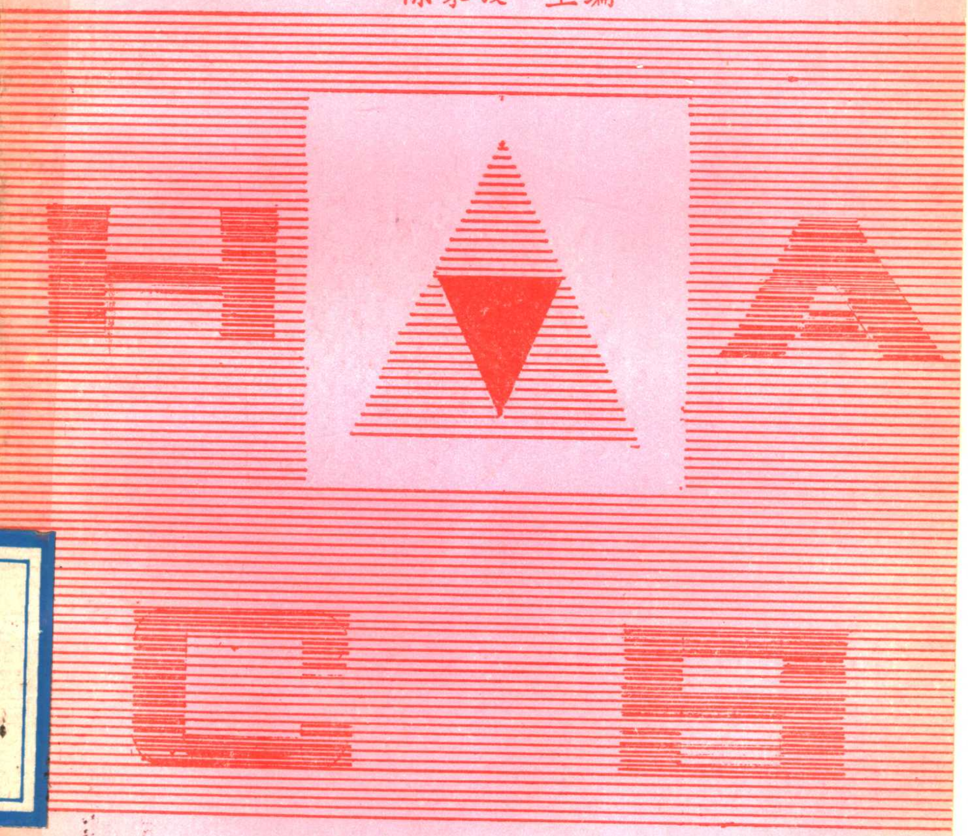
最新初中二年级数学
标准化同步训练及解答

陈家骏　主编



北京燕山出版社

最新初中二年级数学
标准化同步训练及解答

尹潜淼　沈秀龙等　编著

北京燕山出版社

最新初中二年级数学
标准化同步训练及解答
尹濬淼　沈秀龙等编著

北京燕山出版社出版
（北京市东城区府学胡同36号）
北京市通县向阳印刷厂印刷
新华书店总店科技发行所发行

开本 787×1092毫米 1/32·印张：9.125
1989年5月北京第一版　　1989年5月北京第一次印刷
印数：1—33,000　　定价：3.30元
ISBN 7—5402—0135—5/G·0015

前　言

为了帮助初中学生学好课本、打好基础，我们约请了长期在教学第一线、从事数学教学工作数十年的高级教师和一级教师，以国家教委颁发的中学数学教学大纲为指导，以多年积累的教学经验和资料为基础，编写这套《最新中小学语文、数学标准化同步训练及解答》。

这套书重视数学基础知识的教学、数学方法的训练和数学能力的培养。并对课本的某些方面适当补充，以开阔学生的知识领域。

这套书分初中一、二、三年级共三分册，每年级用一册。每分册的内容排列顺序与课本各章节同步配套。每章节有重点、难点的分析和讲解，并精选了一批与教材密切联系的、为巩固概念、掌握方法、提高能力的训练题。选题突出重点，知识覆盖面大，题目力求新颖，不偏不怪，形式以标准化题型为主。为了便于自学，这套书的题目都有题解或提示。这些题解与例题一样，尽可能渗透了编者们的教学经验与方法，使读者有所受益。

这套书不仅能为大多数初中学生学习新课辅导，还能对初中毕业复习有所帮助。也可给初中数学教师提供一批辅助资料。每册的例题与习题都经过检查、核算。但限于编者水平，难免有缺点或错误。欢迎读者批评指正。

