西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

"十五"规划教材

21世纪大学电子信息类专业规划教材

电磁场与电磁波

（第2版）

冯恩信 编著

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

西安交通大学 "十五"规划教材

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

21世纪大学电子信息类专业规划教材

电磁场与电磁波

(第2版)

冯恩信 编著

西安交通大学出版社
·西安·

内容提要

本书是通信、电子类专业本科生的"电磁场与电磁波"课程教材，内容包括电磁场与电磁波的数学基础、静态场和时变场3个部分，共8章：矢量场，静电场，恒定电流场，恒定磁场，时变电磁场，平面电磁波，导行电磁波，电磁辐射与天线。

本书是在1999年第1版的基础上修订而成的，在保持原书的体系结构和简明风格的基础上，吸收了国内外同类教材的优点，根据电子信息和通信技术发展对本课程的新要求，以及对学生能力培养、加强基础和拓宽专业的要求，重新编写了各章节内容，增加了部分工程应用方面的内容和例题，并重新编排了思考题和习题。此外，本书配备了专门的学习辅导书，为使用本教材的学生答疑解惑、梳理知识脉络、强化重点内容、提高教学效果。

本书是西安交通大学"十五"规划教材，适合作为通信、电子类专业本科"电磁场与电磁波"课程的教材，也可供其他讲授或学习电磁场与电磁波基础的教师、学生以及专业技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波/冯恩信编著. —2版. —西安：西安交通大学出版社，2005.9
西安交通大学"十五"规划教材
ISBN 7-5605-2038-3

Ⅰ.电… Ⅱ.冯… Ⅲ.①电磁场-高等学校-教材②电磁波-高等学校-教材 Ⅳ.0441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第058707号

书　　名：电磁场与电磁波(第2版)
编　　著：冯恩信
出版发行：西安交通大学出版社
地　　址：西安市兴庆南路25号(邮编：710049)
电　　话：(029)82668357　82667874(发行部)
(029)82668315　82669096(总编办)
(029)82664954　82668254(编辑)
网　　址：http://press.xjtu.edu.cn
电子邮箱：eibooks@163.com(投稿)
heft@mail.xjtu.edu.cn(编辑)
印　　刷：陕西江源印刷科技有限公司
字　　数：453千字
开　　本：727 mm×960 mm　1/16
印　　张：24.25
版　　次：2005年9月第2版　2005年9月第1次印刷
书　　号：ISBN 7-5605-2038-3/TN・81
定　　价：29.00元

前　言

电磁场与电磁波是电子信息类专业的一门技术基础课。人类进入21世纪的信息时代，电子与信息科学技术在飞速发展，尤其是通信传输速率的迅速提高和带宽的不断增加、电子计算机时钟速率以及电子与电力设备密度的不断增加，要求电子、信息技术领域的科技工作者必须具备坚实的电磁场与电磁波理论基础知识。

本书介绍宏观电磁场分布和电磁波辐射和传播的规律，以及电磁场与电磁波工程应用的基本分析和计算方法。这些知识是从事电子信息类专业的工程技术人员应必备的。

本书是在1999年第1版的基础上重新修订而成的。这次修订，继续保持了原来的体系结构和简明的风格，吸收国内外同类教材的优点，根据电子、信息和通信技术发展对本课程的新要求，以及对学生能力培养，加强基础和拓宽专业的要求，对各章节内容进行了重新编写，使基本内容符合电子与信息类专业的电磁场与电磁波课程的教学大纲要求。在内容安排和叙述上尽量按照以下要求：

(1)理论体系严密，取材得当、合理。本书在内容阐述时从物理定律出发，然后上升到理论，再到应用，物理概念清楚，层次分明，条理清晰，循序渐进，由浅入深，重点突出，符合认知学习规律。

(2)将数学理论与物理概念密切结合，强调物理现象与规律的联系，注重物理模型的建立，突出理论和应用的结合。提高学生的演绎能力和抽象思维能力。

(3)协调好本课程内容和其他相关课程内容的衔接与联系，承前启后，内容兼顾不同专业的要求。

(4)精心配备例题、习题、小结、思考题。本书精心配备了例题、习题、小结，每一节都根据课程内容配备了思考题。例题、习题和思考题不但和理论内容紧密配合，而且注意实际理论的应用。

