

高等學校教學用書

理論力學教程

上 冊

А. И. НЕКРАСОВ 著
朱 廣 才 譯

高等教育出版社

高等學校教學用書



理論力學教程

上 冊

A. H. 涅克拉索夫著
朱 廣 才 譯

高等教育出版社



本書係根據蘇聯技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的涅克拉索夫 (А. И. Некрасов) 著“理論力學教程” (Курс теоретической механики) 1953 年第五版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教科書。

本書共兩冊，中譯本亦分兩冊出版。

本書原著 1950 年第四版曾經朱廣才譯出，由商務印書館於 1953 年 3 月出版。

理 論 力 學 教 程

上 冊

書號 208 (課 137)

涅 克 拉 索 夫 著

朱 廣 才 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北 京 琉 璃 廠 一 七 〇 號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新 華 書 店 總 經 售

商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷

上 海 天 通 橋 路 一 九 〇 號

開本 850×1168 1/32 印張 12 4/16 字數 325,000

一九五五年五月上海第一版

印數 1—3,300

一九五五年五月上海第一次印刷

定價 (7) 一·元五角三分

第 四 版 序

本书自出版以来，受到了广大读者的欢迎，多次再版，并荣幸地入选了“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”。

上册目錄

第四版序

第五版序

引言..... 1

靜力學

第一章 力爲矢量..... 9

§ 1. 剛體與質點..... 9

§ 2. 力的方向與強度..... 10

§ 3. 力的平行四邊形與多邊形..... 13

§ 4. 矢量和數量的定義..... 17

§ 5. 矢量在一個軸上的投影..... 19

§ 6. 矢量的加法與減法..... 22

§ 7. 力的矢量表示法與解析表示法..... 26

§ 8. 例題..... 29

第二章 力矩與矢量積..... 31

§ 9. 力矩的物理根據..... 31

§ 10. 力對於一點的矩..... 33

§ 11. 力對於一軸的矩..... 35

§ 12. 矢量積..... 37

§ 13. 力矩之視作矢量積..... 42

§ 14. 例題..... 46

第三章 約束與約束的反作用，數性積..... 48

§ 15. 力的分類..... 48

§ 16. 約束與約束的反作用..... 48

§ 17. 靜力學的基本問題..... 52

§ 18. 數性積..... 53

§ 19. 例題..... 56

第四章 匯交力..... 58

§ 20. 匯交力系的合力與平衡..... 58

§ 21. 華利農定理..... 59

§ 22. 例題..... 61

第五章 平行力之簡化..... 67

§ 23. 同向的平行力	87
§ 24. 一般的平行力系	75
§ 25. 平行力系的合矩的變化。力偶的矩	80
§ 26. 例題	82
第六章 重心	87
§ 27. 一般定義	87
§ 28. 重心與慣性心	89
§ 29. 實際求慣性心坐標的各種方法	93
§ 30. 幾種最簡單的求重心的情形	95
§ 31. 居爾丹定理	100
§ 32. 例題	103
第七章 平行力之平衡	108
§ 33. 平衡方程式	108
§ 34. 例題	109
第八章 力偶理論	113
§ 35. “等效”力偶	113
§ 36. 力偶的加法	116
§ 37. 德普勒儀	119
§ 38. 例題	121
第九章 平面力系	123
§ 39. 平面力系之簡化	123
§ 40. 平面力系之平衡	127
§ 41. 穩定力矩與傾倒力矩	128
§ 42. 例題	129
第十章 摩擦	133
§ 43. 第一種摩擦或滑動摩擦	133
§ 44. 第二種摩擦或滾動摩擦	136
§ 45. 擺旋摩擦	138
§ 46. 例題	139
第十一章 任意力系	143
§ 47. 一個任意力系的幾何簡化法	143
§ 48. 一個任意力系的解析簡化法	146
§ 49. 任意力系之平衡	150
§ 50. 例題	153
第十二章 幾種特別情形	159
§ 51. 內力的確定	159