参加本书编写的还有刘际珍、刘际元同志。

编委会　　1988年9月

目　　录

代数部分

几何部分

代 数 部 分

第九章 数的开方

本章学习中，应特别注意平方根、算术平方根这两个概念。平方根的定义“如果$x^2=a$，那么x就叫做a的平方根。”不仅说明了概念的本质，也给出了平方根的求法。从这里很容易知道：正数的平方根有两个，它们互为相反的数，零的平方根是零，负数没有平方根。由于数学运算的结果应是唯一的、确定的，所以对正数的两个平方根必须予以区别，于是规定“正数的正平方根叫做算术平方根，零的算术平方根是零。”若$a>0$，记a的算术平方根为$\sqrt{a}$，而负的平方根记为$-\sqrt{a}$。如果不这样规定，就会破坏数学运算结果的唯一性，例如$\sqrt{9}+\sqrt{4}$

$$=\pm 3\pm 2=\begin{cases}3+2=5\\-3+2=-1\\3-2=1\\-3-2=-5\end{cases}$$

，规定了算术根的定义及符号，$\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5$，运算结果就唯一确定了。在理解算术平方根概念时，不应忽略“零的算术平方根是零，”这一规定。不能错误地认为，只有正数才有算术平方根，算术平方根的实质是非负实数的非负平方根。也不应单纯从形式上理解，以为$\sqrt{a}$就是算术平方根，而是当$a\geqslant 0$时，

$\sqrt{a}$才表示算术平方根。例如，$\sqrt{a-3}$当$a\geqslant3$时表示一个算术平方根，$\sqrt{-a^2-1}$无意义，更谈不到是算术平方根，而$\sqrt{x^2+1}$不论x取什么值都表示一个算术平方根。

读者还应进一步掌握n次方根和n次算术根的意义：如果$x^n=a$（n是大于1的整数），那么x叫做a的n次方根。正数a的正的n次方根叫做a的n次算术根，零的n次算术根是零。确切理解符号"$\sqrt[n]{a}$"的意义：当$a>0$时，n为奇数，$\sqrt[n]{a}$表示a的n次方根，也是a的n次算术根；n为偶数，$\sqrt[n]{a}$表示a的n次算术根，a的n次方根应表示为$\pm\sqrt[n]{a}$；$a=0$时，$\sqrt[n]{a}$既是a的n次方根也是a的n次算术根；当$a<0$时，n为奇数，$\sqrt[n]{a}$只表示a的n次方根，n为偶数时，$\sqrt[n]{a}$没有意义。在整个中学阶段，算术根的概念都是很重要的，一定要反复地、深入地、确切地掌握这个概念和符号，这是本章学习中最重要的问题，也是一个难点。在解题中，由于算术根与绝对值本质上是同一问题的不同的表现形式，所以，算术根的问题常常转化成绝对值的问题来解决，因此应注意联系绝对值的概念。当然，以上所论是在实数范围内。

在学习开平方的方法时，应注意熟练使用常用数据简化运算，除课本上介绍的笔算法外，还应注意分解因数的知识的运用。本章后半部实数概念涉及到的名词较多，是一个难点，我们将在后面通过例题予以说明。

例1　求下列各数的平方根和算术平方根：

（1）0.0009；　（2）32400；　（3）0；　（4）$(-15)^2$；

（5）$\frac{529}{729}$.

解：（1）$\because 0.03^2=0.0009$，$\therefore \pm\sqrt{0.0009}=\pm0.03$；

$\sqrt{0.0009}=0.3$.

(2) $\because 180^2=32400$，$\therefore \pm\sqrt{32400}=\pm 180$；$\sqrt{32400}=180$.
(3) $\because 0^2=0$，$\therefore \sqrt{0}=0$．(4) $\because (-15)^2=15^2$，$\therefore$ $\pm\sqrt{(-15)^2}=\pm 15$；$\sqrt{(-15)^2}=15$. (5) $\because \left(\frac{23}{27}\right)^2$

$$=\frac{529}{729}，\therefore \pm\sqrt{\frac{529}{729}}=\pm\frac{23}{27}，\quad \sqrt{\frac{529}{729}}=\frac{23}{27}.$$

说明：1—20的自然数的平方是常用数据，要熟记、巧用，21—30的自然数的平方尽可能记住。

例2　选择题

已知：$\sqrt{20.4}=4.517$，$\sqrt{204}=14.28$，那么以下四个等式中正确的是

A. $\sqrt{0.000204}=0.04517$；B. $\sqrt{0.000204}=0.01428$；
C. $\sqrt{0.000204}=0.004517$；D. $\sqrt{0.000204}=0.001428$.

答：B.

