

# 大学物理

上册

吴百诗 主编

西安交通大学出版社

# 大 学 物 理

上 册

吴百诗 主编

焦兆焕 张国柱 李甲科

张云祥 周瑞云

西安交通大学出版社

## 内 容 简 介

本书是以1987年国家教委颁布的《高等工业学校大学物理课程教学基本要求》为根据，在总结编者长期教学经验的基础上编写的。全书分上、下两册，上册包括力学、电磁学；下册包括热力学、气体分子运动论、机械波、波动光学基础、狭义相对论力学基础、量子物理基础、激光和固体能带结构、习题选讲等。此外，上、下册中都还有选择地编写了部分阅读材料，供读者选用。

本书可作高等工业院校各专业的大学物理课程教材，也可作综合大学和高等师范院校非物理类专业及成人高等教育物理课程的教材和教学参考书。

### 大 学 物 理

#### 上 册

吴百诗 主编

焦兆焕 张国柱 李甲科

张云祥 周瑞云

责任编辑 李亚东 王新安

\*

西安交通大学出版社出版

(邮政编码：710049)

西安向阳印刷厂印装

陕西省新华书店经售

\*

开本787×1092 1/16 印张20.625 字数：496千字

1990年5月第1版 1991年6月第2次印刷

印数：5001-10050

ISBN7-5605-0291-1/O·55 定价：4.80元

## 前 言

本书是根据国家教委1985年颁布的高等工业学校大学物理课程教学基本要求（简称基本要求）编写的。大学物理是一门重要的基础理论课，根据课程的性质，书中着重阐述基本概念、基本知识及运用它们分析一般问题的思路和方法。

本书编写过程中特别注意内容的精选，并使之大体上和基本要求所提130~140参考学时范围相符，以利教学。为此，我们采取的措施有：

(1) 内容的选用较严格地按基本要求取舍。对基本要求中规定的掌握、理解和了解三级要求作了认真的研究和处理；对要求掌握的内容，力求作到问题的来龙去脉交代清楚，论证严密清晰，使读者学后能较熟练地应用，例如对力学中功和能的处理；对要求理解的内容，则尽量作到结论交代准确清楚，讲清分析问题的思路和方法，例如对高斯定理的处理；对要求了解的内容，则只作一般性介绍，着重物理概念，少作数学推导，着重定性分析，少作定量计算，讲些简单的应用也是着眼于帮助读者了解，例如对电介质和磁介质的处理。

(2) 考虑到工科的特点并吸收了一些教师的意见，在按基本要求选取内容的基础上也增加了少数内容，如质心、转动惯量的平行轴定理、垂直振动的合成等，对这些内容只作简要介绍。

(3) 尽量避免和中学物理内容简单重复，中学物理学习中应该掌握的内容，本书中一般不再重复论述；与此同时，书中注意充分利用中学物理基础知识，并按需要给予总结、提高，例如对力学中的碰撞、电磁学中导体的静电平衡问题就是这样处理的。

(4) 作为自选内容，书中编写了热辐射、原子核物理基础、及椭圆和圆偏振光、偏振光的干涉。据了解，前两部分内容的取舍是在制订基本要求过程中各方面看法分歧最多的。考虑到这一原因，我们把这两部分编入自选内容，以资扩大书的适应性。

(5) 为了使学有余力的学生可以学到更多一些知识，本书中还编写了一些阅读材料，阅读材料的选择也着眼于基本理论、基本知识，特别是那些在工程技术中用途颇广的有关内容和科学技术的新成就。编者认为书中的阅读材料也可以作为自选内容的教材。

全书采用SI单位制，本书中用到的物理量的表示符号、单位和量纲列表于书前，正文中一般不再对各量的量纲、单位一一交待。

本书分上下两册，上册包括力学和电磁学部分，下册包括热力学、气体分子运动论、波动和波动光学、近代物理等部分。将电磁学放在热力学和气体分子运动论前面只是为了与后继课程的配合和安排上的方便，对于先讲热学部分的，这种安排也不会有任何影响。

与现有多数教材相比，本书体系安排上作了两点较大的变动，一是先热力学后气体分子运动论；二是将电介质和磁介质组成一章。对前者，编者认为对工科学生应首先要求他们掌握热学的宏观规律，在此基础上学习气体分子运动论，从而在微观意义上对宏观热现象的本质以及如何采用统计平均的方法建立宏观量与微观量的联系等有个初步了解。对后者，编者认为，在电磁学中对工科学生应首先要求他们掌握真空中静电场和稳恒电流磁场的基本规

