我学习 我设计 丛书

方法·技巧·规律·一套好题

尖子生学案

让普通成为优秀
让优秀更加杰出

配人教大纲版

高一数学（下）

主　编/王青春　战秀梅

吉林人民出版社

我学习 我设计 丛书

方法·技巧·规律·一套好题

尖子生学案

让普通成为优秀
让优秀更加杰出

配人教大纲版

高一数学（下）

主　编/王青春　战秀梅
编　者/王青春　战秀梅　赵振东　李淑环　王兴华
王　晔　林玉秋　刘文杰　包宝祥　李瑞峰
魏立娟　高皓天　高　勇　张雨欣　赵雅杰

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

我学习 我设计丛书

策　　划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:王治国

尖子生学案·高一数学·下(配人教大纲版)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号　邮政编码:130022)

网址:www.zgjf.com.cn　电话:0431－5378008

主　　编　王青春　战秀梅

责任编辑　张长平　王胜利　　封面设计　魏　晋

责任校对　唐晓明　曲　喆　王忠辉　　版式设计　邢　程

印刷:北京市人民文学印刷厂

开本:880×1230　1/32

印张:11.875　字数:425 千字

标准书号:ISBN 7-206-04726-2

2005 年 11 月第 1 版　2005 年 11 月第 1 次印刷

定价:15.80 元

我学习 我设计

本书功能及特点

★本书主要讲解知识的重点、难点及易错点。这也是中考、高考时出大题、难题的侧重点。

★本书各年级、各学科的例题主要讲解中高考的原题、改编题、预测题，从一年级开始即能了解中高考的信息。

★本书每课、每节配有“基础巩固”和“能力提高”两套检测题。

★本书是根据新课程标准同步编写的一套讲解类辅导用书。例题、习题的设计偏难，你使用后不是尖子生也能成为尖子生。

1.1　集　合

课堂板书——概括本节知识要点

归纳本节基本概念、基本定理、基本性质，指明学习目标。本节学什么，一目了然。

课堂板书　要点全览，看一看，快速梳理知识内容

1. 集合：某些指定的对象集在一起就成为一个集合.
2. 集合的元素：集合中的每个对象叫做这个集合的元素.
3. 集合的分类：按所含元素的个数可分为有限集、无限集、空集.

互动学习——系统讲解重难点

互动学习　试一试，准确理解重点难点疑点

引入新课

以现实生活中的小实例、小事例为情景，设置问题，为讲新课做铺垫，激发学生学习兴趣。

情境导课

“集合”作为动词，同学们在上体育时听得最多，常常是上课铃声刚过，体育老师清脆的哨声便响起，同时高喊：全体同学集合！听到口令，同学们便会从四面八方集到老师身边站队，而那些不是本班的学生便自动走开，这样体育老师的一声“集合”就把“某些指定的对象集在一起”了．那么数学中的“集合”是动词性质下的概念吗？我们本节来研究一下.

详细讲解重难点

把本节重难点知识的内涵与外延，有深度地拓展讲解，对适用条件、注意事项系统总结，理清学生思路，抓住解决问题的关键，这也是高考最容易产生分值差距的首要问题。

重难点探究

要点1　**集合的概念.**

(1)集合论的创始人康托称集合为一些确定的不同的东西的总体．集合是数学中的原始概念，同几何中的点、线、面等概念一样不加定义，只作描述性说明.

(2)集合也简称集．一般用大括号表示集合，如集合$\{a,b,c,d\}$；还常用大写的拉丁字母表示集合，如集合$A,B,C\cdots$；或$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{a,b,c\}$等.

要点2　**集合中的元素.**

常用小写的拉丁字母a,b,c表示．如上例中“1”是集合A中的元素；“b”是集合B中的元素等.

例1　下列各组对象中不能构成集合的是　(　　)

A. 高一年级全体女生　　B. 高二(1)班学生的全体家长

C. 高三年级开设的所有课程　　D. 高一(6)班个子较高的学生

〔分析〕　本题为判断所给团体能否成为集合的问题，……故选D.