§ 52. 一個體系之平衡	161
§ 53. 托里拆利原理	163

圖解力學

第十三章 繩索多邊形	167
§ 54. 圖解力學的意義，繩索多邊形	167
§ 55. 力矩的圖解表示法	176
§ 56. 求平面形的慣性矩的圖解法	182
第十四章 幾個圖解力學應用的例子	184
§ 57. 重心	184
§ 58. 簡支梁	186
第十五章 桁架	196
§ 59. 總論	196
§ 60. 李特法	198
§ 61. 庫爾曼法	200
§ 62. 克萊孟拉-馬克斯威爾法	202

運 動 學

第十六章 點的速度	209
§ 63. 參考系	209
§ 64. 點的運動方程式與軌道	210
§ 65. 矢量對於一個數量的導量	219
§ 66. 點的速度之定義	222
§ 67. 點的速度在正交坐標和極坐標內的表示法	228
§ 68. 面積速度	232
§ 69. 例題	236
第十七章 點的加速度	242
§ 70. 點的加速度的定義	242
§ 71. 點的加速度用正交坐標和平面極坐標表示	245
§ 72. 點的加速度在基本三面形側面上的投影	248
§ 73. 圓周運動的加速度	252
§ 74. 機械物量的因次	253
§ 75. 例題	257
第十八章 剛體的平行移動與剛體繞定軸的轉動	261
§ 76. 剛體的平行移動	261
§ 77. 繞定軸轉動的剛體上各個點的角速度與線速度	263
§ 78. 繞定軸旋轉的剛體之一點的線速度投影	267

§ 79. 繞定軸旋轉的剛體之各個點的加速度	270
§ 80. 例題	274
第十九章 剛體平行於一固定平面的運動	278
§ 81. 按幾何學研究剛體平行於一平面的位移	278
§ 82. 剛體的平面運動的解析研究. 速度	288
§ 83. 剛體的平面運動的解析研究. 加速度	297
§ 84. 幾個應用的例子	301
§ 85. 例題	308
第二十章 剛體繞定點的轉動	316
§ 86. 剛體繞定點轉動的幾何研究	316
§ 87. 剛體繞定點轉動的解析研究. 速度	320
§ 88. 剛體繞定點轉動的解析研究. 加速度	324
§ 89. 例題	326
第二十一章 角速度的加法, 角速度與平移速度所組成的速度系之簡化	329
§ 90. 角速度為滑動矢量	329
§ 91. 匯交角速度的加法	330
§ 92. 繞平行軸的角速度之加法. 角速度偶	331
§ 93. 關於有限的轉動應注意的幾點	334
§ 94. 一個角速度與垂直於角速度的平移速度, 二者所組成的速度系之簡化為單獨一個角速度	336
§ 95. 一個角速度和一個任何方向的平移速度二者所組成的速度系之簡化	338
§ 96. 任一速度系(系內角速度與平移速度不各限於一個並且速度的方向皆是任意的)之簡化	339
§ 97. 例題	343
第二十二章 自由剛體的一般運動	346
§ 98. 自由剛體運動的幾何研究	346
§ 99. 自由剛體運動的解析研究	348
§ 100. 例題	353
第二十三章 合成運動內一點的速度與加速度. 活動坐標軸	355
§ 101. 概論	355
§ 102. 合成運動內一點的速度	356
§ 103. 合成運動內一點的加速度	358
§ 104. 對聯繫於地球的坐標系的應用	364
§ 105. 例題	370
附錄	375
索引	379

引 言

力學是研究運動和力的科學。運動和力這兩種概念都需要有些說明。現在就着研究力學的開始在必要限度內闡述之於次。

在物質的各種不同運動形態中，力學所研究的是最簡單的一種，就是物體對物體或物體中各個部分的相對位置的改變和時間的關係。這種運動叫作機械運動。

雖然力的概念對於我們好像並不陌生，我們談話也時常用這個力字，但要按照它的明確的意義把這個概念建立起來，卻不是一件容易的事。經驗和實踐告訴我們物體與物體機械地有相互作用。也就是說，它們可以相互改變它們的運動狀態或產生形象的改變。一個物體對於另一個物體的力學作用的物理本質我們往往無從知道，但不必管它的物理本質如何，我們就把它叫作力。於是力的概念在力學中乃是最基本的了，因為學會了力的測定，我們便能把加於物體的外界作用的原因和它的數量均顯示出來了。