律，在此基础上考虑介质的影响，而且首先要求学生了解如何在宏观上计及介质的影响，而对产生此种影响的微观机理，只能要求作初步了解。此外，从微观机理到研究方法，电介质和磁介质都有着相似的地方，两者对照起来学也有其有利之处。不过不论是热力学气体分子运动论，还是电介质、磁介质，现在的写法都不会给教学中先后次序的安排带来约束，也就是说，先讲授气体分子运动论后讲热力学，或者把电介质安排在静电学之后，都是可以的。

我们对体系所作的上述变动，也考虑了基本要求中对上述内容的层次安排。

本书编写者的具体分工为：第一、二、三、四章（焦兆焕），第五章（张国柱），第六章（吴百诗），第七章（李甲科），第八、九章（张云祥），第十章（周瑞云），第十一、十二章（石学儒），第十三、十七章（刘国华），第十四章（李锦泉、吴百诗、姚国维），第十五、十六章（薛一东），第十八章（石学儒、薛一东、柴晋临），此外编写阅读材料的有李甲科、石学儒、吴百诗、周瑞云、阎智春等。

本教材由吴百诗教授主编，李甲科副教授协助主编作了大量的组织出版工作。

在本书编写试用过程中得到王小力、王军、杨英民、孟红星、党福喜等同志的大力协助和支持，在此表示感谢。

由于我们学识和教学经验的限制以及对基本要求理解不深，不当之处和错误在所难免，还望使用本书的师生指正。

编 者

1989.11.

# 物理量的名称、符号及单位

## 一、国际单位制和量纲

本书根据国务院规定，物理量的单位全部采用国际单位制，即SI。SI中以长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量和发光强度等作为基本量，并取这7个量的单位作为基本单位，称为SI基本单位。

物理量是通过描述自然规律的方程或定义新量的方程而使彼此相互联系的。为制定单位制和引入量纲的概念，通常把某几个量作为相互独立的，也就是上面所说的，把它们当作基本量，而把它们的单位当作基本单位。其它量则根据定义或借助方程表示，这些量称为导出量，它们的单位称为导出单位。

任一量 $Q$ 可以用其它量以方程式的形式表示，这一表达式可以是若干项的和，每一项又可表示为选定的一组基本量 $A, B, C, \dots$ 的乘方之积，有时还乘以数字系数 $\xi$ ，即：

$$\xi A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots$$

每一项中基本量的指数 $(\alpha, \beta, \gamma, \dots)$ 分别相同。因此，导出量的单位也可以由基本单位（包括它的指数）的组合来表示，表示它的关系式就称为物理量的量纲。量 $Q$ 的量纲则表示为基本量的量纲积

$$\dim Q = (A)^\alpha (B)^\beta (C)^\gamma \dots$$

式中 $(A), (B), (C), \dots$ 表示基本量 $A, B, C, \dots$ 的量纲，而 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 则称为量纲指数。

所有量纲指数都等于零的量，称为无量纲量，其量纲积或量纲为 $(A)^0 (B)^0 (C)^0 \dots = 1$ 。

在7个基本量的量制中，其基本量长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量和发光强度的量纲分别用 $L, M, T, I, \Theta, N$ 和 $J$ 表示，而导出量 $Q$ 的量纲一般形式为：

$$\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\epsilon N^\zeta J^\eta$$

