

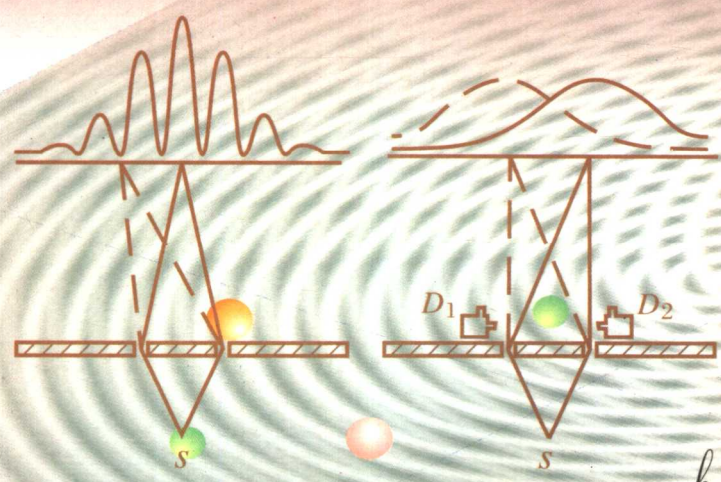
21世纪高等院校教材

理论物理学导论 第三卷

量子力学

(第二版)

汪德新



湖北科学技术出版社

21 世纪高等院校教材

理论物理学导论 第三卷

量子力学

汪德新

湖北科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

量子力学/汪德新编.—2版.—武汉:湖北科学技术出版社,2003.7

ISBN 7-5352-2386-9

I.量… II.汪… III.量子力学 IV.0413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 055356 号

高等院校教材

量子力学

© 汪德新

责任编辑:李海宁

封面设计:李芳

出版发行:湖北科学技术出版社

电话:87679468

地 址:武汉市武昌雄楚大街 268 号

邮编:430070

印 刷:湖北省林业勘察设计院印刷厂

邮编:430079

787mm×1092mm 18开 24.5印张

519千字

2003年8月第2版

2003年8月第2次印刷

印数 0-2 000

ISBN 7-5352-2386-9/O·23

定价:31.00元

本书如有印装质量问题 可找承印厂更换

内 容 简 介

本书着重阐述量子力学的基本概念、基本原理和基本方法. 全书共分 5 篇 14 章, 分别介绍量子力学的实验基础, 量子体系的状态, 量子体系的力学量, 量子力学的表述形式, 一维、三维定态问题的严格解, 定态问题的近似解, 自旋与角动量, 全同粒子体系, 对称性与守恒定律, 量子跃迁, 弹性散射, 量子力学若干基本问题的讨论, 量子信息技术的量子力学基础等. 为了后续课程的需要, 本书广泛采用狄拉克符号展开讨论, 并介绍了相干态, 磁共振、朗道能级、量子霍尔效应、阿哈罗诺夫-玻姆效应、迈纳斯效应、磁通量子化、EPR 佯谬、贝尔不等式、量子纠缠态、量子非定域性、量子退相干、量子态的不可克隆定理、量子计算机、量子远程通讯等近代题材. 为了通过典型问题来印证和巩固对基本概念和原理的理解, 本书提供了丰富的例题, 并给出 200 多道习题的答案和 100 多道习题的提示.

本书以“深入浅出, 学以致用”为宗旨, 适用于物理系本科生作为教材和教学参考书, 也可供相关专业的读者使用.

前 言

量子力学是将物质的波动性与粒子性统一起来的动力学理论.它是在 20 世纪初研究微观世界中粒子的运动规律时建立起来的.近几十年来,在不同领域相继发现了宏观量子效应(如超导现象、超流现象),表明宏观世界的物质运动也遵守量子力学规律,人们所熟识的经典力学规律只是量子力学规律在特定条件下的一个近似.

量子力学这门学科的研究对象决定了它在科学技术中的重要地位.在 21 世纪,前沿的科学研究——从基本粒子、原子核、原子、分子、凝聚态物理直到中子星、黑洞,都离不开量子力学的概念和方法;现代的高新技术——从集成电路、电子计算机到量子计算机,从原子弹、氢弹到核电站,从激光技术、超导技术到纳米技术,无不以量子力学为其理论基础.可以毫不夸张地说,没有量子力学就没有现代科学技术.