本书内容包括数学基础、静态场和时变场3个部分，共8章。

第1部分是第1章矢量场，内容包括矢量及其矢量场、三种常用坐标系中的矢量场、梯度、散度、旋度、唯一性定理、格林定理，是以后电磁场内容的数学基础。

第2部分静态场包括静电场、恒定电流场和恒定磁场3章。第2章静电场包括电场强度、真空中的静电场方程、电位、静电场中的介质和导体、介质中的静电场方程、静电场的边界条件、电位的边值问题与解的唯一性、分离变量法、镜像法、电容和部分电容、电场能量、电场力。第3章恒定电流场内容包括电流密度、恒定电流场方程、恒定电流场边界条件、能量损耗与电动势、恒定电流场与静电场比拟。

第 4 章恒定磁场内容包括磁感应强度、真空中的磁场方程、媒质磁化、媒质中的磁场方程、恒定磁场边界条件、磁路、电磁感应定律、电感、磁场能量、磁场力。

第 3 部分时变场包括时变电磁场、平面电磁波、导行电磁波和电磁辐射与天线 4 章。其中第 5 章时变电磁场内容包括麦克斯韦方程、时变电磁场边界条件、波动方程与位函数、位函数求解、时变电磁场的唯一性定理、时变电磁场的能量和功率、正弦时变电磁场、正弦时变电磁场中的平均能量功率和复功率流密度和从麦克斯韦方程到基尔霍夫电压定律。第 6 章平面电磁波内容包括理想介质中的均匀平面波、导电媒质中的均匀平面波、群速、电磁波的极化、平面波垂直投射到理想导体表面、平面波垂直投射到理想介质界面、平面波垂直投射到多层媒质中、平面波斜投射到理想介质界面、平面波斜投射到理想导体界面和电磁波在等离子体中传播。第 7 章导行电磁波内容包括导波系统中的电磁波、TEM 波传输线、无耗传输线的工作状态、矩形波导、TE_{10}波、导波系统中的传输功率与损耗和谐振腔。第 8 章电磁辐射与天线内容包括电流元的辐射场、发射天线的基本特性、对称天线的辐射场、小电流环的辐射场、面天线的辐射场、天线阵、镜像原理、对偶原理、互易定理和接收天线的基本特性。

在采用本书作教材时，各章内容可按需取舍。下面列出建议的各章学时分配：

内容	学时
导言	1
矢量分析	5
静电场	12
恒定电流场	4
恒定磁场	8
时变电磁场	6
平面电磁波	10
导行电磁波	8
电磁辐射与天线	8
总学时	62

本书是西安交通大学“十五”规划教材，得到了西安交通大学教材基金的资助；本书的出版得到西安交通大学出版社的大力支持。谨在此一并表示衷心的感谢。

由于编者学识和水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，衷心欢迎使用本书的师生和读者批评指正，提出宝贵意见和建议。

编　者

2005 年夏

目　录

第 1 章　矢量场

电磁理论中所涉及的一些主要物理量，如电场强度、磁感应强度等都是矢量场。每一矢量场有其确定的物理意义，分布在空间中，在其所分布的空间中的每一点上有确定的值。定量地分析矢量场在空间的分布和变化等性质需要借助一些数学工具，如矢量分析和场论等数学知识。为了后面各章学习方便起见，本章先介绍分析矢量场所需的有关数学基础知识。

1.1　矢量及其矢量场

1. 标量与矢量

只有大小、没有方向的量叫做**标量**，如温度、电位、能量、长度、时间等。

不但有大小，而且有方向的量称为**矢量**，又称**向量**，如力、速度、加速度等，以及电磁场中的许多物理量，如电场强度、电流密度、磁场强度等都是矢量。

2. 矢量的表示方法

在本书中，为了与其他量的符号相区别，矢量的数学符号用黑斜体字母表示，如 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{E}$，或斜体字母上戴一杠或箭头表示，如 $\vec{A}$、$\vec{B}$。矢量的大小也叫做矢量的模。矢量 $\boldsymbol{A}$ 的模记作 A 或 $|\boldsymbol{A}|$。矢量的方向可用单位矢量表示，单位矢量是模为一个单位的矢量，它仅表示矢量的方向。矢量 $\boldsymbol{A}$ 的单位矢量记作 $\hat{a}$，即一矢量的单位矢量用对应的小写字母上戴一角表示。任一矢量可以用它的模和单位矢量表示，如矢量 $\boldsymbol{A}$ 可表示为

