



初中代数第一册

课程学习辅导

湖南教育出版社



课程学习辅导

初中代数第一册 课程学习辅导

张影编

湖南教育出版社

初中代数第一册
课程学习辅导

张 影 编

责任编辑：孟实华

湖南教育出版社出版 （长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷一厂印刷

1983年1月第1版第1次印刷

字数：122,000 印张：6.125 印数：1——394,000

统一书号：7284·130 定价：0.47元

《初中代数课程学习辅导》是供初中同学学习部编代数教材时使用的参考书。本书分“预习与思考”、“词语解释”、“疑难解析”、“学习参考”、“复习建议”五个方面逐章(节)进行辅导。

“预习与思考”通过典型事例的启发,引入本章(节)的重点和难点,“词语解释”是有选择地对一些容易混淆的词语进行辨析和详释,“疑难解析”是根据教材难点逐条进行分析和解答,“学习参考”提供与本章(节)有关的科学知识,供同学们学有余力时参看,

“复习建议”着重介绍学好本章(节)的方法和注意事项。

本书亦可供在职青年自学初中代数使用。

目 录

关于代数的知识 (代绪论)	(1)
一 代数发展史简介	(1)
二 为什么要学习代数	(4)
三 初中代数的内容与学习的目的要求	(5)
四 如何学好代数	(6)
第一章 有理数	(8)
一 有理数的意义	(8)
二 有理数的运算	(38)
第二章 整式的加减	(72)
一 代数式	(72)
二 整式的加减	(90)
第三章 一元一次方程	(120)
第四章 一元一次不等式	(172)

关于代数的知识

(代 绪 论)

我们已经在小学里学过算术，现在要开始学习数学中的另一门学科——代数。那么，什么是代数，为什么要学代数，初中代数包括哪些内容，怎样学习代数呢？这些是我们在学习代数之前必须要搞清楚的问题。

一 代数发展史简介

代数的发展是和方程分不开的，长期以来，它被理解为关于方程的科学。代数萌芽于上古时代，约在四千年前，巴比伦学者就会解二次方程和其中一个是二次方程的联立方程。不过，当时他们不是采用现代代数中的文字符号，而是用语言形式把方程写下来的。

我国古代对数学的发展作出了卓越的贡献，其中对代数的发展在世界上占有相当重要的地位。现存最早、最有名的数学著作《九章算术》就产生在公元纪元前后的汉朝，书中有关负数、分数计算，联立一次方程的解法都是具有世界意义的成就。其中一元二次方程的数字解法，联立一次方程组的解法要

比欧洲同类算法早一千五百年左右。我国魏晋时期的杰出数学家刘徽曾对《九章算术》作过理论性探讨，于公元263年注《九章算术》九卷，提出了许多超出原著的新理论，其中在代数部分提出了正负数概念和有理数的加减法法则，这比国外最早出现的负数概念要早八、九百年。

公元二世纪到三世纪，古希腊数学家基奥法特最先使用简写的符号代表未知数。九世纪末，生于花拉子模的乌兹别克学者穆罕默德编写了代数著作《还原和对立的书》。他把减数从方程的一边移到另一边而成为加数的移项叫“还原”；而将未知数和已知数分别归并在方程两边的运算称为“对立”。按照阿拉伯文，“还原”叫做“al-Jabr”，译成拉丁文为“Algebra”，因此，“代数”一词便由此得名。

公元十一世纪，我国北宋数学家贾宪曾著有“开方作法本源”图（指数为正整数的二项式的系数表）。随后，我国南宋数学家杨辉于1261年著《详解九章算术》，书中根据贾宪的方法清楚地将指数为正整数的二项式的系数排成一个三角形（即高中代数中称之为杨辉三角形）。贾宪、杨辉的这一伟大成就导致后来高次方程求实根的一整套方法。贾宪的“开方作法本源”图比国外所称的帕斯卡三角形（1654年）不仅更为合理，而且要早600年。

十二世纪末到十三世纪，我国元代数学家李冶所著《测圆海镜》是流传至今的最早天元术著作，其方法是先立“天元”来表示所求的未知数，再依据问题所给的数据立出两个数量相等的多项式，然后相减，构成一个一端为零的方程。随后，元

