

初中几何教学辅导

第 二 册

张志敏 郭国庆 编

山 东 教 育 出 版 社

一九八四年·济南

初中几何教学辅导

第二册

张志敏 郭国庆 编

*

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂德州厂印刷

*

787×1092毫米32开本 7.25印张 154千字

1984年10月第1版 1984年10月第1次印刷

印数1—7,500

书号 7275·249 定价 0.99元

前 言

3

为了帮助中学数学教师更好地理解和掌握教材，研究和改进教学方法，提高教学质量，我们根据全日制十年制学校初中数学课本（1982年版）编写了这套教学辅导，以供参考。

这套教学辅导共分六册（包括代数四册，几何两册），每一册都按照相应教材的内容和顺序进行编写。在编写过程中，注意参照中学数学教学大纲的要求，侧重于分析教材，揭示教材的内在联系，剖析教学重点和难点，提供课时教学建议。教师在参考时应从实际出发，注意教材的变动，科学地处理教材，灵活采用适当的教学方法，不可机械套用。

由于编者水平所限和时间仓促，书中难免有不当之处，恳请批评指正。

编 者

1984年5月

3

目 录

全册教材说明	1
第五章 圆	3
【教材内容】	3
【目的要求】	6
【重点难点】	8
【课时分配与教学建议】	8
第六章 视图	202
【教材内容】	202
【目的要求】	203
【重点难点】	203
【课时分配与教学建议】	203

全册教材说明

本册教材是在小学和初中二年级已学过几何知识的基础上进行的。全册共包括三章内容：第五章圆、第六章视图、第七章直线和圆的方程。其中第六章视图为选学内容；第七章直线和圆的方程已移到高中解析几何中。这样，本册教材内容就只包括第五章圆和第六章视图了。

本册内容在定理、例题和习题方面运用到以前所学的许多几何知识，如全等三角形、轴对称图形、比例线段、相似三角形、三角形的解法以及代数式、方程等。教学时，应注意复习这些有关知识，为学习本册内容打好基础。

在推理论证能力方面，对学生要求较高。教材不仅使用了归纳与演绎的推理形式，分析和综合了直接证法和间接证法，而且还介绍了命题的结构以及四种命题的相互关系等知识。因此，教学中要充分应用和发挥这些知识的作用，有力地培养学生这方面的能力。

识、绘图能力是学好几何知识的基础，也是参加工农业生产应具有的技能。为了培养和训练学生具有这种技能，教材在“圆”一章中，结合有关知识介绍了两圆公切线的作法、等分圆周作正多边形、应用轨迹知识解决有关连接的作图问题，等等，并应学生初中毕业参加工农业生产之需，特意安排了一章“视图”进行训练，这对提高学生识、绘图能力是大为有益的。

本册教材内容，涉及到的知识多，综合性和应用性较强，因而难度较大，学生学习有一定困难。例如，“圆”一章中的反证法，一个命题和它的逆否命题的等价关系的证明，轨迹意义及基本轨迹的应用等；又如，“视图”一章中的正投影、二视图、三视图的概念与规律及简单几何体的二视图、三视图等，都是比较难学的。因此，教学中要重视改进教学方法，加强教学直观，有力地突出重点，有机地分散难点，使学生能学得生动、活泼、主动、积极，掌握所学知识，并形成应有能力，切实地为今后进一步学习和参加工农业生产打下可靠的基础。

第五章 圆

【教材内容】

本章是在学生接触过圆的概念、计算过圆的周长和面积的基础上，进一步学习“圆”的有关知识的。

本章教材是初中所学平面几何的最后一部分内容。这个内容所涉及的知识面广，应用性强，它联系着前面所学的许多知识，又是后面学习“视图”以及今后学习立体几何的基础。因此，这部分知识无论从理论需要，还是从实践需要来说，都是重要而不可缺少的。