$$\boldsymbol{A} = A\hat{a} \tag{1.1-1}$$

在几何上，矢量可用一有向线段表示，如图 1.1－1 所示。线段的长度代表矢量的大小，线段的方向表示矢量的方向。

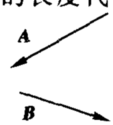
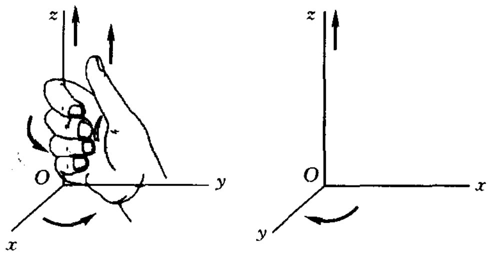


图 1.1－1　矢量的几何表示

为进一步描述矢量在空间的取向，可建立一正交坐标系，使矢量的始端在坐标原点，这样矢量就可以用它在坐标轴上的投影，即坐标分量来表示。

在直角坐标系中，有 3 个互相垂直的坐标轴，分别记为 x，



(a) (b)

图 1.1－2 正交坐标系

(a) 右手坐标系；(b)左手坐标系

y,z 轴，用 $\hat{x}$、$\hat{y}$、$\hat{z}$ 分别表示对应 3 个坐标轴方向的单位矢量，见图 1.1－2。正交坐标系有右手坐标系和左手坐标系。对于右手坐标系，用右手 4 指从 x 轴旋转到 y 轴方向，则拇指指向 z 轴方向，如图 1.1－2(a)所示，而如图 1.1－2(b)所示的坐标系符合左手旋转情况。在电磁理论中，习惯采用右手坐标系，因此在本书中均采用右手坐标系。

将矢量 $\boldsymbol{A}$ 放在直角坐标系中，使矢量 $\boldsymbol{A}$ 的起始端在坐标原点，设矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 3 个正交坐标轴 x、y、z 轴的夹角（矢量的方向角）分别为 α、β、γ，矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 x、y、z 3 个坐标轴上的投影分别为 A_x、A_y、A_z，如图 1.1－3 所示，则在直角坐标系中，矢量 $\boldsymbol{A}$

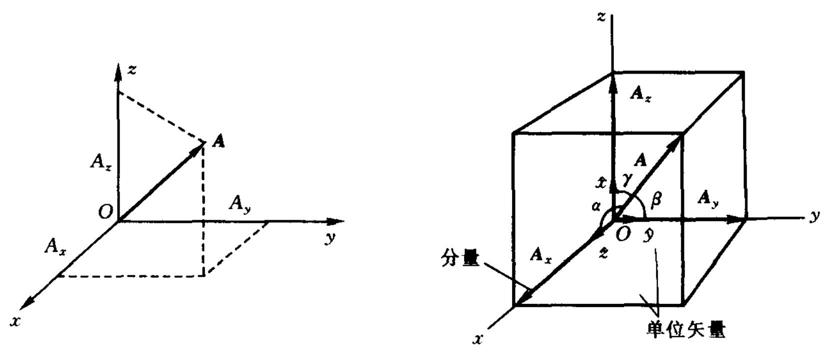


图 1.1－3 矢量 A 分解为直角坐标分量

可表示为

$$\boldsymbol{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z} \tag{1.1-2}$$

A_x、A_y、A_z称为矢量 $\boldsymbol{A}$ 的直角坐标分量。显然，

$$A_x = A\cos\alpha$$

$$A_y = A\cos\beta \qquad (1.1-3)$$
$$A_z = A\cos\gamma$$

将(1.1-3)式代入(1.1-2)式并与(1.1-1)式比较，得

$$\hat{a} = \hat{x}\cos\alpha + \hat{y}\cos\beta + \hat{z}\cos\gamma \qquad (1.1-4)$$