例如，

量	量纲
速度	$LT^{-1}$
角速度	$T^{-1}$
力	$LMT^{-2}$
能	$L^2MT^{-2}$

电 位  
熵

$L^2MT^{-3}I^{-1}$   
 $L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$

利用量纲可以定出同一物理量的不同单位之间的换算关系。由于只有量纲相同才能够相加、相减或相等,指数函数是无量纲量,因而可以按照这些原则用量纲来检验等式的正确性。

## 二、物理量的名称、符号和单位(SI)一览表

下表列出本书中常用物理量的名称、符号和单位,以后在正文中一般不再给出。

物理量名称	物理量符号	单位名称	单位符号
长 度	$l, L$	米	m
面 积	$S, A$	平方米	$m^2$
体积、容积	$V$	立方米	$m^3$
时 间	$t$	秒	s
[平面]角	$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \varphi$ 等	弧 度	rad
立 体 角	$\Omega$	球 面 度	sr
角 速 度	$\omega$	弧度每秒	$rad \cdot s^{-1}$
角加速度	$\beta$	弧度每二次方秒	$rad \cdot s^{-2}$
速 度	$v, u, c$	米 每 秒	$m \cdot s^{-1}$
加 速 度	$a$	米每二次方秒	$m \cdot s^{-2}$
周 期	$T$	秒	s
转 速	$n$	每 秒	$s^{-1}$
频 率	$\nu, f$	赫 [兹]	Hz (1Hz = $1s^{-1}$ )
角频率, 圆频率	$\omega$	弧度每秒	$rad \cdot s^{-1}$
波 长	$\lambda$	米	m
		埃	$\text{\AA}$ ( $1\text{\AA} = 10^{-10}m$ )
波 数	$\sigma, \tilde{\nu}$	每 米	$m^{-1}$
振 幅	$A$	米	m
质 量	$m$	千克 (公斤)	kg
密 度	$\rho$	千克每立方米	$kg \cdot m^{-3}$
面 密 度	$\rho_s, \rho_A$	千克每平方米	$kg \cdot m^{-2}$
线 密 度	$\rho_l$	千克每米	$kg \cdot m^{-1}$
动 量	$P, p$	} 千克米每秒	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$
冲 量	$I$		
动量矩, 角动量	$L$	千克二次方米每秒	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
转动惯量	$I, J$	千克二次方米	$kg \cdot m^2$
力	$F, f$	牛 顿	N
力 矩	$M$	牛[顿]米	N · m
压力, 压强	$p$	帕[斯卡]	Pa
相 位	$\varphi$	弧 度	rad



续表

物理量名称	物理量符号	单位名称	单位符号
功	$W, A$	焦耳	J
能 [量]	$E, W$		电子伏[特]
动能	$E_k, T$	瓦 [特]	W
势能	$E_p, V$		开[尔文]
功率	$P$	摄氏度	°C
热力学温度	$T, \theta$	焦 [耳]	J
摄氏温度	$t, \theta$	瓦[特]每米开[尔文]	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
热量	$Q$	焦[耳]每开[尔文]	$J \cdot K^{-1}$
热导率 (导热系数)	$\kappa, \lambda$	焦[耳]每千克开[尔文]	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
热容	$C$	千克每摩尔	$kg \cdot mol^{-1}$
比热容	$c$	焦[耳]每摩尔开[尔文]	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
摩尔质量	$M$		焦[耳]
定压摩尔热容	$C_p$	焦[耳]每开[尔文]	$J \cdot K^{-1}$
定容摩尔热容	$C_v$	米	m
内能	$U, E$	二次方米每秒	$m^2 \cdot s^{-1}$
焓	$S$	库 [仑]	C
平均自由程	$\frac{S}{\lambda}$	安 [培]	A
扩散系数	$D$	库[仑]每立方米	$C \cdot m^{-3}$
电荷[量]	$Q, q$	库[仑]每平方米	$C \cdot m^{-2}$
电流	$I, i$	库[仑]每米	$C \cdot m^{-1}$
电荷密度	$\rho$	伏[特]每米	$V \cdot m^{-1}$
电荷面密度	$\sigma$	伏[特]	V
电荷线密度	$\lambda$		库[仑]每平方米
电场强度	$E$	库 [仑]	C
电位, (电势)	$U, V$	法 [拉]	F ( $1F = 1C \cdot V^{-1}$ )
电位差, 电压	$U_{12}, U_1 - U_2$	法[拉]每米	$F \cdot m^{-1}$
电动势	$\mathcal{E}$	无量纲	
电位移	$D$	库[仑]米	$C \cdot m$
电通[量], 电位移通量	$\Psi, \Phi_e$	安[培]每平方米	$A \cdot m^{-2}$
电容	$C$	安[培]每米	$A \cdot m^{-1}$
介电常数 (电容率)	$\epsilon$	特[斯拉]	T ( $1T = 1Wb \cdot m^{-2}$ )
相对介电常数	$\epsilon_r$	韦 [伯]	Wb ( $1Wb = 1V \cdot s$ )
电偶极矩	$p, p_0$	亨 [利]	H ( $1H = 1Wb \cdot A^{-1}$ )
电流密度	$j, \delta$		
磁场强度	$H$		
磁感应强度	$B$		
磁通量	$\Phi$		
自感	$L$		
互感	$M, L_{12}$		



