}$ 的 [] A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件



已知集合 $A = \{y \mid y = x^2 - 4x + 6, y \in \mathbb{N}\}$, $B = \{y \mid y = -x^2 + 2x + 18, y \in \mathbb{N}\}$, 求 $A \cap B$, 并分别用描述法、列举法表示它.



设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid |x| = y + 1, y \in A\}$, 求: (1) $\complement_U B$; (2) $A \cap B$;
(3) $A \cup B$; (4) $\complement_U (A \cup B)$; (5) $\complement_U (A \cap B)$; (6) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.



设全集 $U = \{x \mid x \text{ 是不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, 且 $A \cap (\complement_U B) = \{3, 5\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{7, 19\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2, 17\}$, 求集合 A 和 B .



已知集合 $A = \{x \mid x^2 - mx + m^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, 求实数 m 的值.



各不等式(组)

$$1. \left| 1 - \frac{3+5x}{4} \right| \geq 3;$$

$$2. \left| \frac{2-5x}{2} + \frac{1}{3} \right| < \frac{5}{6};$$

$$3. 2 \leq 4x - 1 < 7;$$

$$4. 0 < x^2 - 3x < 4;$$

$$5. \frac{x+1}{3-x} \geq 0;$$

$$6. |x-1| + |2-x| > 2;$$

$$7. \begin{cases} |3x-2| \leq 3, \\ \frac{x+1}{2} - \frac{6x+7}{3} < 1; \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} |x-5| > 1, \\ x^2 - 12x + 35 < 0. \end{cases}$$



不等式 $(a^2 - 1)x^2 - (a - 1)x - 1 < 0$ 的解是全体实数, 求实数 a 的范围.



设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid |x-2| \geq 1\}$, $B = \{x \mid |x-2| < 2\}$, 求: (1) $A \cap B$; (2) $A \cup B$; (3) $(\complement_U B) \cup A$; (4) $(\complement_U A) \cap B$.



已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $\left\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\right\}$, 求 $ax^2 - bx + c > 0$

的解集.



设 $A = \{x \mid x^2 - 3x \leqslant 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 < 0\}$, $C = \{x \mid x^2 - 4x > 0\}$, 全集 $U = \mathbb{R}$, 求:
(1) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$; (2) $(A \cup B) \cup C$.



把下列命题写成“若 p 则 q ”的形式，并判断其真假：

1. 正数的平方根是两个互为相反的实数.
2. 面积相等的两个三角形全等.
3. 能被 15 整除的数既能被 3 整除又能被 5 整除.
4. 两个数的积为零时这两个数都为零.
5. 矩形的对角线相等.
6. 对角线互相垂直的四边形是菱形.



写出下列各命题的逆命题、否命题与逆否命题，并分别判断它们的真假：

1. 相似三角形一定不是全等三角形.
2. 若 a, b 都是负数，则 $ab > 0$.
3. 若方程 $mx^2 + 4x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 $m < 4$.
4. 当 $c < 0$ 时，若 $ac > bc$ ，则 $a < b$.
5. 若 $m + n < 0$ ，则 $m < 0$ 且 $n < 0$.



下列各组命题中， p 是 q 的什么条件（在“充分而不必要条件”、“必要而不充分条件”、“充要条件”、“既不充分也不必要条件”中选出一种）？

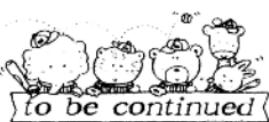
1. $p: a$ 和 b 是整数； $q: \text{方程 } x^2 + ax + b = 0 \text{ 有整数根.}$

2. $p: x + y \neq 7$; $q: x \neq 4$ 且 $y \neq 3$.

3. $p: |2x - 3| \leq 1$; $q: x^2 + x - 6 \leq 0$.

4. $p: a - b + c = 0$; q : 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有一根为 -1 .

5. $p: 0 < m < \frac{1}{3}$; q : 方程 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 有两个不等且同号的实数根.