指点迷津，走出误区

总结易错点、易忽略点、疑难点，点拨思路，指出正确的解题方法，帮你跨越思维障碍，保证考试不丢分。

误区分析

1. 要准确把握集合中元素的互异性.

例1　已知$x^2\in\{0,1,x\}$，求实数x的值.

错解：$\because x^2\in\{0,1,x\}$，又$\because x\neq0$且$x\neq1$，$\therefore x^2\neq0$且$x^2\neq1$，又$x^2\in\{0,1,x\}$，

我也成为尖子生

说明 本丛书样张按学科分别设计，通过样张您可了解本书栏目、功能等基本信息，仅供参考，如所购图书与样张有个别区别，以所用图书为准。

$\therefore x^2=x$，$\therefore x=0$（舍去），$x=1$（舍去），$\therefore$ 实数 x 无解.

〔疑难辨析〕 本题错误的原因是没有准确把握元素互异的特性，$x\neq 1$ 必须，但 $x^2=1$ 可以考虑.

正解：$\because x^2\in\{0,1,x\}$，又 $x\neq 0$，$\therefore x^2\neq 0$，又 $x^2=1$ 得 $x=1$ 或 $x=-1$，$x=1$ 与互异性相违背，$x=-1$ 满足条件；又由 $x^2=x$ 可得，$x=0$ 或 $x=1$，都不满足，故 $x=-1$.

名题精讲

做一做，全面分析典型例题

考点 1 考查集合元素的特性.

例 1 （2001·山东）数集 $\{0,2a,a^2-2a\}$ 中，a 应满足的条件是________.

〔思路分析〕 集合中的元素必须满足互异性，因此，a 的取值不能使集合中的三个元素相等. 由题意知，a 应为 $\begin{cases}2a\neq 0,\\ a^2-2a\neq 0,\\ a^2-2a\neq 2a.\end{cases}$ 解得 $a\neq 0$ 且 $a\neq 2$，且 $a\neq 4$.

解题方法小结 解此类题就是要保证集合中元素的互异性，方法是令集合中每两个元素（或表示元素的多项式）不等，求出参数的范围即可.

针对性训练

1. 集合 $M=\{1,x,x^2-x\}$ 为三实数构成的集合，求 M 中元素 x 的取值范围.

自主学习

练一练，自我检测学习效果

A 卷——知能检测

［时间 40 分钟　满分 100 分］

基础达标

1. （5 分）下列结论不正确的是　　　　　（　　）

A. $0\in N$　　B. $\sqrt{2}\notin Q$　　C. $0\in\varnothing$　　D. $-1\in Z$

2. （5 分）集合 $\{1,3,5,7,9\}$ 用描述法表示是　　　　　（　　）

A. $\{x\mid x$ 是不大于 9 的非负奇数$\}$　　B. $\{x\in N\mid x\leqslant 9\}$

C. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 9\}$　　D. $\{x\in Z\mid 0\leqslant x\leqslant 9\}$

B 卷——高考练兵

［时间 40 分钟　满分 100 分］

综合运用

1. （10 分·2002·广州）已知 $A=\{(x,y)\mid 2x+3y=4320,x,y\in N\}$，$B=\{(x,y)\mid 4x-3y=1,x,y\in N\}$，则　　　　　（　　）

A. A 是有限集，B 是无限集　　B. A 是无限集，B 是有限集

名题精讲——讲解典型高考题

结合本节考点，精选近年典型高考真题、高考改编题、高考预测题，从强化掌握知识与兼顾高考入手，每题都给出标准答案，提示解题思路，总结思想方法和解题方法，使学生能够融会贯通，举一反三。

自主学习——自我评价

根据学生认知差异，设计了不同层次的练习题，“知能检测”巩固双基，习题偏重基础，“高考练兵”做高考真题，提高应考能力，把平时练习与高考联系起来，以将来的高考标准检测课堂学习效果，积累高考经验。