本章内容共有五个单元及一个附录：（一）圆的基本性质；（二）直线和圆的位置关系；（三）圆和圆的位置关系；（四）正多边形和圆；（五）点的轨迹；附录是圆周长和圆面积。

关于（一）圆的基本性质，教材在复习已学过的圆的概念的基础上，用点的集合的观点重新给出了圆的定义，讨论了点和圆的位置关系，研究了圆的一些重要性质，为本章的学习奠定了基础。

关于（二）直线和圆的位置关系，教材首先用直线与圆的相对运动，定义了平面内直线和圆的三种位置关系，而后，抓住圆心到直线的距离和半径之间的大小关系，研究了直线与圆的位置关系的判定和性质，使半径 r 和圆心到直线的距离 d 的“度量关系”与直线和圆的“位置关系”，通过

勾股定理及依据每一线段（长度单位确定后）具有唯一的一个量数证得：

$$\left. \begin{array}{l} d > r \\ d = r \\ d < r \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} \text{直线和圆相离} \\ \text{直线和圆相切} \\ \text{直线和圆相交} \end{array} \right.$$

建立起一一对应关系，在此基础上着重研究了直线与圆的相切关系。

关于（三）圆和圆的位置关系，教材先按两个圆的公共点的个数及其相互位置，直观地说明了圆和圆的五种位置关系，接着抓住两圆连心线的长和两圆半径之间的大小关系，给出了两圆位置关系的判定和性质，然后又研究了两圆相交、相切时的定理以及两圆公切线的作法。

关于（四）正多边形和圆，教材是在给出正多边形定义后，研究正多边形与圆的关系、正多边形的有关计算、等分圆周作正多边形以及计算弧长、扇形和弓形面积的公式。由于正多边形都有唯一的一个外接圆和唯一的一个内切圆，所以就为解等分圆或作正多边形问题奠定了基础，同时，也为利用边数不断倍增的正多边形的度量性质研究圆的度量性质提供了条件。教材还证明了正十边形的边长与半径的关系（即黄金分割），依此把圆十等分，完成正十边形作图，并提出了正五边形的作图方法。对于某几种正多边形的边长与半径的关系或作图依据，学生可以在练习中得到解决，教材也没作泛泛介绍。但要向学生指出，只有当求作图形的关键性的未知线段能用已知线段的有限次加、减、乘、除及开平方的代数式表示时，这个作图题才可用尺规作出。关于圆周率 π 是一个与半径 r 无关的常数的知识，在附录中供教师选用。本单

元计算题较多，要充分利用，按教学要求，培养好学生的运算能力。

关于（五）点的轨迹，教材是在介绍了命题的四种形式及其相互关系的基础上，给出轨迹的定义和六个基本轨迹，然后介绍了应用轨迹知识解决有关连接的作图问题。在命题的四种形式及其相互关系的教学中，通过教材所举具体例子的分析，不难使学生理解四种命题在结构形式上的相互关系及原命题和逆（否）命题不一定同时真确的事实。但是，对于原命题和逆否命题的“等价性”这个抽象的形式逻辑命题的论证，是学生难以理解的，也是不习惯的。为了解决这个难点，教学时，可引导学生回忆运用反证法证明过的那些题目，启发思考，待学生较为习惯那些推理过程后，再使用教材 A 、 B 、 $\overline{A}$ 、 $\overline{B}$ 形式的抽象的推理论证，效果可会好些。在此基础上，教材以“具有某种性质的点的集合”的概念建立“点的轨迹”概念，提出了六个基本轨迹命题，这为“交轨法”解几何作图题作了准备。本单元最后的“连接”问题，既是“交轨法”解几何作图题的实例，也是在工农业生产中有广泛用途的知识。因此，要把握教材实质，结合学生实际，从实效出发进行教学，不要赶进度走过场。