1. 已知下列四个对应: ① $A = \{x | x = 1, 2, 3, 4\}$, $B = \left\{y | y = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$, $f: x \rightarrow y = \frac{1}{x}$; ② $A = \{x | x = 1, 4, 9, 16\}$, $B = \{y | y = 1, 2, 3, 4\}$, $f: x \rightarrow y$ 是 x 的平方根; ③ $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{y | y \in \mathbb{R}\}$, $f: x \rightarrow y = 1 - x^2$; ④ $A = \{x | x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y \in \mathbb{R}\}$, $f: x \rightarrow y = x^2 + 2x - 3$, 其中构成映射的是_____.
2. 如果 x 在映射 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 下的象是 $x^2 - 1$, 那么 8 在 f 下的原象是_____.
3. 设 $f: A \rightarrow B$ 是 A 到 B 的映射, 且 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $f: x \rightarrow y = \sqrt{x-1}$, 则 $B =$ _____.
4. 函数 $y = \sqrt{3+2x-x^2}$ 的定义域是_____, 值域是_____; 函数 $y = \frac{x+1}{x+2}$ 的定义域是_____, 值域是_____.
 5. 下列各组函数: ① $y = \frac{x^2}{x}$ 与 $y = x$; ② $y = (\sqrt{x})^2$ 与 $y = x$; ③ $y = |x|$ 与 $y = x$; ④ $y = \sqrt[3]{x^3}$ 与 $y =$ x ; ⑤ $y = \frac{|x|}{x}$ 与 $y = 1$; ⑥ $y = |x| + |x-1|$ 与 $y = 2x-1$, 其中两函数完全相同的是_____.
6. 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(0) = 1$, $f(x+1) - f(x) = 2x$, 则 $f(x) =$ _____.
7. 函数 $y = \frac{1}{x^2+x+2}$ 在_____区间上是单调递增, 在_____区间上是单调递减; 函数 $y = -\frac{1}{2}\sqrt{1-9x^2}$ 在_____区间上是单调递增, 在_____区间上是单调递减.
8. 函数 $y = -\sqrt{-x}$ 在其定义域上是_____函数.
9. 已知 $f(x)$ 是定义域在 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(x-1) < f(x^2-1)$, 则 x 的取值范围是_____.
10. 函数 $y = -\sqrt{1-x^2}$ 的反函数是_____, 原函数的定义域是_____.
11. 函数 $y = \frac{x-2}{3x+4}$ 的反函数是_____.
12. 已知 $f(x) = x^2 - 1$ ($x \leq -2$), 则 $f^{-1}(4) =$ _____.
13. 若函数 $y = ax+b$ 与它的反函数是同一个函数, 则 $a =$ ____, $b =$ ____.
14. 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 且 $f(x) = (x-1)^2$ ($x \leq 1$), 则 $g(x)$ 的表达式是_____.
15. 计算: $\left(\frac{a^4 b^{-4}}{a^{-1} b}\right)^{-3} \div \left(\frac{a^2 b^{-2}}{a^{-1} b}\right)^{-5} =$ ____, $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{2a \cdot \sqrt[5]{a}} =$ ____.

16. 若 $a^{\frac{1}{2}} < a^{\sqrt{2}}$, 则 $a \in \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $a^{-3} > a^{10}$, 则 $a \in \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $a^{-0.5} < a^{0.6}$, 则 $a \in \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $a^{-\frac{1}{2}} < 1$, 则 $a \in \underline{\hspace{2cm}}$.
17. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{2x-1}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 值域是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 单调递增区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
18. 函数 $y = \sqrt{a^x - 1}$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
19. 比较大小: $(\frac{6}{5})^{0.2} \underline{\hspace{2cm}} (\frac{3}{2})^{-0.3}, (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} \underline{\hspace{2cm}} (\frac{3}{4})^{-\frac{2}{3}}$.
20. 函数 $y = a^x + b$ 的图象过点 $(1, 3)$, 又其反函数过点 $(2, 0)$, 则 y 的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
21. 若 $\lg 2 = a, \lg 3 = b$, 则 $\frac{\lg 12}{\lg 5}$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
22. 函数 $\log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(a-x)$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
23. 函数 $f(x) = \log_2(x^2 - x - 6)$ 的单调递减区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
24. 函数 $y = \log_3(x-1)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 反函数的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 值域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
25. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg(2x-1)} + (3x+1)^{\frac{1}{3}}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