上式说明单位矢量可用矢量的方向角余弦表示。

3. 矢量的代数运算

(1) 矢量的加减法

两矢量之和(或差)的直角坐标分量等于两矢量的对应坐标分量的和(或差)，即

$$\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B} = (A_x \pm B_x)\hat{x} + (A_y \pm B_y)\hat{y} + (A_z \pm B_z)\hat{z} \qquad (1.1-5)$$

在几何上，两矢量的和矢量与差矢量分别与以两矢量为邻边的平行四边形的两条对角线重合，如图 1.1-4 所示。矢量相加满足交换律与结合律，即

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \qquad (\text{交换律}) \qquad (1.1-6)$$
$$\boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C} \qquad (\text{结合律}) \qquad (1.1-7)$$

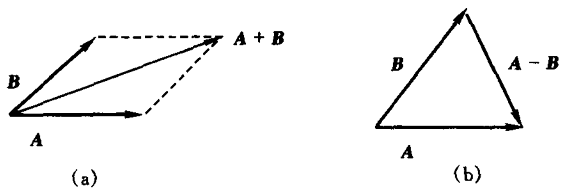


图 1.1-4　两矢量的和与差
(a) 两矢量之和；(b) 两矢量之差

(2) 标量乘以矢量

标量乘以矢量其积为矢量。标量 η 乘以矢量 $\boldsymbol{A}$ 满足以下关系

$$\eta\boldsymbol{A} = \eta A_x\hat{x} + \eta A_y\hat{y} + \eta A_z\hat{z} \qquad (1.1-8)$$

$$\eta\boldsymbol{A} = \begin{cases} |\eta\boldsymbol{A}|\hat{a}, \eta \geqslant 0 \\ |\eta\boldsymbol{A}|(-\hat{a}), \eta < 0 \end{cases} \qquad (1.1-9)$$

(3) 矢量的标积

两矢量相乘其积有两种情况，一种其积为标量，称为标积；另一种其积仍为矢量，称为矢积。

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的标积记为 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$，因此，标积也称作点积或点乘。两矢量的标积等于两矢量的模之积再乘以两矢量夹角的余弦，即

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta \qquad (1.1-10)$$

式中 θ 为两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角。如果作用在某一物体上的力为 $\boldsymbol{A}$，使该物体发生

位移，位移矢量为 $\boldsymbol{B}$，则 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 表示力 $\boldsymbol{A}$ 使物体位移 $\boldsymbol{B}$ 所做的功。

由 (1.1－10)式可以看出，两矢量的标积满足交换律，即

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} \tag{1.1-11}$$

容易证明两矢量之和与第三个矢量的标积等于两矢量分别与第三个矢量的标积之和，即

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C} \tag{1.1-12}$$

显而易见，标积不但与两矢量的大小有关，还与它们之间的夹角有关。当两矢量垂直时，$\theta=90°$，其标积为 0；当两矢量平行时，$\theta=0°$，标积的绝对值最大，等于两矢量的模之积。直角坐标系中，3 个直角坐标单位矢量 $\hat{x}$、$\hat{y}$、$\hat{z}$ 的标积为

$$\begin{gathered}\hat{x}\cdot\hat{y}=\hat{y}\cdot\hat{z}=\hat{z}\cdot\hat{x}=0\\ \hat{x}\cdot\hat{x}=\hat{y}\cdot\hat{y}=\hat{z}\cdot\hat{z}=1\end{gathered} \tag{1.1-13}$$

因此，在直角坐标系中，两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的标积可用直角坐标分量表示为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z \tag{1.1-14}$$

当 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$ 时，由(1.1－14)式，矢量的模与直角坐标分量的关系为

$$A=\sqrt{|\boldsymbol{A}|^2}=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2} \tag{1.1-15}$$

一矢量 $\boldsymbol{A}$ 与单位矢量的标积等于该矢量在单位矢量方向上的分量，即

$$\begin{gathered}\hat{x}\cdot\boldsymbol{A}=|\hat{x}||\boldsymbol{A}|\cos\alpha=A_x\\ \hat{y}\cdot\boldsymbol{A}=|\hat{y}||\boldsymbol{A}|\cos\beta=A_y\\ \hat{z}\cdot\boldsymbol{A}=|\hat{z}||\boldsymbol{A}|\cos\gamma=A_z\end{gathered} \tag{1.1-16}$$