由於機械運動的定義，我們必得說某一物體對於另一物的運動。因此在研究某物體或某組物體的運動的時候，我們常拿一指定物體為標準，標記運動物體的位置。譬如拿地球或與地球有不變的聯繫的物體當作標準。我們把觀察所研究的運動取作標準的那個物體，叫作參考系。為便於確定運動物體的位置，我們又虛設一組坐標軸，對該物體，保持不變的聯繫，我們也把它叫作該物體的參考系。

力學的基本定律或公理首先是牛頓(1642—1727)發表的。他假定

有絕對不動的空間存在，換句話說：就是有絕對不動的參考系存在，再加上一個絕對的時間，依此便可以確定絕對的運動。牛頓就是根據這樣的見解發表了他的運動定律。

現代科學否認有絕對不動的空間。所以每次談到運動必需指明運動的參考系，否則運動的概念尤其靜止概念都是毫無意義的。可是在一切可能的參考系內我們可以指出某種參考系，牛頓的基本定律對於它可以適用，不過僅是近似地適用。這種參考系，所謂慣性系，究竟如何確定呢？這個問題將在本教程下冊中另行討論並且還要證明，對於許多力學現象的研究，我們可以把任何與地面有固定關係的參考系當作慣性系，而不至於發生很大的誤差。

牛頓的基本定律，在科學上過了一世紀半無保留地佔據着統治地位。直至十九世紀中葉人們對於觀察磁場與電荷的相互作用，纔發現了有不受牛頓定律支配的力。為研究這種電磁的相互作用，人們創立了一種新科學，名為電動力學。

以後一直到十九世紀終了人們對於牛頓力學或古典力學適應於任何物體的運動還沒有提出疑問，雖然他們當時已經知道水星近日點在百年中遷移的角度約達 $\frac{3}{4}$ 分的現象絕不能拿牛頓力學來解釋。到了二十世紀初期事實積累的更多，都是古典力學無法解釋的。

理論和觀察結果的分歧，引起了狹義相對論的創立。它比古典力學能解釋較多的事實，但是萬有引力並不在內。在學者眼中萬有引力還是同兩百年前一樣的神秘。只不過用超距作用幾個字來形容萬有引力的特性日久成了習慣罷了。為解釋萬有引力，狹義相對論力學後來又被推廣，成為廣義相對論力學。它能夠解釋萬有引力的本性，同時並說明了前面提及的水星近日點遷移的原因。相對論力學拒絕承認牛頓對於空間和時間的見解，而以與我們習慣的見解相差很遠的新概念替代了。不過新理論與舊理論的替換只在速度極大時才顯露出來。物體運動的平常速度不過是光速的很小一個分數，應用牛頓的時空見解和

應用相對論者的見解實際上所得的結果，顯不出差別來的。

放射現象的研究引導我們發現了原子構造極其複雜的事實。此外試用古典力學研究原子內的微體運動的嘗試，例如電子運動亦沒有成功。爲解釋這種運動在本世紀的三十年代又創立了一門新科學，叫作量子力學或波動力學。應用這種新力學人們可以研究原子內的運動。量子力學的原理是與古典力學的原理相差很遠的。

如此看來十八世紀認爲可以解釋一切現象的唯一的古典力學，在二十世紀已經有四種力學代替它了：古典力學，狹義相對論力學，廣義相對論力學和量子力學等四種力學。但是依古典力學推出的結果，既然一般的可以適用，而且在地球上實地應用的條件下總可以適用，亦適用於巨型物體（物體之大小不在分子以下者）的各種力學運動情形，只要是它的速度比光速小的多，那麼古典理論力學的學習研究基本上仍是不可缺少的。