代数学家朱世杰著有《四元玉鉴》三卷，该书集前贤之大成，用天、地、人、物表示四个未知数，建立了四元高次方程理论。

十六世纪末，法国数学家韦达首先用文字符号表示未知数和已知数，但代数中的符号具有和现在很接近的形式，是在十七世纪中叶开始的，这应归功于法国数学家笛卡尔。

十八世纪末，德国数学家高斯证明了代数学的基本定理，即每一个代数方程必具有一个复数形式的根。

十九世纪，挪威数学家阿贝尔证明了五次代数方程一般不能用根式求解，由此引起可交换群（即“阿贝尔群”）的概念。后来，法国数学家伽罗华解决了多年不能解决的用根式解代数方程的可能性的判断问题，创立了“伽罗华理论”，并为群论的建立、发展和应用奠定了基础。

上面仅仅是对代数发展的简单介绍。应该指出的是：科学的发展是与一定的历史条件、社会生产的发展密切联系着的，由于生产和科学技术的发展，代数所研究的对象已由数扩大到向量、矩阵，这就使得研究更为一般的代数运算的规律和性质成为近世代数学的重要目标，从而推动了近世代数的发展，形成群论、环论、伽罗华理论、线性代数等许多分支。代数还和其它数学分科相结合，产生新的数学学科，如代数几何、代数数论、代数拓扑、李群等。

二 为什么要学习代数

代数是数学的一门分科，是算术的继续。和算术一样，代数是研究数量运算规律的科学。代数和算术虽是两门学科，但它们却是紧密相连的，算术里的许多内容都是学习代数时经常用到的。代数和算术的主要区别，就在于前者引入未知量，根据问题的条件列出方程，然后解方程求未知量的值，而后者研究的是数之间的关系，是具体的数字运算。算术中的加、减、乘、除运算是有理数加、减、乘、除运算的特例；在算术中两数之和一定大于其中一个加数，但在有理数的计算中就不能这样断言；在算术中两数乘、除的结果仍是正数，但在有理数的乘、除法计算中，就必须注意符号法则。这里我们只作了一点简单的介绍，在学习过程中还希望同学们作进一步的比较、总结。

和算术一样，代数在我们的生活和生产中经常用到，同时也在其他学科，如物理、化学，天文及现代技术中也有广泛的应用。

四千年前巴比伦学者就是利用二次方程及一个是二次方程的两个联立方程解决了测地学、建筑学和军事上的多种问题。

九世纪花拉子模的穆罕默得和他以后的一些学者就曾经把代数广泛地应用到交易和财务的计算上。

十二世纪代数在欧洲各国开始发展起来，出现了未知数和简写符号，从而解决了跟商业有关的一系列问题。

虚数在代数中出现后（虚数将在高中代数部分学到），建立了复变函数理论，成为解决许多技术问题的工具。例如，茹可夫斯基关于机翼上升力的基本定理就是以这个理论为根据来证明的，这个理论在解决堤坝渗水问题时也显示了它的作用。再如，为了解决计算机的电路是否为最佳的问题时，人们就是用“逻辑代数”来进行理论检查的。另外，代数在社会科学方面的使用也被重视起来了。

由此不难看出，学好代数对我们来说是十分重要的了。

三 初中代数的内容与学习的目的要求

初中代数的主要内容包括四个方面：数的概念的扩张、恒等变形、方程和不等式以及函数。

学习初中代数的目的与要求在于：

1. 学习代数的基础知识，包括概念、定义、公理、定理、法则等，能迅速而正确地进行代数式的恒等变形，会列方程和解方程，并能应用所学的代数知识解决物理、化学和实际中的简单问题。

2. 培养运算能力和逻辑思维能力，对代数中的运算所包括的数的计算、式的恒等变形、方程和不等式的变形、初等函数的求值和运算等，要做到运算确切有据，结果正确无误，对基本运算法则不仅要熟而且要快。