1. 下列从 P 到 Q 的各对应关系中, 不是映射的是 []
- $P = \{0\} \cup \mathbb{N}, Q = \mathbb{N}, f: x \rightarrow y = |x-3|$
 - $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, Q = \{-4, -3, 0, 5, 12\}, f: x \rightarrow y = x(x-4)$
 - $P = \mathbb{N}, Q = \{-1, 1\}, f: x \rightarrow y = (-1)^x$
 - $P = \mathbb{Z}, Q = \{\text{有理数}\}, f: x \rightarrow y = 2^x$
2. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中集合 $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的象, 且对任意的 $a \in A$, 在 B 中和它对应的元素是 $|a|$, 则集合 B 中元素的个数是 []
- 6 个
 - 5 个
 - 4 个
 - 3 个
3. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域是 []
- $(0, +\infty)$
 - $(-\infty, 0)$
 - $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$
 - $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$
4. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 3]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域是 []
- $(-9, +\infty)$
 - $[0, 9]$
 - $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
 - $(0, \sqrt{3})$
5. 函数 $y = x + \sqrt{2x-1}$ 的值域是 []
- $[\frac{1}{2}, +\infty)$
 - $(-\infty, +\infty)$
 - $(\frac{1}{2}, +\infty)$
 - $(-\frac{1}{2}, +\infty)$
6. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq -1), \\ x^2 & (-1 < x < 2), \\ 2x & (x \geq 2). \end{cases}$, 若 $f(x) = 3$, 则 x 的值是 []

- A. 4 B. 1 或 $\frac{3}{2}$ C. $\pm\sqrt{3}$ 或 $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{3}$
7. 若函数 $y = \frac{8}{x}$, $y = -4x + 5$, $y = 2|x + 1| + \frac{1}{2}$, $y = x^2 + x + 1$ 的值域分别是 A_1, A_2, A_3, A_4 , 则它们值域的关系是 []
 A. $A_4 \subsetneq A_1 \subsetneq A_3 \subsetneq A_2$ B. $A_1 \subsetneq A_4 \subsetneq A_3 \subsetneq A_2$
 C. $A_3 \subsetneq A_4 \subsetneq A_1 \subsetneq A_2$ D. $A_4 \subsetneq A_3 \subsetneq A_1 \subsetneq A_2$
8. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ 的递减区间是 []
 A. $(-\infty, -3]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-3, -1]$ D. $[-1, 1]$
9. 下列结论正确的是 []
 A. $y = x^3$ 是增函数
 B. $y = \frac{1}{x}$ 在定义域内为减函数
 C. $y = \frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数, 在 $(0, +\infty)$ 上也为减函数
 D. $y = \frac{1}{x^2}$ 为减函数
10. 若函数 $f(x)$ 是区间 $(a, b]$ 上的增函数, 也是区间 $[b, c)$ 上的增函数, 则函数 $f(x)$ 在区间 (a, c) 上 []
 A. 必是减函数 B. 必是增函数
 C. 不是增函数也不是减函数 D. 可能是增函数也可能是减函数
11. 函数 $y = a - \sqrt{x-a}$ ($x \geq a$) 的反函数是 []
 A. $y = (x-a)^2 + a$ ($x \geq a$) B. $y = (x-a)^2 + a$ ($x \leq a$)
 C. $y = (x-a)^2 - a$ ($x \geq 0$) D. $y = (x-a)^2 - a$ ($x \leq a$)
12. 函数 $y = f(x)$ 和 $y = q(x)$ 互为反函数, 则 $y = f(-x)$ 的反函数是 []
 A. $y = q(x)$ B. $y = q(-x)$ C. $y = -q(x)$ D. $y = -q(-x)$
13. 在下列区间中, 使 $y = 2|x|$ 不存在反函数的区间是 []
 A. $[2, 4]$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $[-4, 4]$
14. 若 $x > y > 1$, 且 $0 < a < 1$, 则有 []
 A. $a^x > a^y$ B. $x^a < 1$ C. $a^x > 1$ D. $x^a > y^a$
15. 函数 $f(x) = 3^{-x} - 1$ 的定义域、值域是 []
 A. 定义域是 \mathbb{R} , 值域是 \mathbb{R}
 B. 定义域是 \mathbb{R} , 值域是 $(0, +\infty)$
 C. 定义域是 \mathbb{R} , 值域是 $(-1, +\infty)$
 D. 以上都不对
16. 函数 $y = a^x - 2$ ($a > 0, a \neq 1$, $-1 \leq x \leq 1$) 的值域为 $[-\frac{5}{3}, 1]$, 则 a 等于 []
 A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 或 $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$
17. 计算 $2\log_2 25 + 3\log_2 64 - 8\log_2 1$ 等于 []
 A. 220 B. 22 C. 14 D. 8