一般地，一矢量 $\boldsymbol{A}$ 和与其夹角为 θ 的单位矢量 $\hat{n}$ 的标积为

$$\hat{n}\cdot\boldsymbol{A}=|n||\boldsymbol{A}|\cos\theta=A_n \tag{1.1-17}$$

例 1 求矢量 $\boldsymbol{A}=4\hat{x}+6\hat{y}-2\hat{z}$，$\boldsymbol{B}=-2\hat{x}+4\hat{y}+8\hat{z}$ 之间的夹角。

解 根据(1.1－10) 及(1.1－14)式有

$$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}}{AB}=\frac{A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z}{AB}=0$$

$$\theta=90°$$

(4) 矢量的矢积

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的矢积记为 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$，因此，矢积也称作叉积或叉乘。矢积是矢量，其大小等于两矢量的模之积再乘以两矢量夹角的正弦，其方向为两矢量所在面的法向，即

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\hat{n}|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta \tag{1.1-18}$$

矢积的方向 $\hat{n}$ 符合右手定则，即为右手 4 指从 $\boldsymbol{A}$ 旋转到 $\boldsymbol{B}$，拇指的方向，如图 1.1－5 所示。可以看出，$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的大小是以两矢量为邻边的平行四边形的面积。由此可以认为，矢积的几何意义为以两矢量为邻边的平行四边形围成的有向面。如果 $\boldsymbol{B}$

表示作用在一物体上的力，而 $\boldsymbol{A}$ 表示力臂矢量时，则矢积 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 表示作用于物体的力矩。

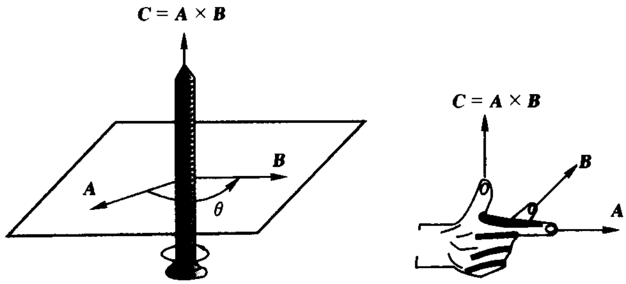


图 1.1-5　矢积的方向

由(1.1-18)式，矢积不但与两矢量的大小有关，也与它们之间的夹角有关。两矢量平行时，$\theta=0°$，矢积为 0；两矢量垂直时，$\theta=90°$，矢积的模最大。3 个直角坐标单位矢量 $\hat{x}$、$\hat{y}$、$\hat{z}$ 的矢积为

$$\begin{aligned}\hat{x}\times\hat{y}&=\hat{z}\\ \hat{y}\times\hat{z}&=\hat{x}\\ \hat{z}\times\hat{x}&=\hat{y}\end{aligned}\tag{1.1-19}$$

及

$$\hat{x}\times\hat{x}=\hat{y}\times\hat{y}=\hat{z}\times\hat{z}=0\tag{1.1-20}$$

在直角坐标系中，两矢量的矢积可用两矢量的直角坐标分量表示为

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\hat{x}+(A_zB_x-A_xB_z)\hat{y}+(A_xB_y-A_yB_x)\hat{z}\tag{1.1-21}$$

通常，上式写成行列式形式，即

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\ A_x&A_y&A_z\\ B_x&B_y&B_z\end{vmatrix}\tag{1.1-22}$$

由上式可以看出，

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}\tag{1.1-23}$$

即矢积不满足交换律。

例 2　证明平面三角形的正弦定律。

解　对于由如图 1.1-6 所示的由 3 个矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 组成的对应内角分别为 α、β、γ 的三角形，可以看出 3 个矢量有以下关系

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}-\boldsymbol{A}\quad 或\quad \boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$$

前式等式两边与 $\boldsymbol{B}$ 矢积，后式等式两边与 $\boldsymbol{C}$ 矢积，考虑到矢量与自己的矢积为 0，得

$$\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}=\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}\quad 和 \quad \boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}$$