说明：被开方数的小数点向左（右）移动$2n$位（n为自然数），则它的算术平方根的小数点应向左（右）移n位。这一法则应熟练运用，以后学习指数与对数时这是一项重要的基础知识。

例3　求$\sqrt{5184}$

解：$\because 5184=2^6\times 3^4=(2^3\times 3^2)^2=72^2$

$\therefore \sqrt{5184}=72$.

说明：求一个较大的数的算术平方根，不仅可以用笔算法开方，也可以用分解因数的方法，根据$a\geqslant 0$，$\sqrt{a^2}=a$求得。在下一章二次根式以及第十一章一元二次方程的学习中，这方法有效，并且很有好处，读者应学会用这种方法求一个数的平方根或算术平方根。

例4　求值：$\sqrt[3]{343}$；　$\sqrt[5]{-32}$；　$\sqrt[4]{625}$；　$\pm\sqrt[4]{81}$.

解：$\because 7^3=343$，$\therefore \sqrt[3]{343}=7$.

$\because (-2)^5=-32$，$\therefore \sqrt[5]{-32}=-2$.

$\because 5^4=625$，$\therefore \sqrt[4]{625}=5$.

$\because 3^4=81$，$\therefore \pm\sqrt[4]{81}=\pm 3$.

说明：1—10的自然数的立方，2的1—10次方，3、4、5的四次方都是常用数据，要记熟。

例5 选择题

式子$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$的值应为

$A.$ $3-2\sqrt{3}$； $B.$ $2\sqrt{3}-3$； $C.$ 1； $D.$ -1.

答：C。 原式$=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}=1$.

说明：请读者想一想，如果题目中给出的式子是$\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$你会解吗？如果类似地给出式子$\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$，你会求值吗？

例6 解方程 (1) $x^3=-0.216$ (2) $2(x+1)^2=\frac{1}{18}$

解：(1) $\because (-0.6)^3=-0.216$，$\therefore x=-0.6$

(2) $(x+1)^2=\frac{1}{36}$,

$$x+1=\pm\frac{1}{6}$$

$$\therefore x=-1\pm\frac{1}{6}$$

$$\therefore x_1=-\frac{7}{6},\ x_2=-\frac{5}{6}.$$

说明：在解(2)时，实际上我们把$x+1$看做一个数，原方程实际被看成了$2y^2=\frac{1}{18}$，这里y代换了$x+1$，这种方法过

去也使用过。例如学习因式分解时，为了分解$x^2-4y^2+12yz-9z^2$，我们把原式化为$x^2-(2y-3z)^2$，并且把$(2y-3z)$看成是一个数，记作t，于是由$x^2-t^2=(x+t)\cdot(x-t)$，$x^2-(2y-3z)^2$就分解成了$(x+2y-3z)(x-2y+3z)$。希望读者注意不断提高用字母表示数的能力，必要时，把一个式子(如$4y^2-12yz+9z^2$)看成一个数，这样就很容易看出式子的结构，以基本的概念和公式去解决较复杂的式子的问题。这种方法叫换元法，这是一种重要的数学方法，在本书中多次遇到，请读者注意体会。

练 习 题

一、求下列各数的平方根和算术平方根

1. 144， 2. 225， 3. 324， 4. 1.69

5. 0.0361， 6. 441， 7. 529， 8. $\frac{625}{676}$，

9. 57600， 10. $1\frac{57}{784}$.

二、求下列各数的立方根

1. 216，2. -343，3. $\frac{1}{512}$，4. 0.000729，

5. $2\frac{10}{27}$，6. $\left(-5\frac{1}{3}\right)^3$

三、填空

1. 256的平方根是__________.

2. 0.0289的算术平方根是__________.

3. $\sqrt{\frac{169}{324}}=$__________.

4. $\pm\sqrt{2\frac{34}{81}}=$ ________ ________.

5. $\sqrt{0}=$ ________.

6. $(-1.2345)^2$的算术平方根是 ________.

7. $n>1$，n为整数，$\sqrt[n]{1}=$ ________.

8. n为自然数，$\sqrt[2n+1]{-1}=$ ________.

9. a^3的立方根是 ________.

10. 若$\sqrt{a^2}=-a$，则 a ________ 0.