量子力学的发展和理论物理学的其他分支一样,都存在两个发展阶段:第一阶段是积累实验事实,归纳出实验定律,为解释实验定律而提出某些假设并建立初等理论;第二阶段是提出基本假设,建立较完整的理论体系,用统一的观点解释已知的实验事实,并能预言未知的效应.

本书的第一章“经典物理学的困难与量子力学的实验基础”主要介绍量子理论发展的第一阶段——旧量子论的成果.它概括了经典物理无法解释的实验事实,以及为解释黑体辐射而提出的“能量子假设”和普朗克公式,为解释光电效应而提出的“光量子假设”和爱因斯坦方程,为解释原子线状光谱和原子的稳定性而建立在“定态假设”和“量子跃迁假设”基础上的玻尔理论,还有对物理学的方法论进行了深刻反思之后提出的“德布罗意假设”及其实验证实.这一切为量子力学的诞生奠定了基础.

本书将重点介绍量子理论发展的第二阶段——量子力学(非相对论部分).全书分为五篇,主要讨论如下四个内容:

1. 第一篇“态与力学量”是从量子力学与经典力学在描述客体方式的根本差异出发,介绍如何在量子力学中引入态矢和力学量算符来描述量子体系的特征.

第二、第三章分别讨论量子体系的状态和力学量,在量子力学三大基本假设(关于体系状态的假设,关于运动方程的假设和关于力学量的假设)的基础上给出量子力学整个理论框架的说明.

第四章介绍量子力学在不同表象(以不同力学量算符的本征矢完备系为基底)和不同绘景(态矢与力学量算符对时间的依赖关系不同)的表述形式.

2. 第三篇介绍量子力学中与对称性有关的问题.

第八章讨论与转动对称性有关的“自旋与角动量”问题.

第九章讨论与粒子交换对称性有关的“全同粒子体系”问题.

第十章讨论与时空对称性有关的“对称性与守恒定律”问题.

3. 第二篇和第四篇讨论量子力学要处理的三类实际问题,其中第二篇讨论“定态问题”,第四篇讨论“跃迁问题与散射问题”.

定态问题(第五、六、七章)是要寻找量子体系所有可能的稳定状态,并求出其能级与波函数(对于束缚态)或反射系数与透射系数(对于非束缚态).第五、第六章分别讨论一维与三维定态问题的严格解.第七章用非简并态微扰论、简并态微扰论和变分法讨论定态问题的近似解.

跃迁问题(第十一章)关心的是量子体系由一个给定的初态跃迁到另一个(或一组)末态的几率,由此获得光辐射与光吸收的有关规律(如跃迁几率、辐射强度,选择定则、能级寿命、谱线宽度等).

散射问题(第十二章)研究粒子间的碰撞,本章利用分波法和玻恩近似计算粒子的散射截面,通过对散射截面的分析可以获得有关微观粒子的相互作用和内部结构的信息.

4. 第五篇介绍量子力学诞生以来爱因斯坦、薛定谔、波尔、海森堡等著名物理学家关于量子力学基本问题的大论战,介绍近 20 年来量子力学直接依靠实验进行的实证研究,以及基于量子力学原则发展起来的量子信息技术.

第十三章介绍关于薛定谔猫,EPR 佯谬,贝尔不等式及“走哪条路”实验的争论,特别着重介绍论战过程中提出来的量子纠缠、波包坍缩、量子非定域性、量子相干与退相干等重要观念.

第十四章介绍量子计算机和量子远程通讯的基本原理,特别关注量子力学原则在其中如何起作用.

本书的宗旨是希望能为读者提供一本深入浅出、学以致用教材,即以低的起点打开量子力学的大门,以严格的基本功训练迎接研究生教育并与之接轨。

本书重视量子力学的实验背景,重视量子力学基本概念、基本原理和基本方法的讨论,并力图反映量子力学近代的一些研究进展。

本书提供了丰富的例题,并配有习题、习题答案和习题提示,使不同层次的读者都能独立或半独立地完成这些习题。正如众多著名科学家所强调的那样,理论物理的正确概念只有通过大量的计算才能真正学到手。我国著名科学家钱学森先生曾经说过:

“理论工作中主要是靠做习题来练,不做习题是练不出本领来的。”

——钱学森:“科学技术工作的基本训练”

本书没有代替读者作“章节小结”的训练。自己动手作小结对于第一次接触《量子力学》的读者来说,也许是非常重要的环节。我国著名数学家华罗庚先生曾说过一段堪称经典的话:

“应该怎样学会读书呢?……在对书中每一个问题都经过细嚼慢咽,真正懂得以后,就需要进一步把全书各部分内容串连起来理解,加以融会贯通,从而弄清楚什么是书中的主要问题,以及各问题之间的关联。这样我们就能抓住统帅全书的基本线索,贯串全书的精神实质。我常常把这种读书过程,叫做‘从厚到薄’的过程……愈是懂得透彻,就愈有薄的感觉。这是每个科学家都要经历的过程。”

——华罗庚:“学·思·锲而不舍”

由于学时的关系,本书打*号的章节以及部分例题均可留作自学,不会影响其后学习。

本书是笔者在华中师范大学物理系90、91、92、93、96级《量子力学》讲稿的基础上修改补充而成。本书第一版在2000年出版后,在华中师范大学和部分兄弟院校使用了三届,今借再版之机作了如下改动:

1. 增加了第五篇“量子力学若干基本问题的讨论,量子信息技术的量子力学基础”;
2. 在若干章节增加了一些例题和习题,增加了习题提示的篇幅,对全书的文字作了一些修饰,并改正了一些印刷错误。

本书是笔者的《理论物理学导论》(四卷本)的第三卷。已经出版和即将出版的还有:第一卷《数学物理方法》(第二版)已于2001年出版,第二卷《电动力学》将于2004年初出版。

本书的顺利出版,得到华中师范大学校领导、教务处、物理科学与技术学院、物理系、理论物理教研室各级领导,以及湖北科学技术出版社的大力支持,在此致以深切的谢意.在本书的使用过程中,还得到华中师范大学和兄弟院校量子力学各位任课教师的热情支持,在此表示诚挚的感谢.

在本书第二版即将出版之际,笔者还要特别感谢我的哥哥、兰州大学物理系汪志诚教授,我的姐姐、南京大学天文系汪珍如教授和姐夫、中国科学院院士、南京大学天文系曲钦岳教授多年来对我的关心和鼓励.

由于笔者水平所限,加之时间仓促,谬误在所难免,恳请读者批评指正.

汪德新

2003年5月

于华中师范大学

目 录

第一章 经典物理学的困难与量子力学的实验基础	(1)
§ 1.1 黑体辐射 普朗克的能量子假设	(1)
§ 1.2 光电效应 爱因斯坦的光量子假设	(4)
§ 1.3 康普顿效应 光的波粒二重性	(5)
§ 1.4 原子的线状光谱与原子的稳定性 玻尔的量子论	(7)
§ 1.5 实物粒子的波动性 德布罗意假设	(9)
§ 1.6 量子力学的建立	(11)

第一篇 态与力学量

第二章 量子体系的状态	(14)
§ 2.1 波函数的统计解释	(14)
§ 2.2 态叠加原理	(18)
§ 2.3 薛定谔方程 几率守恒定律	(23)
§ 2.4 定态薛定谔方程的解法 一维无限深势阱与线性谐振子 ..	(30)
第三章 量子体系的力学量	(41)
§ 3.1 力学量的平均值公式,力学量用算符表示	(41)
§ 3.2 算符的运算规则	(46)
§ 3.3 厄米算符的本征值与本征函数 力学量的可能取值与取值的 几率分布	(53)
§ 3.4 基本力学量算符的本征函数系	(61)
§ 3.5 力学量同时有确定值的条件 力学量的完全集	(71)
§ 3.6 不确定性关系	(76)
§ 3.7 力学量随时间的变化 守恒量	(84)
§ 3.8 量子力学的基本假设	(93)

第四章 量子力学的表述形式	(95)
§ 4.1 希尔伯特空间 狄拉克符号	(95)
§ 4.2 态与力学量的表象表示	(102)
§ 4.3 量子力学公式的表象表示	(112)
§ 4.4 表象变换	(119)
§ 4.5 线性谐振子 粒子数表象	(125)
§ 4.6 相干态	(132)
§ 4.7 薛定谔绘景 海森堡绘景 相互作用绘景	(136)