由(1.1－18)式得，$BC\sin\alpha=AB\sin(\pi-\gamma)$ 和 $CA\sin\beta=BC\sin\alpha$，由此得

$$\frac{A}{\sin\alpha}=\frac{B}{\sin\beta}=\frac{C}{\sin\gamma}$$

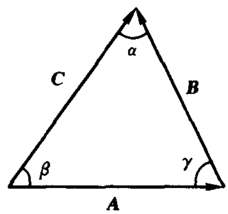


图 1.1－6 边长为 A、B、C 对应内角为 α、β、γ 的三角形

(5) 矢量的混合运算

矢量的混合运算次序与标量的混合运算次序相同。下面给出一些常用的矢量混合运算恒等式

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C} \tag{1.1-24a}$$

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C} \tag{1.1-24b}$$

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) \tag{1.1-24c}$$

$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B}-(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C} \tag{1.1-24d}$$

4. 标量场与矢量场

在火炉、暖气片等热源周围空间区域存在温度的某种分布，且在该空间区域的每一点上，温度都是确定的，我们说该空间区域存在温度场；在江河等水流区域中，各处水的流速是可确知的，该水流区域中存在水流速的某种分布，我们就说那里存在流速场；在地球周围各点，存在对各种物体的引力，我们说地球周围存在引力场，或者说地面上有重力场；在电荷周围各点，存在对电荷的作用力，我们就说电荷周围有电场……。显然，"场"是指某种物理量在空间的分布。具有标量特征的物理量在空间的分布是标量场，具有矢量特征的物理量在空间的分布是矢量场。例如，温度场是标量场，电场、流速场与重力场都是矢量场。

场是物理量的空间分布，这种物理量还可能随时间变化，因此在数学上，场用表示其特征物理量的空间和时间坐标变量的多元函数来描述，即标量场用空间和时间的标量函数表示，矢量场用空间和时间的矢量函数表示。例如，温度场可表示为 $T(x,y,z,t)$，电位可表示为 $\Phi(x,y,z,t)$，流速场可表示为 $\boldsymbol{v}(x,y,z,t)$，电场表示为 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$，磁场表示为 $\boldsymbol{B}(x,y,z,t)$。在电磁场中，随时间变化的场称为**时变场**；与时间无关，不随时间变化的场称为**静态场**。也就是说，静态场只是空间坐标的函数。例如，静电场可表示为 $\boldsymbol{E}(x,y,z)$。

为了形象地和直观地描述标量场在空间的分布情形或沿空间坐标的变化，可画出其一系列等间隔的等值面。不同等值面的形状及其间隔能较直观地表现标量场的空间分布情况。为了形象地和直观地描述矢量场在空间的分布情形或沿空间坐标的变化，常画出其场线(力线)。场线是一簇空间有向曲线，矢量场强处场线稠

密，矢量场弱处场线稀疏，场线上某点的切线方向代表该处矢量场方向。在电磁场中，常用等位面形象地表示电位的分布，分别用电力线和磁力线形象地表示电场和磁场的分布。

场是物理量的分布，服从因果律，这里的“因”称为场源。场都是由源产生的。例如，温度场是由热源产生的，静电场是由电荷产生的。场在空间的分布形式不仅取决于产生它的源，还受周围物质环境的影响。例如，炉膛中的温度分布，不仅取决于火力大小及分布，而且还与炉膛的结构以及材料特性有关。带电体周围的电场分布不仅与带电体的电荷分布与电量有关，也与周围的物质特性有关。场与源和物质的关系可用一组微分方程描述，描述电磁场与其源的关系的方程就是称为麦克斯韦尔方程组的一组矢量微分方程组。

思考题

1. 什么是零矢量？两矢量相等是什么意思？
2. 矢量的点乘可以是负数吗？如果矢量的点乘是负数，表示什么意义？
3. 一个矢量在另一个矢量上的投影是唯一的吗？
4. 什么是标量场？什么是矢量场？
5. 矢量场与矢量之间有什么关系？

1.2　3 种常用坐标系中的矢量场

矢量场是矢量的空间分布，是空间坐标变量的矢量函数，即在矢量场存在的区域中的每一点都有一个对应的矢量。为了定量地分析矢量场，需要建立参考坐标系，以表示空间的位置及矢量的方向。正交曲面坐标系有多种类型，本书采用最常用的 3 种，即直角坐标系、圆柱坐标系和圆球坐标系。