续表

物理量名称	物理量符号	单位名称	单位符号
磁 导 率	$\mu$	亨[利]每米	$H \cdot m^{-1}$
[面]磁 矩	$m, \rho_m$	安[培]·平方米	$A \cdot m^2$
电磁能密度	$w$	焦[耳]每立方米	$J \cdot m^{-3}$
坡印廷矢量	$S$	瓦[特]每平方米	$W \cdot m^{-2}$
[直流]电阻	$R$	欧 [姆]	$\Omega (1\Omega = 1V \cdot A^{-1})$
电 阻 率	$\rho$	欧[姆]米	$\Omega \cdot m$
光 强 度	$I$	瓦[特]每平方米	$W \cdot m^{-2}$
相对磁导率	$\mu_r$	无 量 纲	
折 射 率	$n$	无 量 纲	
发 光 强 度	$I$	坎[德拉]	cd
辐[射]出[射]度	$M$	} 瓦[特]每平方米	$W \cdot m^{-2}$
辐[射]照度	$I$		
[源]功 率	$P$	瓦 [特]	W
声 强 级	$L_1$	分 贝	dB
核的结合能	$E_B$	焦 [耳]	J
半 衰 期	$\tau$	秒	s

三、基本物理常数表 (1986年国际推荐值)

物 理 量	符 号	数 值	单 位	不 确 定 度
光 速	$c$	299792458	$m \cdot s^{-1}$	
真空磁导率	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$	$N \cdot A^{-2}$	
真空介电常数	$\epsilon_0$	8.854187817...	$10^{-12} F \cdot m^{-1}$	
牛顿引力常数	$G$	6.67259(85)	$10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$	128
普朗克常数	$h$	6.6260755(40)	$10^{-34} J \cdot s$	0.60
基 本 电 荷	$e$	1.60217733(49)	$10^{-19} C$	0.30
里德伯常数	$R_\infty$	10973731.534(13)	$m^{-1}$	0.0012
电子质量	$m_e$	0.91093897(54)	$10^{-30} kg$	0.59
康普顿波长	$\lambda_c$	2.42631058(22)	$10^{-12} m$	0.089
电子半径	$r_e$	2.81794092(38)	$10^{-15} m$	0.13
质子质量	$m_p$	1.6726231(10)	$10^{-27} kg$	0.59
阿伏伽德罗常数	$N_A, L$	6.0221367(36)	$10^{23} mol^{-1}$	0.59
原子(统一)质量单位, 原子质量常数 $1u = m_u =$ $\frac{1}{12} m(^{12}C)$	$m_u$	1.6605402(10)	$10^{-27} kg$	0.59
气 体 常 数	$R$	8.314510(70)	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	8.4
玻耳兹曼常数	$k$	1.380658(12)	$10^{-23} J \cdot K^{-1}$	8.4
摩尔体积(理想气体) $T = 273.15K, p = 101325Pa$	$V_m$	22.41410(19)	$L \cdot mol^{-1}$	8.4
斯特藩-玻耳兹曼常数	$\sigma$	5.67051(19)	$10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	34

# 目 录

## 前言

## 物理量的名称、符号及单位

## 力 学

### 第一章 质点运动学

- § 1.1 确定质点位置的方法 ..... (1)
- § 1.2 质点的位移、速度和加速度 ..... (5)
- § 1.3 用直角坐标表示速度和加速度 ..... (8)
- § 1.4 用自然坐标表示平面曲线运动中的速度和加速度 ..... (16)
- § 1.5 圆周运动的角量表示 角量与线量的关系 ..... (22)
- § 1.6 不同坐标系中的速度和加速度变换定理简介 ..... (25)
- 习题 ..... (28)

### 第二章 牛顿运动定律

- § 2.1 牛顿运动三定律 ..... (32)
- § 2.2 力学中常见的几种力 ..... (36)
- § 2.3 牛顿运动定律的应用 ..... (42)
- § 2.4 牛顿定律的适用范围 ..... (48)
- 习题 ..... (49)

### 第三章 功和能

- § 3.1 功 ..... (54)
- § 3.2 几种常见力的功 ..... (57)
- § 3.3 动能定理 ..... (61)
- § 3.4 势能 机械能守恒定律 ..... (66)
- § 3.5 能量转换与守恒定律 ..... (74)
- 习题 ..... (75)

### 第四章 冲量和动量

- § 4.1 质点动量定理 ..... (79)
- § 4.2 质点系动量定理 ..... (84)
- § 4.3 质点系动量守恒定律 ..... (86)
- § 4.4 质心 质心运动定理 ..... (91)
- 习题 ..... (97)