第二篇 定态问题

第五章 一维定态问题的严格解	(144)
§ 5.1 一维方势阱	(144)
§ 5.2 一维方势垒 隧道效应与纳米科学技术	(149)
* § 5.3 一维周期势场 固体能带	(155)
第六章 三维定态问题的严格解	(162)
§ 6.1 氢原子与类氢离子	(162)
§ 6.2 粒子在电磁场中的运动 简单塞曼效应	(172)
* § 6.3 朗道能级 量子霍尔效应	(177)
* § 6.4 阿哈罗诺夫-玻姆效应(AB 效应)	(183)
第七章 定态问题的近似解	(186)
§ 7.1 非简并态微扰论	(186)
§ 7.2 非线性谐振子	(197)
§ 7.3 简并态微扰论	(199)
§ 7.4 氢原子的一级斯塔克效应	(209)
§ 7.5 变分法	(212)
§ 7.6 氦原子的基态	(217)

第三篇 对称性与不变性

第八章 自旋与角动量	(221)
§ 8.1 电子自旋	(221)
§ 8.2 电子自旋算符与自旋波函数	(224)
§ 8.3 泡利方程 磁共振	(234)
§ 8.4 角动量算符的基本性质	(240)
§ 8.5 两个角动量的相加 * 克累布施-戈登系数	(245)
* § 8.6 光谱的精细结构	(253)
* § 8.7 复杂塞曼效应(反常塞曼效应)	(257)
§ 8.8 自旋单态与自旋三重态	(260)
第九章 全同粒子体系	(265)
§ 9.1 全同性原理 全同粒子体系的波函数	(265)
§ 9.2 氦原子 仲氦与正氦	(276)
* § 9.3 超导现象	(280)
第十章 对称性与守恒定律	(286)
* § 10.1 对称变换	(286)
* § 10.2 连续时空变换	(288)

第四篇 跃迁问题与散射问题

第十一章 量子跃迁	(293)
§ 11.1 跃迁与跃迁几率	(293)
§ 11.2 常微扰、周期性与非周期性微扰 能量-时间不确定性 关系	(298)
§ 11.3 光吸收 受激辐射与自发辐射 选择定则	(304)
第十二章 弹性散射	(314)
§ 12.1 散射截面与散射振幅	(314)
§ 12.2 分波法	(316)
§ 12.3 玻恩近似	(324)

第五篇 量子力学若干基本问题的讨论

量子信息技术的量子力学基础

第十三章 量子力学若干基本问题的讨论	(330)
* § 13.1 密度矩阵 用约化密度矩阵描述测量结果	(330)
§ 13.2 薛定谔猫 施米特分解与量子纠缠态 贝尔基	(336)
§ 13.3 EPR 佯谬 贝尔不等式及其实验验证	(338)
§ 13.4 “走哪条路”实验与量子退相干	(343)
第十四章 量子计算机与量子远程通讯的基本原理	(345)
* § 14.1 量子计算机的基本原理	(345)
* § 14.2 量子远程通讯的基本原理与量子态的不可克隆定理	(355)
附录	
附录 1 傅里叶变换公式	(359)
附录 2 微分算符 ∇ 在直角坐标系与正交曲线坐标系 的常用公式	(360)
附录 3 厄米多项式的数学性质	(362)
附录 4 δ 函数的定义和性质	(363)
附录 5 三阶完全反对称张量 ϵ_{ijk} (简称 ϵ 符号)	(364)
附录 6 勒让德多项式, 缔合勒让德函数与球函数	(365)
附录 7 电子在库仑场中径向方程的解	(368)
附录 8 国际单位制(SI)的基本单位与一些导出单位	(371)
附录 9 物理常数表(国际单位制)	(372)
附录 10 中外人名对照表	(373)
习题答案	(375)
习题提示	(392)
主要参考书目	(423)

第一章 经典物理学的困难与 量子力学的实验基础

19 世纪末叶,物理学的各个分支已经建立起系统的理论:经典力学从牛顿三大定律发展为分析力学;电磁学和光学发展成为麦克斯韦理论;热学在建立了以热力学定律为基础的宏观理论的同时,玻尔兹曼和吉布斯又建立了称为统计物理学的微观理论.在经典物理学的辉煌成就面前,有的科学家认为物理学已大功告成了,正如绝对温标的创始人开尔文在 1889 年新年贺词中所说的:“19 世纪已将物理大厦全部建成,今后物理学家的任务就是修饰、完美这所大厦了。”

但是,经典物理学却一直无法解释 19 世纪末到 20 世纪初的若干物理实验.当时遇到的困难主要是黑体辐射、光电效应、原子光谱的线状结构、原子的稳定性和比热等问题.下面介绍经典物理学遇到的困难,以及如何解决这些困难并导致量子力学的诞生.