1. 直角坐标系

直角坐标系是最常用的正交坐标系。在直角坐标系中，矢量场中的空间位置用其 3 个直角坐标表示，一般记作(x,y,z)。

在直角坐标系中，3 个相互垂直的坐标轴，即 x 轴、y 轴和 z 轴的方向是给定的，在本书中表示直角坐标 3 个坐标轴方向的单位矢量分别用 $\hat{x},\hat{y},\hat{z}$ 表示。矢量场在每一空间位置点的对应矢量可以用其直角坐标分量表示。例如，某矢量场在任一空间位置(x,y,z)点的矢量 $\boldsymbol{A}(x,y,z)$可用其直角坐标分量表示为

$$\boldsymbol{A}(x,y,z) = A_x(x,y,z)\hat{x} + A_y(x,y,z)\hat{y} + A_z(x,y,z)\hat{z} \quad (1.2-1)$$

式中 $A_x(x,y,z)$、$A_y(x,y,z)$、$A_z(x,y,z)$ 表示将坐标系原点平移到空间位置点 (x,y,z) 形成本地坐标系后，矢量场在该点所对应的矢量 $\boldsymbol{A}(x,y,z)$ 分别在本地 3 个坐标轴上的投影，称为坐标分量，如图 1.2-1 所示。以任一空间位置 (x,y,z) 点的矢量 $\boldsymbol{A}(x,y,z)$ 为代表的分布在空间的这种矢量的全体就称为矢量场 $\boldsymbol{A}(x,y,z)$。

从参考坐标原点指向空间位置点 (x,y,z) 的矢量，称为位置矢量 $\boldsymbol{r}$，即

$$\boldsymbol{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \tag{1.2-2}$$

可以看出，位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 包含了该矢量所指空间位置点的坐标，因此也可以代表空间位置点。在电磁场中，空间位置点的坐标常写成位置矢量的形式，即(1.2-1)式常简写作

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = A_x(\boldsymbol{r})\hat{x} + A_y(\boldsymbol{r})\hat{y} + A_z(\boldsymbol{r})\hat{z} \tag{1.2-3}$$

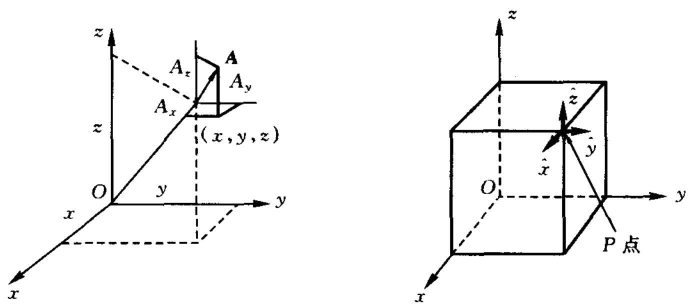


图 1.2-1 直角坐标系中的矢量场

这里需要说明的是，$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ 中的 $\boldsymbol{r}$ 只是表示 $\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{r}$ 所指的空间点坐标的函数，并不意味着 $\boldsymbol{A}$ 的变量是矢量。在本书中，为书写方便，在不会引起混淆的情况下，有时将矢量场在空间位置 (x,y,z) 点的矢量 $\boldsymbol{A}(x,y,z)$ 或 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ 进一步简写作 $\boldsymbol{A}$，有时也将(1.2-1)式简写为

$$\boldsymbol{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}$$

在空间每一点上的矢量都相同的矢量场称为常矢量场，简称常矢量。直角坐标系中的 3 个单位矢量均为常矢量。在直角坐标系中，常矢量的 3 个直角坐标分量都是常量。例如，$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})=3\hat{x}$ 是常矢量场，在空间每一点上，不但其矢量场的大小都相同，而且矢量场的方向也相同。$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})=(x^2+y^2)\hat{y}$ 就不是常矢量场，因为在空间每一点上，尽管矢量场的方向都是相同的，但矢量场的大小都不相同。

2. 圆柱坐标系

在圆柱坐标系中，表示空间位置点的 3 个坐标变量记为 (ρ,φ,z)，其中 ρ 表示