3. 学习辩证唯物主义思想，培养辩证唯物主义观点。数学本身具有丰富的辩证唯物主义的因素，初中所学的代数就有

很多内容反映着辩证唯物主义思想。如数的概念是从现实世界中得来的，加法和减法、乘法和除法在一定条件下都可以互相转化，等等。因此，学习代数时，我们就要充分利用这个有利条件，通过数与式及其运算的分析，加深对于人的认识过程“一个是由特殊到一般，一个是由一般到特殊”的理解，培养辩证唯物主义观点；通过揭示方程中“已知数”和“未知数”这对矛盾的对立统一关系，特别是它们“互相联系着，不但在一定条件之下处于一个统一体中，而且在一定条件下互相转化”的关系，学习对立统一的辩证观点；通过“等与不等”、“解方程与解不等式”的对比，进一步认识“对立统一规律是宇宙的根本规律”以及对立双方在一定条件之下的互相转化，从中学习辩证唯物主义。

四 如何学好代数

要学好代数必须注意以下几点：

1. 一定要听好课，搞清基本概念，要注意老师是如何引入新概念的，尤其要搞清概念引入的背景。它能解决什么问题？要结合直观解释来理解概念，消除对概念的畏惧心理，避免对概念的死记硬背，只有这样，才能做到记忆持久，运用灵活。

2. 同学们不仅要学过的概念与知识经常进行复习、对比，而且还要养成看数学课本的良好习惯。重要的概念、公式、法则、定理要记忆，如能用自己的语言表达就更好了。要把学

习新知识当作复习旧知识的开始，这样才能学得积极主动、生动活泼。

3. 要认真做习题，以便巩固、应用和检查所学的知识。

习题一般分为二类：一类是基本题，目的在于熟悉巩固所学的基本概念、公式和法则；另一类是综合练习题，目的在于训练解题技巧，综合运用知识。对后一类习题要特别注意分析比较、归纳对比、总结转化及一题多解。这样，即使做的习题数量不是很多，也可学得主动，易于发现自己掌握知识的薄弱环节，做到举一反三，触类旁通，执一驭万。另外，做习题要注意克服下列偏向：对有关问题涉及到的知识不能只对近期所学的内容想得多，而对过去学的知识想得少；对与题有直接联系的想得多，对间接的，较隐蔽的关系想得少；只愿意直接套公式，而不善于综合运用公式。

总之，一定要加强基础知识和基本技能的学习与训练。对习题不仅要适量地练，更重要的是要多想，特别是遇到难题时，要能够从正面、反面各个角度去思考，只有这样，才能使所学的知识融会贯通，才能把所学的知识得心应手地运用到实际中去。

第一章 有理数

本章的学习目的与要求是：理解关于有理数的一些概念，会用数轴上的点表示有理数，能够比较有理数的大小；掌握有理数的四则运算法则和运算律，能够熟练地进行有理数的四则运算；理解有理数乘方的意义，初步理解有关近似数的概念，会查平方表和立方表。

学习有理数这一章，首先必须明白：本章是全书的重点之一，而有理数的运算又为本章的重点。学好有理数的关键在于掌握好有理数的运算法则。本章的主要难点是建立负数概念、理解有理数四则运算法则。

本章包括有理数的意义和有理数的运算两个单元。

一 有理数的意义

本单元的重点是理解有理数的意义，难点是理解有理数绝对值的概念。

认识有理数的意义，可以为进行有理数的运算做好准备。通过介绍相反意义的量，使我们认识引入负数的必要性，进而引

出负数的概念，建立有理数集。通过数轴的介绍，引入有理数绝对值的概念和有理数大小比较的法则。

因此，对负数、绝对值概念的理解一定要深要透。

【预习与思考】

1. 让我们看这样的问题：

某仓库运入钢材5,000斤，运出钢材2,500斤。运入5,000斤与运出2,500斤，这对数量在意义上有什么不同？

让我们再看一个行程问题：

在一条笔直的公路上，甲乙两人同时从某地出发各走4里路，却相离了8里，这是为什么？

因为两人从同一地点出发，有两种走法：一种是同向，另一种是异向。当两人按相反方向走时，是不会相遇的，各走4里后，就相离了8里。由此看来在某些问题中，指明方向是十分重要的。