§ 1.1 黑体辐射 普朗克的能量子假设

1859 年,基尔霍夫发现了热辐射定律.该定律指出:在给定温度下,物体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$ 与它的吸收系数 $a_\nu(T)$ 之比是与物体的物理性质无关的普适函数

$$\epsilon_\nu(T)/a_\nu(T) = f(\nu, T), \quad (1)$$

式中能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$ 表示物体在给定温度下,单位时间内从单位面积辐射出单位频率间隔的电磁波能量.(1)式表明,一旦求得 $f(\nu, T)$,便可由物体的吸收系数 $a_\nu(T)$ 求得该物体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$.因此,寻找 $f(\nu, T)$ 的函数形式具有重要意义.由于(绝对)黑体的吸收系数 $a_\nu(T) = 1$,因此普适函数 $f(\nu, T)$ 就是黑体的能谱发射率 $\epsilon_\nu(T)$,而能谱发射率又与该温度下平衡辐射的能量密度(单位体积内,单位频率间隔的辐射能量) ρ_ν 成正比.因此,问题就转化为寻找黑体辐射在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 范围内的辐射能密度 $\rho_\nu d\nu$.

当然,自然界没有绝对黑体.煤烟的吸收系数也只有 95%.但是,一个比较深的空腔壁上的小孔可以作为黑体的近似.当光线通过小孔射入空腔以后,光线

将在空腔的内表面多次来回反射而被吸收,几乎不可能通过小孔射出.这样,小孔的吸收系数就可以看作1,从小孔发出的辐射就可以看作黑体辐射了.

在实验室温度下,任何物体都会发出热辐射.实验表明:在频率 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度 $\rho_\nu d\nu$ 只与空腔的温度 T 有关,而与空腔的形状及其组成物质无关,在 $T=1500\text{K}$ 时,实验曲线如图 1.1.

为了解释这个实验结果,维恩在 1894 年利用电动力学和热力学推出了一个公式(称为维恩公式)

$$\rho_\nu d\nu = c_1 \nu^3 e^{-c_2/\nu T} d\nu, \quad (2)$$

式中 c_1, c_2 为常数.除低频部分外,维恩公式与实验曲线符合得很好,如右图所示.

1900 年,瑞利和金斯利用统计物理学和电动力学推出另一公式(称为瑞利-金斯公式)

$$\rho_\nu d\nu = (8\pi\nu^2/c^3)k_B T d\nu, \quad (3)$$

式中 k_B 为玻尔兹曼常数, c 为真空中的光速.瑞利-金斯公式在低频部分与实验曲线符合得较好,而高频部分不符合.利用这个公式计算总辐射能密度导致

$$\int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \int_0^\infty (8\pi\nu^2/c^3)k_B T d\nu \rightarrow \infty.$$

这显然与事实不符,当时称之为“紫外光的灾难”.因为上式之所以发散,问题出在高频部分,即紫外部分.

那么,瑞利-金斯公式的问题到底出在什么地方呢?

公式的整个推导过程,其实只有两个步骤:

(1) 电动力学的谐振腔理论已证明:在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间,谐振腔单位体积内可以存在的振动模式数为 $(8\pi\nu^2/c^3)d\nu$.

例如,在三边边长分别为 L_1, L_2, L_3 的理想导体谐振腔中,电磁场的边界条件要求波矢的各分量满足:

$$k_x = m\pi/L_1, \quad k_y = n\pi/L_2, \quad k_z = p\pi/L_3, \quad m, n, p = 0, 1, \dots$$

这样的一组 $\{m, n, p\}$ 数,对应着一个可能的波矢 k ,对应着两个可能的振动模式(因为有两个独立的偏振方向),据此可以证明上述公式,见本节习题第 1 题.