然而任何人也不能肯定的說，力學已經發展到了極點，它的領域將來再沒有擴充，或建立新觀點的必要。列寧在他所著的唯物論與經驗批判論中曾寫過：

但是辯證唯物論堅持任何關於物質構造及其特性的科學命題底近似性和相對性，堅持自然中沒有絕對的界限，堅持運動着的物質之從一種狀態轉變爲另一種狀態，從我們的觀點看來彷彿是與原狀不可調和的，諸如此類，不管不可稱的以太之變化爲可稱的物質和相反的變化，從常識底觀點看來，是如何地奇妙。不管電子之除去電磁性的質量外沒有任何其他質量是如何的奇怪。不管力學的運動規律之只限於自然現象底一個領域並且服從於電磁現象底更深奧的規律，是如何地奇異，以及諸如此類，這一切都是辯證唯物論底更一次的確證。

本理論力學教程是一個古典力學的教程，所討論的內容不出它的範圍。

力學常分爲三部分：運動學，動力學和靜力學。

運動學是從幾何學的觀點來研究物體的運動。不問引起它或改變它的原因，把力和質量的概念，放在旁邊。姑且認為物體的運動既然實現，運動學專研究物體諸點的坐標、速度、加速度和時間的關係，與夫更換參考系時這些個量的變化。

動力學研究物體的運動和對它發生作用的力的關係。

靜力學研究動力學中的一種特殊情形，即是物體的平衡。換句話說，就是力的作用的結果互相抵消的情形。

須知這樣的分類純是武斷性的：因為不可能把力學現象分屬各類，定出明確的界限來，不過我們仍將採用這個分法，為的是便於力學的研究。本理論力學教程分為三部分：靜力學，運動學及動力學。這個分法我們認為合適，其理由有二：

第一：照着這樣的循序分類，提前開始研究力學成為可能，因為要瞭解靜力學，除基本數學概念之外，只須有些解析幾何的初步認識就夠了。等到開始學習運動學的時候，學生纔需要熟悉基本微分學。至於積分學和微分方程式的積分法，只有準備研究動力學的學生才需學習。

第二：在高等專門工業學校不能不從靜力學開始講起的理由，就是這樣纔有可以提前轉入於應用科學研究的可能，因為它們是以靜力學為主要基礎的。

由原則觀點看，從運動學開始研究力學比較相宜，因為敘述整個力學的程序更合理些。採取這樣的分法，可以避免將靜力學分為兩段，中間插入運動學，因為靜力學的第二段須有運動學的知識（譯者附註：虛位移原理按應用說，雖屬於靜力學，但是為說明這個原理須根據工作概念始可，所以當預先認識運動學）。不過由以上所指出實用觀點來看，我們的教程不得不從靜力學開始。寧肯對於力學的敘述與程序的合理性一些。

自然界的物體我們知道有三種狀態：固態，液態和氣態，因而力學常分為三部分：固體力學，液體力學，氣體力學，特別是空氣力學或氣體

動力學。爲創立一個實在物體的近似理論，理論力學利用若干虛構的模型，反映着力學在所考驗的現象中擔任着主要角色的物體的特性。譬如固體受外力的作用時發生的形變往往皆微不足道，於是便自然就會在力學中設想出一種絕對剛體，亦就是說受力的作用而完全不變形的一種物體。有時我們所注意的物體的大小和同一問題中其他度量相比，甚爲微小，小到可以略去，於是在力學中自然會設想出了質點。亦就是說一種物體，其位置可以拿一個幾何點規定出來而同時尚具有一相當的質量。在流體力學中人們時常認爲一個液體是沒有可壓性亦沒有內摩擦的，換言之，即沒有黏滯性。總之理論力學是利用諸如此類虛構的模型。所以理論力學爲一切其他機械學的基礎，因爲憑藉理論力學機械運動的原理，纔能夠普遍地與確切地研究和分析。因此應用力學，如材料力學，機構學和機械學等等的理論，都是一定不移地以理論力學的推論和方法爲基礎的。

作爲力學起點的若干公設和原理，是由全人類自有史以來所積累起來的經驗加以推廣而得到的結果。這些公設和原理的確實性隨時都可由我們在實在現象領域中所觀察到的實踐事實得到了證明。此外還須加上對於種種問題的實驗結果，應用力學經常要用試驗來檢驗是必要的。總之理論力學是以公設及原理爲基礎，取道於數學而發展的。雖然理論力學隨時借用數學方法來進行研究，但須了解，理論力學還是自然科學的一部分，亦是研究大自然的一種科學，儘管它是所有自然科學裏最抽象的一種。