四、选择题(每题所列的结果中只有一个正确)

1. 已知$\sqrt[3]{0.5}=0.7937$，$\sqrt[3]{5}=1.710$，那么以下等式中正确的是(　　)

A. $\sqrt[3]{500}=17.10$;　　B. $\sqrt[3]{500}=7.937$;

C. $\sqrt[3]{500}=79.37$;　　D. $\sqrt[3]{500}=1.710$.

2. $a<0$，那么$\sqrt{a^2}-|a|=$(　　)

A. $-2a$;　　B. $2a$;

C. 0;　　D. $2a$或$-2a$.

3. $\sqrt{(a-3)^2}=5$，那么(　　)成立。

A. $a=8$;　　B. $a=-2$;

C. $a=8$或$a=-2$;　　D. 以上都不对。

4. 若$a^2=b^2$，则(　　)成立.

A. $a=b$;　　B. $\sqrt{a}=\sqrt{b}$;

C. $\sqrt{a^2}=|b|$;　　D. $a^3=b^3$.

五、计算

1. $\sqrt{169}+\sqrt{196}$，　　2. $-\sqrt{2.25}+\sqrt{1.21}$，

3. $\sqrt{1296}$，　　4. $\sqrt{4356}$，

5. $\sqrt[3]{1728}$，　　6. $\sqrt[3]{74088}+\sqrt[3]{-8}$

7. $\sqrt{2\frac{13}{16}\times\frac{5}{9}}-5.25$，　　8. $\sqrt{5.0625}-\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$

六、解方程

1. $x^3=1000$；　　2. $x^5=-1$；

3. $9x^2=4.41$；　　4. $(2-x)^2=144$；

5. $-25(2x+1)^2=(-4)^3$.

参 考 答 案

一、1. ±12，12；　　2. ±15，15；

3. ±18，18；　　4. ±1.3，1.3；

5. ±0.19，0.19；　　6. ±21，21；

7. ±23，23；　　8. $\pm\frac{25}{26}$，$\frac{25}{26}$；

9. ±240，240；　　10. $\pm1\frac{1}{28}$，$1\frac{1}{28}$.

二、1. 6；　2. -7；　3. $\frac{1}{8}$；　4. 0.09；

5. $\frac{4}{3}$；　6. $-5\frac{1}{3}$.

三、1. ±16；　　2. 0.17；　　3. $\frac{13}{18}$；

4. $\pm1\frac{5}{9}$；　　5. 0；　　6. 1.2345.

7. 1；　8. -1；　9. a；　10 $\leqslant$.

四、1. B。

2. C.　$\because a<0$，$\sqrt{a^2}=-a$，$|a|=-a$.

也可以从$\sqrt{a^2}=|a|$迅速得到答案。

3. C.　$\because\sqrt{(a-3)^2}=|a-3|$，当$a\geqslant3$时$|a-3|=a-3$，有$a-3=5$，得$a=8$，当$a<3$时，有$|a-3|=3-a$，有$3-a=5$，得$a=-2$，所以应选C。

4. C。 A不正确，例如$5^2=(-5)^2$，$5\neq-5$。不正确，$a^2=b^2$，有可能a、b为相反数且不为零，这时$\sqrt{a}$，$\sqrt{b}$有一个无意义。依这个道理D也不正确。∵$\sqrt{a^2}=|a|$，两个数的平方相等，它们的绝对值一定相等，∴应选择C。

五、1. 27； 2. -0.4，

3. $1296=4\times4\times81=(4\times9)^2$，∴$\sqrt{1296}=36$注意，不一定要分解成质因数的积，目的是把1296化成一个数的平方。

4. $4356=4\times9\times121$， ∴$\sqrt{4356}=66$.

5. $1728=9\times192=9\times3\times64$， ∴$\sqrt[3]{1728}=12$.

6. 40. 注意$74088=8\times27\times343$.

7. -4； 8. 3.75. 在使用分解因数的方法求算术平方根时，一般把小数化为分数。$\sqrt{5.0625}=\sqrt{\dfrac{81}{16}}=\dfrac{5}{4}$，$\sqrt[3]{-3\dfrac{3}{8}}=-\dfrac{3}{2}$.

六、1. 10；

2. -1；

3. 0.7.

4. $2-x=\pm12$， ∴$x=-10$或$x=+14$；

5. 解：$(2x+1)^2=\dfrac{-64}{-25}=\left(\dfrac{8}{5}\right)^2$，$2x+1=\pm\dfrac{8}{5}$，∴$x_1=\dfrac{3}{10}$，$x_2=-\dfrac{13}{10}$.