18. 函数 $y = 4^{-x}$ 的反函数是 []
 A. $y = 4^x$ B. $y = -\log_4 x$ C. $y = \log_4(-x)$ D. $y = -\log_4(-x)$
19. 函数 $y = \log_a(2 - ax)$ 在 $[0, 1]$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是 []
 A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $[\pi, +\infty)$
20. 下列四个函数: ① $y = 4^{x-1}$ ($x \in \mathbb{R}$), ② $y = (\frac{1}{4})^{x-1}$ ($x \in \mathbb{R}$), ③ $y = \log_4(\frac{x}{4})$ ($x > 0$),
 ④ $y = \log_4(4x)$ ($x > 0$), 其中互为反函数的一对是 []
 A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ①④
21. 某工厂由于生产成本不断降低, 产品价格每隔 3 年降低 $\frac{1}{4}$, 已知现在产品价格是 6400
 元, 则 12 年后产品价格降为 []
 A. 2700 元 B. 2100 元 C. 2025 元 D. 1250 元



已知集合 $A = \{1, 2, 3, k\}$, $B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$, 且 $a \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}, x \in A, y \in B$, 映射 $f: A \rightarrow B$, 使 B 中元素 $y = 3x + 1$ 和 A 中元素 x 对应, 求 a 及 k 的值.



四、求下列各函数的定义域

1. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2};$

2. $y = \log_{3x-1} \sqrt{3x-2};$

3. $y = \sqrt{3^{2x-1} - \frac{1}{81}};$

4. $y = \frac{\sqrt{8-2^x}}{\log_2(3x+1)}.$



函数的值域

1. $y = \frac{7}{x^2 - 2x + 2}$;

2. $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x - 6}$;

3. $y = x + \sqrt{1 - 2x}$;

4. $y = \sqrt{5 + 4x - x^2}$.



反函数

已知函数 $f(x) = 1 - \sqrt{ax^2 + 25}$ ($-5 \leq x \leq 0$)，点 $P(-2, -4)$ 在它的反函数的图象上，
 (1) 求这个函数的反函数 $f^{-1}(x)$ ；(2) 证明这个反函数 $f^{-1}(x)$ 在它的定义域上是减函数。



函数的增减性

已知函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是减函数，且 $f(x) \neq 0, f(2) = 1$ ，试判断函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 在区间 $[0, 2]$ 上的增减性。



$$1. (x-y)(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})^{-1} - (x+y)(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})^{-1};$$

$$2. \left(2 \frac{7}{9}\right)^{\log_2 2^2} - (2^{\log_2 3})^{-3} - \sqrt{(2 + \log_{\frac{1}{2}} 8)^2}.$$



已知 $a^{2x} = \sqrt{3} + 2$, 求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 的值.