(2) 由能量均分定律,每一个振子(相应于一个振动模式)的平均动能为 $k_B T/2$,而振子的平均能量是它的平均动能的两倍,即

$$\bar{\epsilon} = k_B T. \quad (4)$$

综合这两点,在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度 $\rho_\nu d\nu$ 等于 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间单位

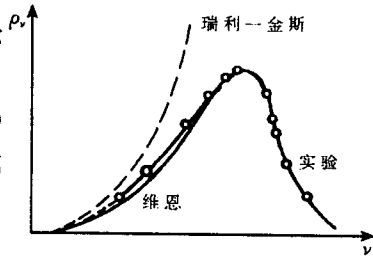


图 1.1

体积内的振动模式数乘以每一振动模式的平均能量 $\bar{\epsilon}$, 即

$$\rho_\nu d\nu = (8\pi\nu^2/c^3)d\nu \cdot \bar{\epsilon} = (8\pi\nu^2/c^3)k_B T d\nu,$$

这就是瑞利-金斯公式.

为了解释黑体辐射现象, 1900年普朗克提出另一个公式(称为普朗克公式)

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu, \quad (5)$$

式中 c 为真空中的光速, h 为普适常数. 根据(5)式得到的理论计算结果与实验曲线惊人地一致. (5)式的建立仍然可以采取上述的两个步骤(在历史上, 推导方法比较复杂), 差异仅在于每一振子的平均能量的取值, 如果假定振子的平均能量为

$$\bar{\epsilon} = \begin{cases} k_B T, & \text{当 } \nu \text{ 比较小;} \\ 0, & \text{当 } \nu \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (6)$$

则“紫外光的灾难”即可避免. 这意味着, 振子的平均能量必然与频率有关.

那么, $\bar{\epsilon}(\nu)$ 应该具有怎样的函数形式呢? 瑞利-金斯公式来自能量均分定律, 而能量均分定律又来自玻尔兹曼分布. 实际上, 利用振子的能量处于 $\epsilon \rightarrow \epsilon + d\epsilon$ 之间的几率是

$$P(\epsilon) = \frac{e^{-\epsilon/k_B T}}{k_B T}, \quad (7)$$

即得振子的平均能量为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_0^\infty \epsilon P(\epsilon) d\epsilon}{\int_0^\infty P(\epsilon) d\epsilon} = \frac{\int_0^\infty \epsilon e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon}{\int_0^\infty e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon} = k_B T. \quad (8)$$

如果不把能量作为连续变量, 而只取分立值 $\epsilon_n = n\epsilon (n=0, 1, \dots)$; 同时考虑到 $\bar{\epsilon}(\nu)$ 依赖于频率, 只要假设 $\epsilon = h\nu$, 并将(8)式的积分改为叠加, 则频率为 ν 的振子的平均能量应为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n P(\epsilon_n)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(\epsilon_n)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/k_B T}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}. \quad (9)$$

最后一个等式的证明见本节习题第2题. 在 ν 很小时应用指数函数展开式的头两项, 在 $\nu \rightarrow \infty$ 时利用洛必达法则, 即可证明(9)式与(6)式一致.

这样, 在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量密度为

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \cdot \bar{\epsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu,$$

这就是普朗克公式. 至于常数 h , 当时通过理论与实验数据相符而确定为 $h =$

$6.385 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$, 称为普朗克常数(目前的测量值见附录 9)。

普朗克成功的关键是认识到振子的能量应取分立值. 他把黑体看作一组连续振动的谐振子, 振子的能量值只能取最小能量单位 ϵ 的整数倍. 于是, 黑体与辐射场交换能量也只能以 ϵ 为单位进行. 由此可见, 黑体吸收或发射电磁辐射能量的方式是不连续的, 只能“量子”式地进行. 每个“能量子”的能量为

$$\epsilon = h\nu = \hbar\omega \quad (\hbar = h/2\pi). \quad (11)$$

普朗克的“能量子假设”是与经典物理的基本观念根本对立的. 因为经典振子的能量正比于振幅的平方, 而振幅可以连续变化, 所以振子的能量也就可以连续变化, 利用(8)式的积分, 导致能量均分定律. 普朗克抛弃了能量均分定律而代之以能量子假设, 这是对经典物理学的革命性突破, 导致量子论的创立.

当然, 遗憾的是, 普朗克在推出这个公式以后的十多年里, 还一直想把量子概念纳入经典理论的框架内. 尽管他采用了许多新的技巧, 但是都没有成功. 后来, 由于他的量子假设在其他问题上取得了巨大的成功, 他才确信这个假设是正确的.