### 第五章 刚体力学基础 动量矩

- § 5.1 刚体和刚体的基本运动 ..... (101)

§ 5.2 力矩 刚体绕定轴转动微分方程	(108)
§ 5.3 绕定轴转动刚体的动能 动能定理	(116)
§ 5.4 动量矩和动量矩守恒定律	(121)
习题	(131)

## 第六章 机械振动基础

§ 6.1 简谐振动	(137)
§ 6.2 谐振动的合成	(149)
• § 6.3 阻尼振动和受迫振动简介	(156)
习题	(160)

# 电 磁 学

## 第七章 真空中的静电场

§ 7.1 库仑定律	(164)
§ 7.2 电场强度	(166)
§ 7.3 电通量 $E$ 高斯定理	(174)
§ 7.4 静电场环路定理 电势能(电位能)	(181)
§ 7.5 电势(电位) 电势差(电位差)	(186)
§ 7.6 电势与场强的关系	(192)
§ 7.7 静电场中的导体 电容	(194)
§ 7.8 电场能量	(198)
习题	(200)

## 第八章 真空中稳恒电流的磁场

§ 8.1 磁感应强度 $B$	(207)
§ 8.2 毕奥-萨伐尔定律	(209)
§ 8.3 磁通量 磁场的高斯定理	(215)
§ 8.4 安培环路定理	(217)
§ 8.5 磁场对电流的作用	(222)
§ 8.6 带电粒子在电场和磁场中的运动	(226)
习题	(230)

## 第九章 介质中的电场和磁场

§ 9.1 电介质的极化 束缚电荷	(238)
§ 9.2 电介质内的电场强度	(240)
§ 9.3 电介质中的高斯定理 电位移矢量 $D$	(241)
§ 9.4 磁介质的分类	(244)
§ 9.5 顺磁性和抗磁性的微观解释	(245)
§ 9.6 磁介质中的安培环路定理 磁场强度 $H$	(247)
§ 9.7 铁磁质	(250)
习题	(252)

## 第十章 电磁感应与电磁场

§ 10.1 电磁感应的基本定律·····	(254)
§ 10.2 动生电动势与感生电动势·····	(259)
§ 10.3 自感和互感·····	(268)
§ 10.4 磁场能量·····	(274)
§ 10.5 麦克斯韦电磁场理论简介·····	(277)
习题·····	(281)
阅读材料 I 矢量简介·····	(290)
阅读材料 II 伯努利方程·····	(299)
阅读材料 III 非线性振动简介·····	(304)
阅读材料 IV 超导电性简介·····	(311)

# 力 学

力学是研究物体机械运动规律的学科。一个物体相对于另一个物体的位置随时间发生变化；或者一个物体内部的各部分之间的相对位置随时间发生变化，都称为机械运动。机械运动是物质最简单、最基本的形式。几乎在物质运动的所有形式中都包含机械运动，因而力学成为物理学和许多工程技术学科的基础。

本书力学部分包括质点运动学和动力学、刚体的平动和绕定轴转动的运动学和动力学及机械振动基础。

## 第一章 质点运动学

运动学从几何观点来研究和描述物体的机械运动，而不考虑物体的质量及其所受的力。本章讨论质点运动学，在引入质点、参照系、坐标系等概念的基础上，介绍了确定质点位置的方法及描述质点运动的重要物理量——位移、速度和加速度，并讨论了质点匀变速直线运动和匀变速圆周运动。

### § 1.1 确定质点位置的方法

#### 一、质点的概念

任何物体都有大小和内部结构。物体运动时，一般说来，其上各点的运动状态都是各不相同的。如果在所研究的问题中，物体上各点运动状态的区别只占很次要的地位，我们就可以忽略物体的大小和内部结构，把它看成一个有质量的几何点，叫做质点。例如在研究与地球绕太阳公转的有关问题时，地球的平均半径虽然大到  $6370\text{km}$ ，但是比起地球和太阳之间的平均距离（约为  $1.5 \times 10^8\text{km}$ ）来仍然是微不足道的，地球上各点运动状态的差别完全可以忽略不计，因而可以把地球看成质点。再如，原子大小的数量级只有  $10^{-10}\text{m}$ ，但在研究原子结构问题时，却不能把它当作质点。必须指出，一个物体能否被看作质点，主要决定于所研究问题的性质。