梓耕品质 用成绩体现

《一课一测》帮你学好新课

- 本书按课时编写，便于学生在课堂学习新课使用。
- 本书修订后，习题难度有所增加，用于中上等学校使用。

《完全解读》解读完全

✔ 本书是一套同步讲解类的辅导书，在编写中，首先落实知识点→连成知识线→形成知识面→结成知识网，对重点、难点详尽解读。

✔ 本书将为您排除学习中的障碍，对思维误区、疑难易错题、一题多解题都指出解题方法或技巧，让您从“学会”到“会学”。

✔ 本书修订后增加了部分例题、习题的难度，适合于中上等学生使用。

向40分钟要效益

☆ 课课基础训练·巩固双基

☆ 专题综合训练·拓展思维

☆ 单元过关测试·提高能力

☆ 参考答案·点拨解题思路

☆ 四大版块单独装订——处处体现细微……

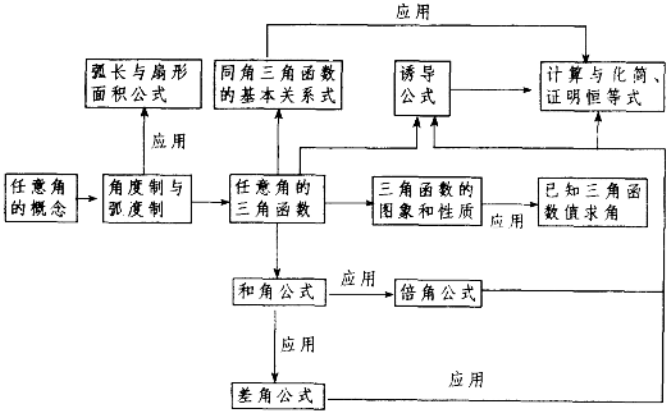
目 录

第四章

三角函数

本章导读

一、知识图解



二、学法指导

三角函数是在已学过的平面几何和圆的知识的基础上，继指数函数、对数函数后，又一用集合和函数的知识系统研究的重要函数.

1. 学习本章要把握：(1)理解角的概念的形成及正角、负角、零角的概念.角的变量可采用角度制和弧度制两种方法，二者之间的换算要熟练掌握，并明确弧度制可以使一些数学公式简单明了，实际应用更广泛，进而自如地运用弧度制；(2)三角函数线，即利用单位圆中的有向线段将任意角 α 的正弦、余弦、正切函数值表示出来，可使三角函数具有直观性，对很多三角函数问题很有帮助，为研究三角函数的性质提供了有用的工具；(3)要重视数学思想方法的运用，基础知识中蕴含着数学思想和方法，思想作指导，

知识是载体,方法为媒介是学好数学的惟一途径,因此要特别注重数学思想和数学方法的恰当运用.本章突出的数学思想有:数形结合思想、化归思想等;突出的基本方法有:坐标法、换元法、五点法、待定系数法以及综合法、分析法、观察、比较、抽象、概括等;(4)三角函数的图象、单位圆中的三角函数线都十分形象、直观地反映了三角函数的性质,是数形结合的典型体现.因此,用数形结合思想学习本章内容是非常必要的;(5)学习中应牢固掌握基本公式及基本公式与其他公式的内在联系.搞清它们之间的来龙去脉和推导过程,是学好本章的关键;(6)要注重数学符号的正确使用,本章所用有关符号,全部与国家标准规定相一致,与相关学科一致;要注意理论联系实际,增强用数学的意识,逐步体会数学的作用,对培养自己的思想品质和辩证唯物主义世界观具有积极作用.

2. 针对本章特点应做到:(1)对学过的公式做到真正理解、记准、记熟、用活;应用公式解决问题要恰当,要抓住问题实质,善于联想;(2)在熟练掌握概念、公式的基础上,要不断地总结解题的规律,变形的方法与技巧,努力提高活用知识解答问题的能力;(3)掌握好正弦函数、余弦函数和 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象和性质(定义域、值域、最大(小)值、单调性、周期性、奇偶性),它们是历年高考常考内容之一;(4)化归思想、数形结合思想是本章应用的最基本、最重要的数学思想,贯穿于内容的始终,要认真体会、理解、灵活运用.