附录是在正多边形的周长和面积的基础上，渗透极限观点，说明了圆周率 π 的来源，并由此得出计算圆周长和面积的公式。总之，“圆”一章内容知识面较广，它既有关于圆的基本知识，又密切联系到直线形和相似形的知识；既有较多的证明题，又有一定数量的轨迹题和基本作图题。在推理论证方面，它既有归纳和演绎的推理形式，分析和综合、直接和间接的证明方法，又有命题的结构以及四种命题的相互

关系等。因此，对于本章的教学，需要有计划、有目的地予以安排，使学生既要学好基本的几何图形的知识，又要在大纲规定的应当培养的各种能力方面得到发展。

【目的要求】

1. 基础知识方面：

(1) 使学生掌握圆的基本概念、圆及其有关图形的重要性质、与圆有关的角的度数定理，熟悉点和圆、直线和圆、圆和圆的各种位置关系，并能运用这些知识进行论证、运算和作图。

使学生理解用点的集合的观点给出的圆的定义，熟悉点与圆的位置关系和圆的对称性，掌握不在同一直线上的三个点决定一个圆的定理和垂径定理，能运用圆心角、圆周角度数定理和关于弧、弦、弦心距之间关系的定理，解证明题和计算题。

使学生熟悉直线和圆的位置关系，掌握并会应用切线的判定定理、性质定理、弦切角度数定理和与圆有关的比例线段定理（相交弦定理、切割线定理），熟悉与三角形、四边形的外接圆、内切圆有关的问题。

使学生熟悉圆和圆的位置关系、两圆圆心距和连心线的性质及关于两圆的公切线的定理。

使学生掌握与上述知识有关的基本作图题：找圆心、作圆的切线、作三角形的外接圆和内切圆、在已知线段上作所含圆周角等于已知角的弧和作两圆的公切线。

(2) 使学生理解正多边形的概念，熟悉正多边形和圆的关系，学会几种特殊等分圆周的方法，掌握正多边形和圆的有关计算公式，并能运用这些公式进行计算。

(3) 使学生理解四种命题间的关系和点的轨迹的概念，熟悉六个基本轨迹及其证明，应用轨迹知识解有关的连接作图问题和最简单的轨迹探求题。

2. 数学思想和数学方法方面：

本章实际上是平面几何的最后一部分内容，涉及的知识面较广，题目的综合性较大，要让学生掌握用分析法寻求解题思路、用综合法表达解题过程的思想方法和步骤；学习全面考虑问题和探求一题多解的思想方法；初步掌握反证法这种逻辑方法，对同一法和完全归纳法有初步的了解。

3. 能力培养方面：

重点通过不断建立平面几何概念的体系，综合地运用分析、综合、类比等推理方法，提高学生的逻辑思维能力和记忆力；通过对二维的平面图形的观察、分析和抽象思考，培养学生的空间想象能力；同时也注意提高学生正确、迅速的运算能力；从而逐步培养学生分析问题和解决问题的能力，并练习把学到的关于圆的知识应用到生活和生产实际中去。

4. 思想教育方面：

通过本章教学使学生明确关于圆的概念是从实践中产生的，圆的知识又可以应用到生活和生产实际中去，从而受到唯物论的认识论的教育。圆这部分教材中的一些内容，如点和圆、直线和圆、圆和圆的位置关系，角与圆的相关位置，四种命题间的关系，轨迹中的条件 C 与图形 F 的关系等等，充分体现了事物之间的运动、变化和相互制约的辩证思想，为对学生进行辩证唯物主义教育提供了好材料。通过介绍刘徽、祖冲之等中国古代数学家的卓越贡献，对学生进行爱国主义和民族自信心的思想教育。通过对学生的启发和严格

要求，培养学生准确、严谨、迅速、条理的作风和刻苦钻研的精神。

【重点难点】

重点：圆的基本性质和一些重要定理，如垂径定理，切线的判定和性质，两圆相切和相交的性质，与圆有关的角及与圆有关的比例线段定理。正多边形有关元素的计算公式。弧长公式，扇形面积公式、四种命题间的关系，点的轨迹。