质点是一个十分有用的简化模型。在不少实际问题中，可以把所研究的对象近似地看作质点；而在另一些问题中，如研究刚体、流体、弹性体的运动时，一般说来又不能把整个研究对象看作质点，但可以把它们当作是由大量质点组成的，这样，通过研究各质点的运动规律，就可以了解整个研究对象的运动规律，因此研究质点的运动规律也是研究一般物体运动规律的基础。

质点是从客观实际中抽象出来的理想模型，以后我们将要介绍的刚体、线性弹簧振子、理想气体、点电荷等都是理想模型。在科学研究中，常根据所研究问题的性质，突出主要因素，忽略次要因素，建立理想模型。这是经常采用的一种科学思想方法。这样作，可以使问题大为简化但又不失其客观真实性。值得注意的是，任何一个理想模型都有其适用条件，在一定条件下，它能否正确反映客观实际，还要通过实践来检验。

## 二、确定质点位置的方法

要确定一个质点的位置，或者要描述一个质点的运动，都必须选择一个或几个彼此没有相对运动的物体作为“参照”。这些被选来作为“参照”的物体称为参照系（或称参考系）。离开参照系而谈质点的位置是毫无意义的。确定质点相对参照系位置的方法，通常有以下几种：

### 1. 坐标法

设某时刻质点在  $P$  点，建立一个固结在参照系上的三维直角坐标系  $OXYZ$ ，如图 1.1 所示，这样  $P$  点的位置就可以用直角坐标  $(x, y, z)$  来确定。

质点在平面上运动时，可在质点运动的平面上建立一个二维直角坐标系  $OXY$ ，质点的位置将用两个坐标  $(x, y)$  来确定。

最简单的情况是质点沿直线运动，这时可在质点运动直线上建立一个坐标轴，例如  $OX$  轴，质点的位置只用一个坐标  $x$  就可确定了。

用坐标法确定质点的位置，当然不限于直角坐标系，根据问题的不同特点，也可以选用其它坐标系。如平面极坐标系、球坐标系、圆柱坐标系等，这里就不一一介绍了。

### 2. 矢径法

质点的位置，还可以用一个矢量来确定。设某时刻质点在  $P$  点，我们在选定的参照系上任选一固定点  $O$ ，由  $O$  点向  $P$  点作一矢量  $r$ ，如图 1.2 所示。 $r$  的大小和方向完全确定了质点相对参照系的位置，称为位置矢径，简称矢径。

以矢径  $r$  的起点  $O$  为原点，建立直角坐标系  $OXYZ$ ，这样  $P$  点的直角坐标  $(x, y, z)$  也就是矢径  $r$  沿坐标轴  $X, Y, Z$  的投影。用  $i, j, k$  分别表示沿  $X, Y, Z$  三个坐标轴的单位矢量，则矢径为

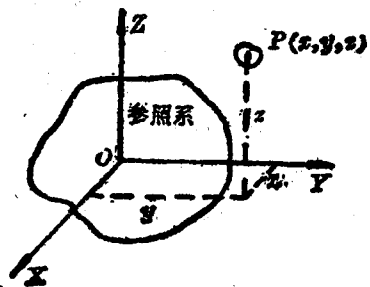


图 1.1

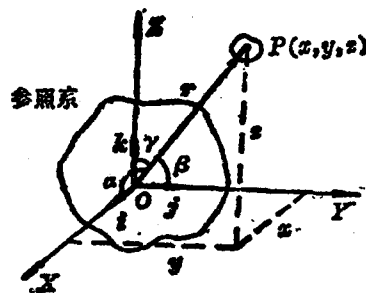


图 1.2

用  $|r|$  表示  $r$  的大小

$$r = xi + yj + zk \quad (1.1)$$

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.2)$$

令 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 分别表示 $r$ 与 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 三个坐标轴的夹角,则有

$$\left. \begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x}{|r|} \\ \cos\beta &= \frac{y}{|r|} \\ \cos\gamma &= \frac{z}{|r|} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

### 3. 自然法

有些情况下,质点相对参照系的运动轨迹是已知的,例如,以地面为参照系,火车(视为质点)的运动轨迹(铁路轨道)是已知的。在这种情况下,可以采用如下的方法确定质点的位置:首先在已知的运动轨迹上任选一固定点 $O$ ,然后规定从 $O$ 点起,沿轨迹的某一方向(例如向右)量得的曲线长度 $s$ 取正值,这个方向常称为自然坐标的正向;反之为负向, $s$ 取负值,如图1.3所示。这样质点在轨迹上的位置就可以用 $s$ 唯一地确定,这种确定质点位置的方法称为自然法。 $O$ 点称为自然坐标的原点, $s$ 称为自然坐标。显然 $s$ 是一个代数量,其大小反映了质点与原点之间的曲线距离,其正负表明这个曲线距离是从轨迹上 $O$ 点起沿哪个方向量得的。