最后让我们再看下面问题：

某人有钱5元，用去4元，还剩几元？

如以算术式表示 $5 - 4 = 1$

假如某人带着4元钱，用5元钱买了一件衣服，问还剩几元？

列式为 $4 - 5$ 。

初看起来有4元钱，买回价值5元的衣服，是不可能的，但是现实生活中这种事情是存在的，只要先向别人借1元钱，就可以了。由此看来 $4 - 5$ 也是有意义的。

结合上面的实例，你能否简单地说出相反意义的量是如何引入的？相反意义的量及负数概念是如何引入的？

2. 正确掌握数轴的概念，学会把有理数在数轴表示出来，是学习本单元的关键。学会了用数轴表示数可进一步巩固具有相反意义的量的概念，并为学习相反数、绝对值、有理数大小的比较及有理数运算做好准备。

关于数轴的学习，要掌握数轴的三要素，要明白为什么三者缺一不可，并举例说明数轴概念是如何从具体事物中抽象出来的？

在学习数轴时，初学者往往容易忽视数轴的正确画法，以至于在今后的学习中引起不必要的差错，对此要注意，要在开始学时就养成认真的习惯。

3. 叙述相反数与绝对值的概念，它们的几何意义是什么？一个数的相反数与绝对值有什么区别？

4. 为了学好有理数的四则运算，就要先掌握比较有理数的大小。两个有理数可以分为五种情况来讨论：

- (1) 两个正数；
- (2) 一个正数，一个零；
- (3) 一个负数，一个零；
- (4) 一个正数，一个负数；
- (5) 两个负数。

比较两个有理数大小，可结合数轴进行预习。比较两个有理数大小的依据是：数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的大。

【词语解释】

本单元出现的新词语有：相反意义的量，正数，负数，集合，有理数，数轴，相反数和绝对值。下面我们对相反意义的量，集合，绝对值这几个概念，加以补充说明。

相反意义的量 这个概念是数学中最基本的概念之一。不能用其它更基本的概念来加以说明，只可用现实中较熟悉的例子来描述。

如，运进5,000斤，运出2,500斤；

向东走4里，向西走4里；

上升5度，下降7度。

这些意义上相反的两个量，叫做具有相反意义的量。

集合 集合也是数学中的基本概念之一。具有某种属性的事物的全体称为“集合”或“集”。组成集的每个事物称为集的元素。

如，某车间有68名工人，24台机床。这68名工人在性别、年龄、文化程度等各方面不同，但他们的共同点是全在同一车间工作；同样，这24台机床，可以是铣床、刨床、也可以是磨床，有的机床是用来加工大型零件的，有的是用来加工小零件的，尽管用处不同，但这些机器都是属于这个车间的。这样，就产生了集合的概念。在数学中，把具有某一特征的集体叫做集合，所以这个车间的68名工人可以看做一个集合，24台机床也是一个集合，其中某一名工人或某一台机床都叫做相应集合中的一个元素。

集合中元素的个数，有的是数得尽的，有的是数不尽的。

集合并不限于象人、机床等可以看得到的集体，也可以由抽象的数组成，如，数1、3、5、7组成的集合，表示为 $\{1, 3, 5, 7\}$ ，这是有限的集合。

又如，自然数集合的元素为1、2、3、……通常表示为 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 。

数25、78、10,009等都是集合 N 中的元素，而 -5 、 $-\frac{2}{3}$

0.5就不是集合 N 中的元素了。

集合 N 是无限的集合，集合 N 中的元素是数不尽的。

关于集合方面的知识，将在高中进行学习，在此不赘述。

绝对值 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

课本在绝对值定义之前，举例说明了数轴上的点到原点的距离就是这个点所表示的有理数的绝对值，这就是绝对值这一概念的几何意义。把绝对值的定义与它的几何意义结合起来，可以更好地掌握、理解绝对值这一重要概念。

【疑难解析】

1. 什么是相反意义的量？

我们来看下面的一些量，如：

运进5,000斤，运出2,500斤；

上升5度，下降8度；

向东走4里，向西走4里；

胜3场，负2场；