三、高考展望

1. 命题方向:(1)围绕任意角的三角函数的定义及应用来命题;(2)围绕三角函数的符号,三角函数的性质与诱导公式来命题;(3)围绕三角函数的基本公式来命题;(4)围绕函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期、图象变换及性质来命题;(5)围绕已知三角函数值求角来命题.

2. 考点预测:三角部分的知识是每年高考中必考的内容,近几年来,高考对本部分知识的命题有如下趋势:(1)降低了对三角函数恒等变形的要求,加强了对三角函数图象和性质的考查;(2)以小题为主,一般以选择题、填空题的形式出现,多是基础题,难度属中档偏易,在使用新教材的地区这两年都未出现大题;(3)更加强调三角函数的工具性,加强了三角函数与其他知识的综合,如在解三角形,立体几何,平面解析几何中考查三角函数的知识.

4.1　角的概念的推广

课堂板书　要点全览，看一看，快速梳理知识内容

1. 角及其相关的概念.

(1)角：平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形；

(2)正角：按逆时针方向旋转形成的角叫正角；

(3)负角：按顺时针方向旋转形成的角叫负角；

(4)零角：如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个零角.

2. 象限角与轴线角.

(1)在直角坐标系中，使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限角；

(2)如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任一象限，称为轴线角；

3. 终边相同的角的表示.

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$，即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

互动学习　试一试，准确理解重点难点疑点

情境导课

设 OA 为自行车车轮的一个半径，轮子按逆时针方向旋转一周过程中，OA 形成 $0^\circ\sim360^\circ$ 的所有角，如果继续旋转第二周、第三周、…，则 OA 形成了更大范围内的角，这些角显然超出了我们已有的认识范围. 本节课将在已掌握的 $0^\circ\sim360^\circ$ 角的范围基础上，推广角的定义，并研究这些角的分类及记法.

重难点探究

要点1　对“任意角的概念”的理解.

(1)角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形. 如图 4 - 1 所示，O 点为角 α 的顶点，射线 OA 是角 α 的始边，射线 OB 为角 α 的终边.

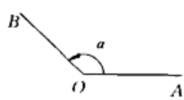


图 4 - 1

(2)规定：按逆时针方向旋转形成的角叫做正角；按顺时针方向旋转形成的角叫做负角；一条射线不作任何旋转形成的角叫做零角.

(3)为简单起见,"角 α"或"$\angle\alpha$"可简记为"α".

(4)角的概念经过推广以后,就应该包括正角、负角和零角,角的范围也就打破了$0^\circ\sim360^\circ$的限制,可以为"任意角"了.

要点2 **对"象限角及轴线角"的理解.**

(1)象限角:注意以下两点,①终边必须落在各个象限内,终边落在坐标轴上的角,不能成为任何象限的角;②定义中,"x 轴的非负半轴"包括原点,这样才能成为角的始边,这里不能用"x 轴的正半轴"代替.例如下面的角都属象限角:60°,420°,-300°都是第一象限角;120°,480°,-240°都是第二象限角;210°,570°,-150°都是第三象限角;300°,660°,-60°都是第四象限角.

(2)轴线角:轴线角不属于任何象限.比如0°,90°,180°,270°,360°,-90°,-180°,-270°,-360°,-1080°等都是轴线角.

要点3 **对"终边相同的角"的理解.**

(1)任意一个角惟一地确定一条终边,但是,反过来任意一条终边位置都可以成为无数个角的终边;一个角每增加或减小360°,终边就又回到原来的位置,因此,角 α 以及与角 α 终边相同的角都可以表示为 $k\cdot360^\circ+\alpha(k\in\mathbf{Z})$,即与角 α 终边相同的角(角 α 也在内)的集合为 $S=\{\beta|\beta=\alpha\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)对此表示注意以下几点:①α 是任意角;②k 是整数;③α 与 $k\cdot360^\circ$之间用"+"号连接;$k\cdot360^\circ-\alpha$ 可理解为 $k\cdot360^\circ+(-\alpha)$;④相等的角,终边一定相同;终边相同的角不一定相等,终边相同的角有无数个,它们相差360°的整数倍.