理論力學之確實性是依靠它的基本原理的確實性爲轉移的。因爲這些原理的數學推論，只要原理正確，是不會發生錯誤的。所以將算出的結果和觀測的結果兩相比較，設有不符之處，我們就不能不懷疑到理論力學所採取的原理的確實性。

關於敘述理論力學所用的數學方法，要主意本教程所採用的是矢量法。其理由如次：力學所論的若干物量如力，力矩，力偶的力矩，線速

度，角速度等等，是用矢量代表的。事實上矢量學本身就是研究力學物量的數學性質經過普遍的發展所得的結果。又借入電學的若干矢量形式，力學矢量形式的範圍更加擴大。所有矢量的基本算法顯然是力學及電學中的諸對應物量，加以分析和推廣而得的結果。理論力學用矢量法來敘述，不但是很自然的，並且使各種力學量和數學量之成系統以及力學各部分所用推究法之相似更為明顯。譬如一個熟悉矢量論的人，只要知道力學的某種物量是用矢量可代表出來的，他便即刻能夠推出這種力學物量的主要特性，而且對於它們還有清晰的印象。這樣看來理論力學裏的矢量的應用可使力學概念的本性和概念的幾何形象都更加容易記憶；它可使在理論力學各部分的種種事實裏面找出一個數學系統成為可能；可使公式之推演更簡單更容易；可使公式縮減；可使公式的記憶和閱讀更加容易；可使推演時不需依靠任何坐標系。

保存到現在的歷史建築物證明力學概念的起源應當到遠古去探索，在理論出現以前人類早就在他的經濟和工業活動中積累下散漫着的力學概念了。

在往古時代除了積累觀察的紀錄之外，人們已經試用理論的解釋去明瞭它們。如是由亞基默德證實了槓桿的原理，其意味雋永至今未減。於是尚視作物理學一部分的靜力學出世了。動力學出現於新世紀之初，因為當時為應付實際的需要種種動力學問題必須解決。同時顯而易見的大自然的研究不能像古時那樣只限於抽象的推理，而應該求助於有系統的試驗和觀察了。動力學的創立者是伽利略(1564—1642)，特別是牛頓。他是繼起的近代力學，或古典力學或牛頓的力學的創立者(Principia 1686)。牛頓以後理論力學發展的成功完全仗着數學，尤其是數學解析的應用。

在大有供獻於理論力學，使其順利發展的科學家們當中，首先應舉出歐賴(Эйлер 1707—1788)，(力學或運動科學解析法地說明)和拉剛若(Лагранж 1736—1818)。拉剛若的著作名為解析力學(1788)。著者

給與了力學附上一個純粹解析的性質，對於十九世紀力學的進展發生了很大的影響。拉剛若以後理論力學的物理性質可以說是被遺忘了，整個的理論力學都看作應用數學了，而且在這個領域裏獲得重要的結果。當時在我國大學中，甚至於有用應用數學的字樣代替理論力學的。但在二十世紀的頭二十五年間理論力學又恢復了它的重要地位，算作研究自然科學的一種科學。這種趨勢在相對論力學和量子力學產生後尤為明顯。總之，靜力學產生在古代，動力學出現於十七世紀的末二十五年間。至於運動學，它是在十九世紀的前五十年代才形成理論力學中的一個獨立部分。這多半是由於運動學對於研究機構和機器的運動的需要日見增加所促成的。

我國對於力學的各種研究的創立和發展曾都有重要的供獻。最顯著的是對於液體及氣體力學。我國對於一般理論力學的供獻也不在少處。在我國第一個理論力學的創立者是歐賴。他在彼得堡居住三十一年。卒於此處。他的著作力學或運動的科學解析地說明是在彼得堡寫成和發表的。這本書使理論力學向解析學的途徑發展有了很大的影響。拉剛若亦受過它的影響。科學院的歐司多加得斯基（Михаил Васильевич Остроградский, 1801—1861）對於理論力學由解析途徑獲得了不少的基本結果。我國很多有名的力學科學家都屬於歐氏學派的。歐司多加得斯基發明了動力學的變化原理名為歐司多加得斯基—哈密爾敦原理，因為有一個英國人哈密爾敦與歐氏同時亦發明了這個原理，但不如歐氏的那樣廣泛。對於機構的解析理論的發展我國科學院有名的學者澈比澈夫（Пафнутий Львович Чебышев 1821—1894）的著作提供了很大的協助。剛體繞着一固定點的運動，可以澈底用解析法研究的我們所曉得的三種情況，其中一種的發明要歸我國，就是柯娃耐弗司卡婭的運動特況（София Васильевна Ковалевская 1850—1891）。李亞卜諾夫（Александр Михайлович Ляпунов 1857—1918）關於運動的穩定的著作[關於運動的穩定(1892)年]直到現在在全世界文獻中還沒

