大學叢書

理財數學

上冊

褚鳳儀著

商務印書館發行

理財數學

上冊

褚鳳儀著

补

（一[illegible]年[illegible]修訂）

商務印書館發行

大學叢書

理財數學

下册

褚鳳儀著

（一九五〇年九月修訂）

商務印書館發行

序

公私營企業爲了完成增進人民福利的任務,必須改善它們的管理方法,而財務管理是企業管理的重要環節之一.近世企業組織,較前更爲複雜,關於財務管理,尤其覺得重要.利息與折舊是每一個企業中必然發生的問題,故一切企業均有關於利息與折舊的計算.有時企業向外舉債而欲分期償還,或以一時不需的資金,購買債券,是等問題均與年金有關,故大部企業,又有關於年金問題的計算.政府或企業有時發行債券,以籌募巨額的建設基金,則債券發行的方式,也與理財有關.若企業是一個經營人壽保險業,則須先明生死機率的原理,然後能算出投保人應繳的純保費.總之,管理企業中的財務,依靠與此有關數理的研究,研究管理財務的數學,名曰理財數學.

理財數學的名稱甚多,若投資數學,政治數學,會計數學,高等商業數學,均先後爲各國學者所採用.本書於1936年一月初版,原名投資數學.社會主義社會經濟發展的規律,和資本主義社會經濟發展的規律,完全不同,前者是增進人民的福利,後者是追求利潤.新中國是走在新民主主義社會中,發展經濟,準備走向社會主義社會的條件,故經濟發展的規律,是增進人民福利的擴大再生產,而不是追求利潤的投資,投資數學的名稱,已不再適用.

本書於重要理財數理,均有敍述,而於利息確實年金與債券三編,討論尤詳.貼現與價值方程式二章,他書敍述甚略,

學者頗多不能深切了解,故本書第二編(利息)中,把這兩章大加擴充,以求數理的透穿.他書於確實年金一編,都未論及變額年金,然變額年金對於償債的方式與債券的發行,都有密切的關係,故本書增加變額年金一章.他書於債券的發行,或略而不論,或論而不詳,然債券發行的方式影響於政府或企業的理財甚大,而於市價與投資利率的推算,也有密切的關係,故本書討論較詳.

本書於年金與債券討論較詳,故應用計算表,也較他書爲多,附錄中的倒數表,累積倒數表,等差變額年金終値表,等差變額年金現値表,與期初付複雜年金至第一期末終値表,皆爲他書所無.

本書於1936年一月初版,於1940年一月四版時增訂甚多.自四版後書中公式分a, b, c三組,a組公式爲必須記憶的公式,b組公式記憶較難而演化較易,故學者可不必記憶,考試時可改用a組公式;c組公式演化較難,若學者有相當數學程度,則須記憶公式的演化,否則考試時可將應用公式附書於試題之中.

本版增訂甚少,主要刪除有關統一公債與復興公債等教材,刪除除三遞退法與其他不適實用的教材,關於例題與習題,也稍有修改和增補.

本書先後蒙同學周頌康、湯芝箓、蔣家淼、盛慕傑、潘光潤、陶嫩珠、朱愛廬、胡珍楷、奚紹濂、與吾妹明馨,或助編計算表,或代任抄寫之勞,編者特於此處表示他底感謝.

1950年7月11日　　　　　　　　褚鳳儀

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

目　次

本書重要參考書:

W. L. Hart——Mathematics of Investment

E. B. Skinner——The Mathematical Theory of Investment

H. L. Rietz——Mathematics of Finance

Lovitt and Holtzclaw——The Mathematics of Business

G. Wentworth——Commercial Algebra

A. Barriol——Théorie et Pratique des Opérations Financières

H. Fuzet et L. Reclus——Précis de Mathématiques Commerciales et Financières

A. Arraudeau——Tables des Valeurs Intrinsèques

A. P. Violeine——Tables Pour Faciliter les Calculs des Probabilités Sur la Vie Humanine

A. Schlimbach——Politische Arithmetik

M. Cantor——Politische Arithmetik

和田喜八——商工實務計算

小林行昌——高等商業數學

理財數學

第一編 對數

第一章 對數之意義及其性質

同數自乘數次者在代數學中用指數(Exponent)表之,例如5^3為三個5連乘之數,a^6為六個a連乘之數.右上角之3與6卽指數是也.5^3旣為三個5連乘之數,故其數值卽為125,以算式表之則得:

$$5^3=125$$

上式中共有三數,已知此三數中之任何二數,卽可求第三數,故設x為所求之第三數,卽可得下列三式:

$$5^3=x$$

$$x^3=125$$

$$5^x=125$$

第一式中之x,可將三個5連乘而得.故此係一乘方(Involution)問題.第二式可化為下式:

$$\sqrt[3]{125}$$

式中之x,可將125開立方而得,故此係一開方(Evolution)問題.至於第三式中之x,則與前兩式皆異,既非乘方問題,亦

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

非開方問題，故式中之x，須應用他法求得，對數(Logarithm)法者，即欲探求此未知之指數而創設之方法也.此未知之指數，在對數法中即名曰對數，而第三式中之5即名曰底(Base)，其右邊之125則名曰眞數(Number)或反對數(Anti-logarithm)，對數之符號爲log，即英文對數一字中前三個字母也.以此符號表示，則第三式可改作下式:

$$\log_5 125 = x$$

上式中之x，即以5爲底125之對數，或即3，蓋5之3方等於125故也.同理:

$$\log_2 16 = 4 \quad \because \quad 16 = 2^4$$

$$\log_3 27 = 3 \quad \because \quad 27 = 3^3$$

$$\log_6 36 = 2 \quad \because \quad 36 = 6^2$$

$$\log_{10} 1000 = 3 \quad \because \quad 1000 = 10^3$$

$$\log_a a^5 = 5 \quad \because \quad a^5 = a^5$$

對數之意義旣明，今請進而討論對數之性質.對數能化乘除爲加減，又能化乘方開方爲乘除，此則對數之特有性質，亦即對數之效用也.玆將對數之性質分述證明於下:

(一)對數化乘法爲加法.