§ 1.2 光电效应 爱因斯坦的光量子假设

1888年, 赫兹在实验中发现, 用紫外线照射火花隙的阴极时, 放电现象较易发生. 直到1897年汤姆逊发现电子后, 1899年林纳德用实验证明: 这是由于紫外光照射金属表面时有电子逸出所造成的, 这种现象称为光电效应, 逸出的电子称为光电子. 当时得到的实验结果是:

(1) 当入射光的频率 $\nu \geq \nu_0$ (称为截止频率, 与金属的性质有关) 时, 才有光电子产生; 即使光强较弱, 光电子也能在 10^{-9}s 内逸出.

(2) 光电子的最大动能与入射光的频率 ν 有关, 而与入射光强无关.

(3) 光电子的密度与入射光强成正比.

经典理论无法解释上述结果. 按照经典电动力学, 在入射光(电磁场)的作用下, 电子作强迫振动, 不断积聚能量. 只要光照的时间足够长, 电子必能从金属表面逸出, 不应受 $\nu \geq \nu_0$ 的限制. 而且, 当入射光强较弱时, 积聚能量需要较长的时间, 电子不可能在 10^{-9}s 内逸出. 其次, 光电子的最大动能应决定于入射光的振幅而不是频率.

1905年, 爱因斯坦为了解释光电效应, 在普朗克能量子假设的基础上, 提出了光量子的概念. 他认为, 不仅黑体与辐射场的能量交换是量子化的, 而且辐射场本身就是由光量子(即光子)组成的, 每个光子均以光速 c 运动. 频率为 ν 的光波, 其光子的能量和动量分别为:

$$E = h\nu = \hbar \omega, \quad (1)$$

$$p = E/c = \hbar \omega/c = \hbar k, \quad (2)$$

式中 $E = pc$ 来自相对论的质能关系式 $E^2 = \mu_0^2 c^4 + p^2 c^2$ (光子的静质量 $\mu_0 = 0$). 设 n 为光子运动方向上的单位矢量, 引入波矢 $k = kn$, 则(2)式可写成矢量形式

$$p = pn = \hbar kn = \hbar k, \quad (3)$$

公式(1)和(3)称为普朗克-爱因斯坦关系式.

利用普朗克-爱因斯坦关系式, 很容易解释光电效应的实验结果. 当金属受到频率为 ν 的光照射时, 金属中的束缚电子即可吸收光子而获得能量 $h\nu$ (两个或多个光子同时被一个电子吸收的几率极小). 若光子的能量 $h\nu$ 大于电子挣脱金属束缚所需要的能量 W_0 (称为脱出功) 时, 则光电子逸出金属后的最大动能为

$$\frac{1}{2} \mu_e v^2 = h\nu - W_0 = h(\nu - \nu_0), \quad (4)$$

式中 $\nu_0 = W_0/h$ 就是截止频率, 上式称为爱因斯坦方程. 由此可见, 当 $\nu < \nu_0$ 时, 无论光强有多强, 电子都不能逸出金属表面; 而当 $\nu > \nu_0$ 时, 无论光强多微弱, 光电效应也能出现. 其次, (4)式表明, 光电子的最大动能与人射光的频率 ν 有关, 而与人射光强无关. 第三, 光电子的密度应正比于入射光子的密度, 即正比于入射光强.

爱因斯坦的光量子假设成功地解释了光电效应. 但是开始并没有得到所有科学家的赞同. 密立根为了否定爱因斯坦方程, 整整花了九年时间设计了更加精密的装置, 竟于 1914 年用实验完全证实了这个方程. 密立根由这个实验测得的 h 值 $6.57 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 与普朗克的 h 值 ($6.385 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) 非常接近, 测量值来自不同实验, 这为当时确立量子论的地位具有十分重要的意义.

§ 1.3 康普顿效应 光的波粒二重性

1923 年, 康普顿效应进一步证实了光具有粒子性. 他用 X 射线入射到碳、石墨等原子质量很轻的靶上, 发现散射后其波长随散射角的增加而增大. 按照经典电动力学, 电磁波被散射后仅改变其传播方向而不改变频率, 故无法解释康普顿效应.

康普顿按照光量子假设, 把散射过程看作光子与自由电子的碰撞过程, 利用能量守恒和动量守恒定律, 得到与实验一致的结

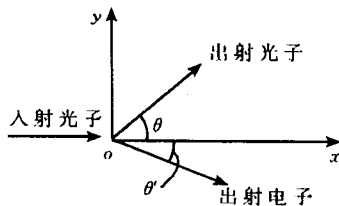


图 1.2