要点4 **各象限角与轴线角的集合表示.**

(1)象限角的集合

第一象限角的集合为$\{x|k\cdot360^\circ<x<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

第二象限角的集合为$\{x|k\cdot360^\circ+90^\circ<x<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

第三象限角的集合为$\{x|k\cdot360^\circ+180^\circ<x<k\cdot360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

第四象限角的集合为$\{x|k\cdot360^\circ+270^\circ<x<k\cdot360^\circ+360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)轴线角的集合

终边落在 x 轴的非负半轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边落在 x 轴的非正半轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边落在 x 轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边落在 y 轴的非负半轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边落在 y 轴的非正半轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot360^\circ-90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边落在坐标轴上,角的集合为$\{x|x=k\cdot90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

【说明】 象限角与轴线角的集合表示形式并不惟一,也有其他的表示形式.如终边落在 y 轴的非正半轴上,角的集合还可表示为$\{x|=k\cdot360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

例 1　下列各命题正确的是　(　　)

A. 终边相同的角一定相等　　B. 第一象限角都是锐角

C. 锐角都是第一象限角　　D. 小于 90° 的角都是锐角

〔**分析**〕 方法一：对于 A，-60° 和 300° 是终边相同的角，它们并不相等，∴应排除 A；对于 B，390° 是第一象限角，可它不是锐角，∴应排除 B；对于 D，-60° 是小于 90° 的角，但它不是锐角，∴应排除 D. 综上，应选 C.

方法二：∵锐角的集合是 $\{\alpha|0^\circ<\alpha<90^\circ\}$，第一象限角的集合是 $\{\alpha|k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，对上式当 $k=0$ 时为 $\{x|0^\circ<\alpha<90^\circ\}$，两集合相同，故锐角是第一象限角，∴应选 C.

〔**同类变式**〕 1. 给出下列四个命题：①-75° 是第四象限角；②$225^\circ$ 是第三象限角；③$475^\circ$ 是第二象限角；④-315° 是第一象限角. 其中正确的命题有　(　　)

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

【**注意**】 要区分锐角，$0^\circ\sim90^\circ$ 的角，小于 90° 的角，第一象限角的概念. ①锐角是 $0^\circ<\alpha<90^\circ$ 的角；②$0^\circ\sim90^\circ$ 的角是 $0^\circ\leqslant\alpha<90^\circ$ 的角；③小于 90° 的角是 $\alpha<90^\circ$ 的角，也可以是负角；④第一象限角是 $\{\alpha|k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$ 所表示的角.

例 2　写出在 -720° 到 720° 之间与 -1050° 的终边相同的角.

〔**分析**〕 首先写出与 -1050° 的角终边相同的角的一般形式：$k\cdot360^\circ+(-1050^\circ)(k\in\mathbf{Z})$，然后讨论 k 的值，使 $k\cdot360^\circ+(-1050^\circ)$ 在 -720° 到 720° 之间.

解：和 -1050° 的角终边相同的所有的角可表示为：$k\cdot360^\circ+(-1050^\circ)(k\in\mathbf{Z})$，

依题意得：$-720^\circ<k\cdot360^\circ-1050^\circ<720^\circ$，解得：$\frac{11}{12}<k<4\frac{11}{12}$.

∵$k\in\mathbf{Z}$，∴$k=1,2,3,4$，∴所求的角依次为：

$1\times360^\circ-1050^\circ=-690^\circ$，$2\times360^\circ-1050^\circ=-330^\circ$，$3\times360^\circ-1050^\circ=30^\circ$，$4\times360^\circ-1050^\circ=390^\circ$.

〔**同类变式**〕 2. 若 θ 角的终边与 168° 角的终边相同，求在 $[0^\circ,360^\circ)$ 内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角.