难点：与圆有关的角和与圆有关的比例线段定理的应用，两圆公切线的作法，反证法，“原命题 $\iff$ 逆否命题”的证明，点的轨迹的概念。

【课时分配与教学建议】本章教学时间约需48课时，具体分配如下（仅供参考）：

5.1 点和圆的位置关系	1 课时
5.2 不在同一直线上的三点决定一个圆	1 课时
练习课	1 课时
5.3 垂直于弦的直径的性质	2 课时
5.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	2 课时
5.5 圆周角	3 课时
单元复习课	1 课时
5.6 直线和圆的位置关系	1 课时
5.7 切线的判定和性质	2 课时
5.8 圆的切线的作法，切线长定理	1 课时
练习课	1 课时
5.9 三角形的内切圆	1 课时
5.10 弦切角	2 课时
5.11 相交弦定理	1 课时

练习课	1 课时
单元复习课	1 课时
5.12圆和圆的位置关系	2 课时
5.13两圆的公切线 单元小结	2 课时
5.14正多边形和圆	2 课时
5.15正多边形的有关计算	3 课时
5.16等分圆周	2 课时
5.17圆周长、弧长	1 课时
5.18圆、扇形、弓形的面积	1 课时
单元复习课	1 课时
5.19四种命题间的关系	2 课时
5.20点的轨迹	3 课时
5.21连接	3 课时
单元复习课	1 课时
总复习课	3 课时

第一 课时

1.课题 点和圆的位置关系

2.目的要求

(1) 使学生理解圆是平面内到定点距离等于定长的点的集合;

(2) 掌握平面内点和圆的三种位置关系,并能根据所给条件作出正确判断;

(3) 掌握弧、直径、弦等与圆有关的九个概念,熟悉

有关的数学符号及其读法。

3. 重点难点

重点：用点的集合重新给出圆的定义，点和圆的位置关系及判断这种关系的条件。

难点：点的集合的概念。

4. 教学建议

(1) 圆的定义：这节课是初三几何的第一节课。可以通过实例在复习初二所学过的圆的描述性定义基础上进行教学，即把定长的细绳的一端固定，拉紧细绳，使另一端旋转一周，可以在平面内画出一条封闭的曲线，这样的曲线就是一个圆。定义：线段 OA 绕着它的端点 O 旋转一周，它的另一端点 A 所经过的封闭曲线叫做圆。这个定义只是描述了画圆的过程，对圆的实质并没有揭露清楚。因此教师在画圆的过程中，特别是通过画不连续点的用虚线表示的圆，要使学生直观地看到，圆和其他几何图形一样，也是具有一定条件的点的集合。具有什么条件呢？可以启发学生分析解决两个问题：①圆上各点，到定点的距离都等于什么？有没有例外？②到定点的距离等于定长的点是不是都在圆上？有没有例外？这两个问题回答清楚了，就说明了到定点的距离等于定长的点的集合和圆上的点的集合是两个相等的集合。从而形成“圆是平面内到定点的距离等于定长的点的集合”这个概念。定义要写到黑板上，并强调指出：①我们所说的圆指的是那条封闭曲线，而不是圆及其内部的平面部分（“圆面”这个词暂不介绍），②定义中“平面内”这个条件不能去掉，如果去掉了这个条件，则到定点的距离等于定长的点的集合就是一个球面，而不是一个圆了。

还要介绍圆心、半径的概念和圆的符号的写法及读法。

(2) 点和圆的三种位置关系:

“集合”是数学中最基本的概念之一。几何图形都可以看成点的集合。从画圆的过程中可以看出，圆将平面分成了三个区域，即圆上、圆内和圆外。每个区域的点各具有共同的性质，因而有必要也有可能用具有一定性质的点的集合来定义圆、圆的内部和圆的外部。这种思想可为以后讲轨迹概念作准备。