例7 以下列出十个判断，说明它们是否正确。

1. 整数包括正整数和负整数。

2. 有理数包括整数和分数。

3. 整数和小数总称有理数。

4. N为偶数，则$N+1$为奇数。

5. 若a为实数，则$2a$为偶数。

6. 无理数又称实数。

7. 无限小数是无理数。

8. 开方开不尽的数是无理数。

9. 无理数是开方开不尽的数。

10. 无理数都不能用既约分数来表示。

解：2. 4. 8. 10 正确，其它错误。

说明：零也是整数，它没有正负，所以1不正确。正负整数，正负分数以及零总称有理数，所以 2 正确。小数中包含有限小数和无限小数，无限小数中又包含无限循环小数和无限不循环小数。无限不循环小数就是无理数，所以 3 不正确。由于有限小数和无限循环小数都可以化成分数，而无限不循环小数无法用分数来表示，所以10正确。顺便提及，有理数也可以定义为可以表示成形如既约分数$\frac{m}{n}$的数(m、n为整数，$n\neq0$)。用这样的方法定义有理数是比以前用的'正负整数、正负分数以及零总称有理数。'的定义更为深刻的定义。我们应当能用下表分清实数集内各部分的关系：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数(正、负整数、零)}\\ \text{分数(包括有限小数和无限循环小数。)}\end{cases}\\ \text{无理数(无限不循环小数)}\end{cases}$$

由以上所述可知6、7均不正确。我们还应正确理解开方运算与无理数产生的关系，开方开不尽是产生无理数的原因

之一，例如$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{5}$等等，但开方开不尽绝不是产生无理数的唯一原因，例如π，它是由计算圆的周长和直径的比产生的，以后我们还会遇到由其它原因产生的无理数。所以8正确，9不正确。

例8　选择题

在3.14，$\frac{22}{7}$，9·181818…，$\sqrt[3]{343}$，1.302300230002…，$-\pi$这六个数中无理数的个数为(　)。

A．2个；　*B*．3个；　*C*．4个　*D*．5个．

解：*A*正确。　$-\pi$是无理数，1.302300230002…是一个无限不循环小数，即无理数。$\sqrt[3]{343}=7$，9.181818…是一个无限循环小数，所以是有理数。$\frac{22}{7}$，3.14都是π的近似值，并不是π，它们是有理数。

例9　实数中(　　)

A．有最大的。

B．有最小的。

C．没有最小的，但有绝对值最小的。

D．没有最大的，但有绝对值最大的。

E．以上都不对。

解：　*C*正确。

说明：绝对值定义$|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$，所以绝对值总是非负的，绝对值最小的实数即0.

例10　和数轴上的点一一对应的数集是(　　)

A.整数；　　*B*.有理数；　　*C*.无理数　　*D*.实数。

解：应选*D*.

说明：实数与数轴上的点一一对应的意思是：任意一个实数都可以用数轴上唯一的一个点表示，并且数轴上的任意一点都表示唯一的一个实数。前后两句意思不同。“一一对应”是一个重要概念，想想看，你能回答在何情况下才可以说某班同学和全班的学号之间建立一一对应吗？顺便提及，任何一个有理数都对应着数轴上的一个点，但数轴上任一点未必对应一个有理数。在数轴上表示有理数的两个点之间总可以再找出无数多表示有理数的点，但无论如何这些点总不可能充满整个数轴，这叫做有理数的稠密性，全体实数则充满整个数轴，这叫实数的连续性。有理数集有稠密性而无连续性，实数集不但有稠密性，且有连续性，全体有理数是全体实数的一个部分，这是它们之间的一个重要区别。

当然关于无理数、实数本书所介绍内容并不都是初二学生必学的，有些概念是为了渗透。

例11　是否存在一个无理数，它的倒数等于它本身。为什么？

答：不存在。我们可以从反面想，假设存在一个无理数x，$x=\frac{1}{x}$，那么$x^2=1$，这样的x只能是± 1，而± 1不是无理数，所以方才的假设是不可能成立的。

说明：本例虽简单，但在思考过程中我们使用的方法与平常不同，我们大致估计不存在一个无理数，它的倒数等于它本身以后，为了证明我们的结论正确，我们就设想不是这个结论(不存在)将是什么(存在)，然后证明这是不可能的，从而证明了我们的结论。这种考虑问题的方法是一种很重要的方法，读者不妨试试看，你能不能从日常生活中举出一两个用这种方法论证问题的例子来。

例12　实数a、b、c在数轴上对应的点如图所示。