例 3　如图 4 - 2 所示，(1)分别写出终边落在 OA 与 OB 时角的集合；(2)写出终边落在阴影部分(含边界)的角的集合.

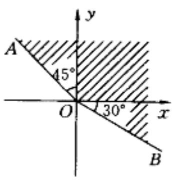


图 4 - 2

〔**分析**〕 在坐标系中，观察终边落在 OA 与 OB 的角的位置，利用终边相同的角的表示方法表示出来，即可找到终边落在阴影部分的角的表达式.

解：(1)在 $[0^\circ,360^\circ)$ 内终边落在 OA 位置的角是 $90^\circ+45^\circ$

$=135°$;终边落在 OB 位置的角是 $270°+60°=330°$,所以终边落在 OA 位置的角的集合是 $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$,终边落在 OB 位置的角的集合是 $\{\beta|\beta=k\cdot360°+330°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)终边落在阴影部分角的集合是 $\{\gamma|k\cdot360°-30°\leqslant\gamma\leqslant k\cdot360°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$.

〔同类变式〕 3. 如图 4-3 所示,写出终边落在阴影处(包括边界)的角的集合.

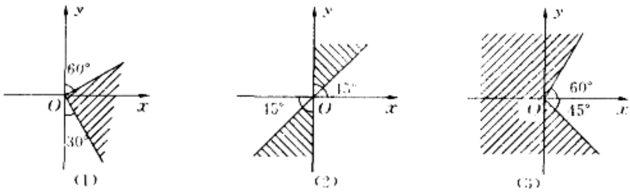


图 4-3

误区分析

1. 正确区分区间角与象限角.

例 1 设 α 是第二象限角,判断 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限角.

错解:∵α 是第二象限角,即 $90°<\alpha<180°$,∴$45°<\frac{\alpha}{2}<90°$,则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角.

〔疑难辨析〕 这是初学者常犯的错误,其原因是把第二象限角与钝角的概念混淆了.

正解:∵α 是第二象限角,即 $k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$.

∴$k\cdot180°+45°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}$,由此可知,$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限或第三象限角.

2. 注意"$k\cdot360°+\alpha$"中 $k\in\mathbf{Z}$ 这一条件,避免出错.

例 2 (1)判断 $-1200°$ 是第几象限角;

(2)已知 $\alpha=k\cdot360°+30°,k\in\mathbf{Z},\beta=k\cdot360°-30°,k\in\mathbf{Z}$,求 $\alpha-\beta$ 的值.

错解:(1)∵$-1200°=-\frac{7}{2}\times360°+60°$,∴$-1200°$ 是第一象限的角;

(2)$\alpha-\beta=60°$.

〔疑难辨析〕 (1)$k\cdot360°+\alpha$ 中的 k 必须是整数,否则它与 α 的终边不相同;

(2)$\alpha=k\cdot360^\circ+30^\circ$和$\beta=k\cdot360^\circ-30^\circ$中的$k$可以取整数集$\mathbf{Z}$中的任何一个值，但不一定同时取同一个整数.

正解：(1)$\because -1200^\circ=-4\times360^\circ+240^\circ$，$\therefore -1200^\circ$是第三象限角；

(2)$\alpha-\beta=k\cdot360^\circ+60^\circ,k\in\mathbf{Z}$.

名题精讲

做一做，全面分析典型例题

考点1　由α所在象限求$2\alpha,\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{3}$所在象限问题.

例1　若角α是第一象限的角，问$2\alpha,\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{3}$是第几象限的角？

〔思路分析〕　有两种方法解决此题目：其一，分类讨论法，属常规方法；其二，数形结合法，利用坐标系巧妙解题.