兩數相乘積之對數，等於兩數對數之和，即:

$$\log_a AB = \log_a A + \log_a B \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (a1)$$

(證) 設 $x = \log_a A$

$y = \log_a B$

則依對數之定義,得:

$$A=a^x$$

$$B=a^y$$

$$AB=a^x\times a^y=a^{x+y}$$

$$\therefore\quad \log_a AB=\log_a a^{x+y}=x+y$$

即 $$\log_a AB=\log_a A+\log_a B$$

若乘積由三數四數或 n 個數連乘而得,則其對數亦等於三數四數或 n 個數對數之和,其證明與兩數之乘積相似.

(二) 對數化除法爲減法.

兩數相除,其商數之對數,等於被除數之對數減去除數之對數所餘之數,卽:

$$\log_a \frac{A}{B}=\log_a A-\log_a B \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(a2)$$

(證)　設 $x=\log_a A$

$y=\log_a B$

則依對數之定義,得:

$$A=a^x$$

$$B=a^y$$

$$\frac{A}{B}=\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$$

$$\therefore\quad \log_a \frac{A}{B}=\log_a a^{x-y}=x-y$$

即 $$\log_a \frac{A}{B}=\log_a A-\log_a B$$

(三) 對數化乘方爲乘法，化開方爲除法.*

某數 n 方之對數，等於某數對數之 n 倍，卽：

$$\log_a A^n = n \log_a A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a3)$$

(證) 設 $x = \log_a A$

則依對數之定義，得：

$$A = a^x$$

$$A^n = (a^x)^n = a^{xn}$$

$$\therefore \quad \log_a A^n = \log_a a^{xn} = xn$$

卽 $$\log_a A^n = n \log_a A$$

n 得爲整數或分數，正數或負數.*

* $\sqrt[3]{A^4} = A^{\frac{4}{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{A^3}} = A^{-\frac{3}{2}}$$

第二章 對數之種類

一數之對數隨其底而異.例如以2爲底,則16之對數爲4;以4爲底,則16之對數爲2;以16爲底,則16之對數爲1,故須先決定對數之底,然後能求對數之值.任何數均可爲對數之底,然爲便於計算起見,數學上通用對數之底,祇有兩種,一爲10,一爲e (e之數值爲2.71828強,參看附錄甲2) 前者名曰常用對數(Common logarithm),後者名曰自然對數(Natural logarithm)或納氏對數(Napierian logarithm).應用數學中通用常用對數,但在高深純理數學中,則以自然對數爲主,本書係應用數學之一種,故除有特別說明外,均指常用對數而言,而常用對數之底,苟無誤解之危險,亦將略而不書,故:

$$\log 10000 = 4$$

$$\log 1000 = 3$$

$$\log 100 = 2$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log 1 = 0^*$$

$a^0 = 1$

$10^0 = 1$

$$\log 0.1 \quad = -1^{**}$$

$$\log 0.01 \quad = -2$$

$$\log 0.001 \quad = -3$$

$$\log 0.0001 = -4$$

常用對數與自然對數可互相換算,即由前者可化爲後者,亦可由後者化爲前者.兩者之關係及其換算之公式,分述於下:

(一)10之自然對數與e之常用對數互爲倒數,即:

$$\log_{10} e = \frac{1}{\log_e 10} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a4)$$

(證) 設$x=\log_{10} e$

則依對數之定義,得:

$$e = 10^x$$

$$\log_e 10^x = x \log_e 10 = 1$$

$$\therefore \quad x = \frac{1}{\log_e 10}$$

即

$$\log_{10} e = \frac{1}{\log_e 10}$$

(二)由常用對數化爲自然對數.

以10之自然對數,乘某數之常用對數,即得某數之自然

** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0.1$

對數,即:

$$\log_e A=\log_e 10\log_{10} A \cdots\cdots\cdots\cdots(a5)$$

(證)　設 $x=\log_e A$

則依對數之定義,得:

$$A=e^x$$

$$\log_{10} A=\log_{10} e^x=x\log_{10} e$$

$$\therefore\quad x=\frac{1}{\log_{10} e}\log_{10} A$$

即

$$\log_e A=\log_e 10\log_{10} A$$

(三)由自然對數化爲常用對數.

以 e 之常用對數,乘某數之自然對數,即得某數之常用對數,即:

$$\log_{10} A=\log_{10} e\log_e A \cdots\cdots\cdots\cdots(a6)$$

(證)由公式 $(a5)$ 得:

$$\log_{10} A=\frac{1}{\log_e 10}\log_e A$$

即

$$\log_{10} A=\log_{10} e\log_e A$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com