有能超過他的。儒科弗斯基 (Николай Егорович Жуковский 1847—1921), 號稱俄羅斯航空之父, 以他的空氣動力學的研究工作聞名於全世界; 而這空氣動力學便是計算飛機的根據。儒科弗斯基的很多的工作, 關於所有理論力學和應用力學的各部門的都是因實踐的迫切而產生的。在儒科弗斯基的眼中力學並不是理論力學的一個分科而實在是一門自然科學。儘管在它的各個發展過程中到處借助於一切數學的方法, 它還是靠實驗為基礎的。查卜里金 (Сергей Алексеевич Чаплыгин 1869—1942) 科學院的院士, 在空氣動力學, 液體力學和理論力學方面作過許多的工作。他曾求出受不整約束的體系的動力方程式。麥澈爾斯基 (Иван Всеволодович Мещерский 1859—1935) 教授是發表具有變質量質點的運動方程式的第一個人。這對於反應運動的理論非常重要。

在蘇聯三十年來的力學那本書中可以找到關於蘇聯力學的發展, 許多的極可寶貴和極有意義的材料。該書引證從 1917 年以來俄國力學史最重要的事實。

工程師和科學工作者, 如果要為我國社會主義建設作出有效的工作, 必須要照最高的工作效率解決向他們提出來的問題, 而且要給科學和技術開闢新的道路。毫無疑問, 理論力學範圍裏的深刻的知識必能幫助他們完成這個光榮任務, 因為理論力學是許多技術教學的基礎, 而且它的方法可以直接用於解決各樣的技術問題。

靜 力 學

第一章 力爲矢量

§ 1. 剛體與質點

靜力學的西文名稱是從希臘文的 *Статис* 一詞演變出來的，這個詞的意思是：停留，不動，靜止。就是說靜力學是研究物體受外力的作用而仍保持靜止狀態的一種科學。用(引言中所說的)一個慣性坐標系當作標準來確定物體的位置，如果物體受到諸力的作用時，對於所選取的慣性坐標系靜止不動，我們就稱它爲絕對平衡。

因此在下文中每遇到：“固定點”，“固定軸”……等等名詞，我們永久了解爲不變地聯繫於慣性系之點，不變地聯繫於慣性系之軸，等等。

對於任何其他坐標系(不變地聯繫於所選擇的慣性系者除外)物體的靜止則均稱相對平衡。靜力學所考查的，只限於物體的絕對平衡。不過我們現在就指出，但暫不證明絕對平衡的規律，一般的，按一定的方法，也可推及於地面上諸物體的平衡，此說的理由以及整個相對平衡的理論，講到動力學纔能敘述。見本教程下冊。

凡物體受到力的作用時，無論處於靜止或運動狀態，其形狀必有改變。這就是所謂的物體形變。形變可以很顯著，例如：橡皮筋的伸長，彈簧的伸展，金屬細桿的彎曲，諸如此類。但是形變也有時小到看不出的程度，甚至於需用專門儀器纔能測驗出來，例如：鋼軌兩端受拉力時的伸長。物體因外力作用而呈露形變，將在力學內稱爲彈性力學的一部分和在材料力學中去研究。在普通理論力學中物體均設爲剛體，而將形變一律略去。所謂絕對剛體就是受到力的作用而不變形的物體或是內部各點的相對位置不會改變的物體。許可我們用絕對剛體 $\ominus$ 來代

$\ominus$ 以下簡稱爲剛體。