〔标准解答1〕　(1)$\because\alpha$是第一象限角，$\therefore k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}$(※).
$\therefore k\cdot720^\circ<2\alpha<k\cdot720^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}$；故$2\alpha$是第一或第二象限的角或是终边重合于$y$轴正半轴的角；

(2)由(※)得$k\cdot180^\circ<\frac{\alpha}{2}<k\cdot180^\circ+45^\circ,k\in\mathbf{Z}$；①当$k$为偶数时，令$k=2n(n\in\mathbf{Z})$，得$n\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot360^\circ+45^\circ(n\in\mathbf{Z})$，这表明$\frac{\alpha}{2}$是第一象限的角；②当$k$为奇数时，令$k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$，得$n\cdot360^\circ+180^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot360^\circ+(180^\circ+45^\circ)(n\in\mathbf{Z})$，这表明$\frac{\alpha}{2}$是第三象限的角.综合①②可知，$\frac{\alpha}{2}$是第一或第三象限的角.

(3)由(※)式得$\frac{k\cdot360^\circ}{3}<\frac{\alpha}{3}<\frac{k}{3}\cdot360^\circ+30^\circ,(k\in\mathbf{Z})$.

①当$k=3n(n\in\mathbf{Z})$时，由$n\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+30^\circ,(n\in\mathbf{Z})$. $\therefore\frac{\alpha}{3}$是第一象限的角；

②当$k=3n+1(k\in\mathbf{Z})$时，由$n\cdot360^\circ+120^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+(120^\circ+30^\circ)$，$\therefore\frac{\alpha}{3}$是第二象限的角；

③当$k=3n+2(k\in\mathbf{Z})$时，由$n\cdot360^\circ+240^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+(240^\circ+30^\circ)$，$\therefore\frac{\alpha}{3}$是第三象限的角；综合①②③知，$\frac{\alpha}{3}$是第一、二、三象限的角.

〔标准解答2〕　(数形结合法)

(1)同上；

(2)如图 4 - 4(1)所示,由图可知,$\frac{\alpha}{2}$所在象限找图中标号为 1 的位置,故$\frac{\alpha}{2}$是第一、三象限的角;

(3)如图 4 - 4(2)所示,由图可知,$\frac{\alpha}{3}$所在象限找图中标号为 1 的位置,故$\frac{\alpha}{3}$是第一、二、三象限角.

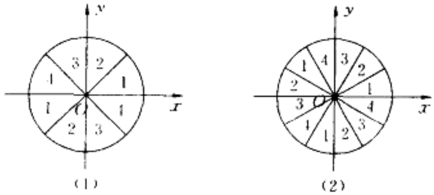


图 4 - 4

解题方法小结 已知θ为某象限的角,如何确定$\frac{\theta}{n}$所在的象限的问题(数形结合法):

(1)$\frac{\theta}{2}$所在象限问题:作出各个象限的角平分线,它们与坐标轴把圆周等分成 8 个区域,从x轴的非负半轴起,按逆时针方向把这 8 个区域依次循环标上号码 1,2,3,4,则标有n的两个区域,就是θ为第几象限角时,$\frac{\theta}{2}$终边落在的区域,$\frac{\theta}{2}$所在的象限就可以直观地看出来,如图 4 - 4(1)所示.

(2)$\frac{\theta}{3}$所在象限的问题:作出三等分各个象限的从原点出发的射线,它们与坐标轴把圆周等分成 12 个区域,从x轴的非负半轴起,按逆时针方向把这 12 个区域依次循环标上号码 1,2,3,4.则标号是n的区域,就是θ为第n象限角时,$\frac{\theta}{3}$终边落在的区域.$\frac{\theta}{3}$所在的象限就可直观地看出来,如图 4 - 4(2)所示.

(3)$\frac{\theta}{n}$所在象限的问题:一般地,要确定$\frac{\theta}{n}$所在的象限,可以作出n等分各个象限的从原点出发的射线,它们与坐标轴把周角等分成 $4n$ 个区域,从x轴的非负半轴起,按逆时针方向把这 $4n$ 个区域依次循环标上号码 1,2,3,4,则标号是n的区域,就是θ为第n象限的角时,$\frac{\theta}{n}$终边落在的区域,$\frac{\theta}{n}$所在的象限就可直观地看出.