用点的集合来给圆的内部、圆的外部下定义时，同样要从两方面分析。由“圆内各点到圆心的距离都小于半径”和“到圆心的距离小于半径的点都在圆内”引出圆的内部的定义。同法引出圆的外部的定义。这样，点和圆的位置关系与点到圆心距离的数量关系就是两个等价关系了。即已知点和圆的位置，就可以确定点和圆心的距离 d 与半径 r 的数量关系；已知 d 和 r 的关系，就可以判定点与圆的位置。用符号式子可简便表示为：

圆内的点 $\Rightarrow d < r$, $d < r \Rightarrow$ 点在圆内；

圆上的点 $\Rightarrow d = r$, $d = r \Rightarrow$ 点在圆上；

圆外的点 $\Rightarrow d > r$, $d > r \Rightarrow$ 点在圆外。

在使用时，一定要区分实际情况，正确判断。

点和圆的位置关系是证明直线和圆，圆和圆的位置关系的重要依据，教学中要予以充分重视。

补充例题：以正方形 $ABCD$ 的顶点 A 为圆心， AD 为半径作 $\odot A$ ，则

① B 点在 $\odot A$ 上；

② C 点在 $\odot A$ 外；

③ AC 、 BD 的交点 O

在 $\odot A$ 内。

教师要分析证法、注意板书格式，给学生示范。

(3) 与圆有关的其它一些概念：

在教学弦、直径、弧等九个名词术语时，要结合图形，直观地加以介绍。介绍时，可分为下列三组（亦可采用学生阅读课本和看图总结的方法进行）：

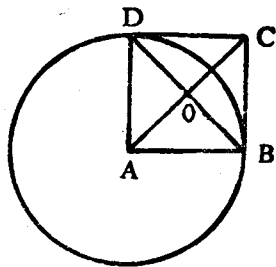


图 1

- ① 弦 { 不过圆心的弦
过圆心的弦——直径

直径是一种特殊的弦，也是最大的弦。

- ② 弧 { 半圆——直径的两个端点之间的弧
劣弧——小于半圆的弧
优弧——大于半圆的弧

- ③ 同心圆、等圆、等弧。

注意在此不可多费时间，以免削弱本节课教学重点。

(4) 课堂练习：口答第三页练习第 2 题，还可再提问：半径是不是弦？半径与直径有什么区别？

课内练习第 3 页练习第 1、3 题。对第 3 (4) 题可给予提示：圆心到 A 、 B 两点的距离都等于半径 r ，并联系线段垂直平分线定理及其逆定理。

(5) 小结：① 圆的定义；② 点和圆的位置关系。

(6) 作业：阅读课文，做第 20 页习题十九第 1、2

题；复习线段垂直平分线定理及其逆定理。

习题提示：

第1题。(1) 已知：在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦而不是直径。

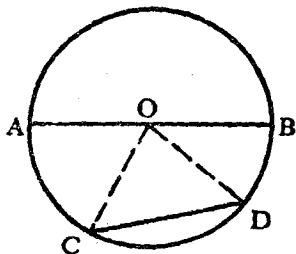
求证： $AB > CD$ 。

证明：连结 OC 、 OD ，

则 $OC + OD > CD$ （三角形两边之和大于第三边）。

$\because AB = OC + OD$ ，

$\therefore AB > CD$ 。



第1题

要使学生明确已知、求证、证明的书写格式，理解用证明“任意一条弦”来代替证明“所有的弦”的思想方法，学会解这类题目应如何下手，总结“加半径”在证题中的作用。

第2题。应用勾股定理分别判断 P 、 Q 、 R 三点到圆心 O 的距离与半径 r 的关系。

第二课时

1. 课题 不在同一直线上的三点决定一个圆

2. 目的要求

(1) 使学生理解不在同一直线上的三个点决定一个圆，掌握过不在同一直线上的三个已知点作圆的方法；

(2) 理解三角形三条边的垂直平分线相交于一点，会做三角形的外接圆；