图 1.3

### 三、运动方程

质点相对参照系运动时,用来确定质点位置的直角坐标 $(x, y, z)$ 、位置矢径 $r$ 、自然坐标 $s$ 等都将随时间 $t$ 变化,都是 $t$ 的单值连续函数。

用直角坐标 $(x, y, z)$ 表示质点的位置时,有

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

用位置矢径 $r$ 表示质点的位置时,有

$$r = r(t) \quad (1.5)$$

用自然坐标 $s$ 表示质点的位置时,有

$$s = f(t) \quad (1.6)$$

方程(1.4)、(1.5)、(1.6)从数学上确定了质点相对参照系的位置随时间变化的关系,称为质点运动方程。方程组(1.4)称为用直角坐标表示的质点运动方程,方程(1.5)和(1.6)分别称为用矢径和用自然法表示的质点运动方程。

知道了质点运动方程,就可以确定质点在任意时刻的位置,因而也就知道了质点运动的轨迹。此外,利用已知的质点运动方程,还可以确定质点在任意时刻的速度和加速度等。根据具体条件确定质点运动方程,是研究质点运动学的一个重要环节。

**例1.1** 一质点作匀速圆周运动,圆周半径为 $r$ ,角速度为 $\omega$ ,如图1.4所示。试分别写出用直角坐标、矢径、自然法表示的质点运动方程。

**解** 以圆心 $O$ 为原点,建立二维直角坐标系 $OXY$ ,取质点经过 $X$ 轴上 $O'$ 点的时刻为起



始时刻，即 $t=0$ 。设 $t$ 时刻质点位于 $P$ ， $P$ 点的直角坐标为 $(x, y)$ ，见图 1.4。根据题设条件，质点作匀速圆周运动， $\angle O'OP = \omega t$ ，用直角坐标表示的质点运动方程为

$$x = r \cos \omega t$$

$$y = r \sin \omega t$$

从圆心 $O$ 向 $P$ 点作位置矢径 $r$ ，用 $i$ 、 $j$ 分别表示沿 $X$ 、 $Y$ 两坐标轴的单位矢量，用矢径表示的质点运动方程为

$$r = xi + yj = r \cos \omega t i + r \sin \omega t j$$

取轨迹与 $X$ 轴的交点 $O'$ 为自然坐标原点，以逆时针向为自然坐标正向，用自然法表示的质点运动方程为

$$s = r\omega t$$

**例 1.2** 如图 1.5 所示，直杆  $AB$  两端可以分别在两固定而相互垂直的直线导槽上滑动，已知杆的倾角 $\phi$ 按 $\phi = \omega t$ 随时间变化，其中 $\omega$ 为常量。试求杆上点 $M$ 的运动方程和轨迹。

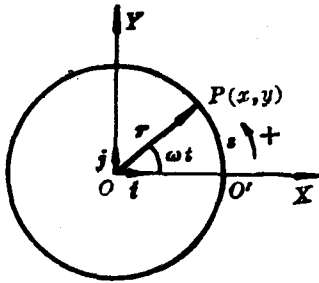


图 1.4

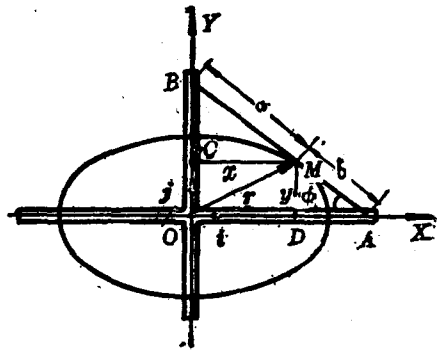


图 1.5

**解** 沿固定导槽作直角坐标系 $OXY$ 如图。设 $\overline{AM} = b$ ， $\overline{BM} = a$ ，则按几何关系可知， $M$ 点的坐标为

$$x = a \cos \phi = a \cos \omega t$$

$$y = b \sin \phi = b \sin \omega t$$

这就是用直角坐标表示的 $M$ 点运动方程。

从坐标原点 $O$ 向 $M$ 点作位置矢径 $r$ ，有

$$r = xi + yj = a \cos \omega t i + b \sin \omega t j$$

这就是用矢径表示的 $M$ 点运动方程。

为了求 $M$ 点的轨迹，从运动方程中消去 $t$ ，可得

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

即 $M$ 点轨迹是一椭圆。椭圆的中心在坐标原点，半轴长度分别为 $a$ 、 $b$ 。常见的椭圆规就是按照上述原理制成的。

## 复 习 思 考 题

1.1 如果有人问你地球和一粒小米比较哪个可以看作质点，你将怎样回答？

1.2 说人造地球“近地”卫星其轨迹形状近乎圆形，这是以什么为参照系的？若以太阳为参照系，人造地球卫星运行的轨迹大体是什么样子？

1.3 什么是质点运动方程？你学过几种形式的质点运动方程？以与水平面夹角为  $\alpha$ ，初速度为  $v_0$  抛出一质点，已知质点抛出后以抛物线运动，试用坐标法和矢径法写出被抛射质点的运动方程。

## § 1.2 质点的位移、速度和加速度

### 一、位移

质点运动时，其位置将随时间变化。设质点沿轨迹  $LM$  作一般曲线运动，时刻  $t$ ，质点位于  $P$ ，位置矢径为  $r(t)$ ，时刻  $t + \Delta t$ ，质点位于  $Q$ ，位置矢径为  $r(t + \Delta t)$ ，如图 1.6 所示。在时间  $\Delta t$  内质点位置的变化可用由  $P$  向  $Q$  所作的矢量  $PQ$  来描述， $PQ$  的大小等于  $P$  点与  $Q$  点之间的直线距离，方向由起点  $P$  指向末点  $Q$ ，矢量  $PQ$  称为质点在时间  $\Delta t$  内的位移。

由图可知

$$PQ = r(t + \Delta t) - r(t) = \Delta r \quad (1.7)$$

即 质点某一时间内的位移等于同一时间内位置矢径的增量。

位移和位置矢径不同，位置矢径确定某一时刻质点的位置，位移则描述某段时间的始末质点位置的变化。对于相对静止的不同坐标系来说，位置矢径依赖于坐标系的选择，而位移则与所选取的坐标系无关。对此读者可以自己绘图证明。

位移只反映出一段时间始末质点位置的变化，它不涉及质点位置变化过程的细节。在图 1.6 中，位移  $PQ$  的大小虽然等于由  $P$  到  $Q$  的直线距离，但这并不意味着质点是从  $P$  沿直线  $\overline{PQ}$  移动到  $Q$ 。时间  $\Delta t$  内质点从  $P$  沿曲线  $\widehat{PQ}$  移动到  $Q$  点所经历路径的长度，即弧线  $\widehat{PQ}$  的长度，称为质点在该段时间内的路程。一般情况下，某段有限时间内质点位移的大小不等于这段时间内质点的路程。

还要指出的是，位移（即位置矢径的增量）的大小  $|\Delta r|$  与位置矢径大小的增量  $\Delta r$  一般是不相等的。设时间  $\Delta t$  内位置矢径大小的增量为  $\Delta r$ ，即

$$\Delta r = |r(t + \Delta t)| - |r(t)| \quad (1.8)$$

在图 1.6 中以  $O$  为圆心，以  $r(t)$  的长度为半径作圆弧，它与矢径  $r(t + \Delta t)$  相交于  $P'$ ，则  $\overline{P'Q}$  即为  $\Delta r$ ，而位移的大小则为  $|\Delta r| = \overline{PQ}$ 。因此一般情况下， $|\Delta r| \neq \Delta r$ 。例如：一质点作匀速圆周运动，圆周半径为  $R$ ，半个周期内质点位移的大小  $|\Delta r| = 2R$ ，位置矢径大小的增量为  $\Delta r = R - R = 0$ 。

上面所讲矢径的这一性质，对于大小和方向随时间变化的任一矢量  $A$  ( $A$  可以是矢径也

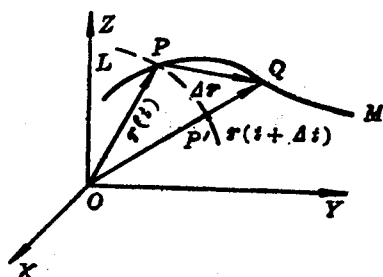


图 1.6