

多变量非线性系统的 神经网络逆控制方法

戴先中 著



科学出版社

www.sciencep.com

多变量非线性系统的 神经网络逆控制方法

戴先中 著

东南大学科技专著出版基金资助



科学出版社

北京

内 容 简 介

非线性系统控制,尤其是多变量非线性系统控制既有理论上的困难,更是一个工程难题.本书将逆系统线性化解耦方法与神经网络逼近原理相结合,系统地阐述了多变量非线性系统控制的神经网络逆系统方法,并给出了工程化的神经网络逆复合控制器的设计方法和各种应用实例.本书是作者从事多项国家自然科学基金和国家杰出青年科学基金项目的科研成果专著.

本书注重理论联系实际,不仅为从事自动控制的科技人员提供了一种解决多变量非线性系统控制问题的工程化设计方法,而且能在理论研究与工程应用上对读者有所启发与帮助.

本书主要读者为从事自动控制的高校师生、院所科研人员 and 工程技术人员,也可供从事其他自动化(如电力系统自动化、机械制造自动化、化工自动化等)工作的高校师生、科技人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

多变量非线性系统的神经网络逆控制方法/戴先中著. -北京:科学出版社, 2005

ISBN 7-03-016543-8

I. 多… II. 戴… III. 多变量系统:非线性系统(自动化)-人工神经网络-自动控制 IV. TP183②TP273

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第141451号

责任编辑:范庆奎/责任校对:钟 洋

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年12月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2005年12月第一次印刷 印张: 13

印数: 1—3 000 字数: 241 000

定价: 35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

在控制中, 历来有模型论与无模型论 (非模型论) 之说. 模型论, 其理论建立在被控对象精确的数学模型上, 往往具有一整套严密的理论方法, 但实际应用较困难, 如现代控制理论中的最优控制、非线性控制理论中的逆系统方法; 而无模型论 (非模型论), 建立在经验或试验、学习的基础上, 不依赖或不完全依赖于被控对象的数学模型, 虽尚未形成严密的理论, 但应用较方便, 如经典控制中的 PID、智能控制中的神经网络方法. 对于线性系统控制来说, 两者各有用武之地, 往往可根据实际问题灵活应用. 但对于多变量非线性系统控制来说, 问题就没有那么简单, 单一的模型论或无模型论均无法很好地解决多变量非线性系统的实际工程控制问题.

为了将模型论理论严谨、无模型论应用方便的优点互补, 寻求一种理论严谨、易工程化的非线性系统控制方法, 在多项国家自然科学基金、国家杰出青年科学基金项目的资助下, 1994 年以来, 作者将理论比较成熟的逆系统方法与对未知非线性函数具有逼近与学习功能的神经网络相结合, 提出了多输入多输出连续非线性系统的神经网络逆系统控制方法, 并发展成为一种系统性的控制器设计方法, 经多领域的应用证实了方法的有效性、先进性与广泛适用性.

本书将系统地介绍多变量非线性系统的神经网络逆控制方法及其工程应用, 为读者提供一种全新的工程化的线性化解耦控制方法以及系统性的控制器设计方法. 可以说本书不仅将丰富、发展非线性系统控制理论、神经网络理论与神经网络控制理论, 而且将为提高我国工程应用中对各类非线性系统的控制水平做出贡献. 同时, 本书根据作者理论联系实际的科研成果与经验而作, 相信能在理论研究与工程应用上给读者有所启发与帮助.

本书的读者群, 定在具有工科数学与控制基础的大学生、研究生、高校教师、工程师和科技人员. 为使仅具有工科数学与控制基础的本科毕业生都能读懂本书全部内容, 作者花了大量的时间, 研究如何不引入深奥的数学知识、如何进行通俗易懂的数学推导与证明. 这样做或许有理论不严密之弊, 但从能让更多的人掌握并应用一种实用方法的角度, 应该说利将大于弊. 同样地, 为了使仅掌握常微分方程与线性系统控制知识的大学生也能读懂本书的绝大多数内容, 并能将方法成功地应用于实际工程, 本书将用少量的篇幅扼要地介绍与本书有关的数学基础、神经网络原理与一些必要的工程背景知识.

在本书即将出版之际, 作者衷心地感谢国家自然科学基金、国家杰出青年科学基金多年的支持, 感谢东南大学科技专著出版基金的资助, 也要对关心本书、为本书提供素材和建议的许多老师、同学表示由衷的感谢. 作者要特别感谢何丹、王万成、张腾和张凯锋四位博士为完成本书所做出的贡献.

本书是多变量连续非线性系统的神经网络逆控制方面的第一本专著, 在内容选择和结构安排上, 以及在概念引入 (定义) 和理论推导 (证明) 中, 难免会有不当之处, 诚挚地希望能听到各方面的批评意见, 以便能作进一步的修改, 使其不断完善.

戴先中

于东南大学

2005 年 5 月 4 日

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
第 2 章 神经网络逆控制方法概述	6
2.1 非线性系统的逆系统	6
2.1.1 逆系统	6
2.1.2 逆系统的实现(构造)	9
2.2 非线性系统的神经网络逆系统	9
2.2.1 逆系统解析实现的困难和神经网络逆系统的提出	9
2.2.2 神经网络逆系统结构	11
2.3 非线性系统的神经网络逆控制方法	12
2.4 小结	16
第 3 章 逆系统	17
3.1 逆系统的基本概念	17
3.1.1 逆系统	17
3.1.2 系统的可逆性	19
3.1.3 伪线性复合系统——线性化解耦系统	20
3.2 基于状态方程描述 SISO 系统的逆系统	22
3.2.1 SISO 非线性系统的相对阶	23
3.2.2 SISO 系统的可逆性	24
3.2.3 SISO 逆系统的解析实现	28
3.3 基于状态方程描述 MIMO 系统的逆系统	29
3.3.1 Interactor 算法	30
3.3.2 MIMO 非线性系统的向量相对阶和向量本性阶	37
3.3.3 MIMO 系统的可逆性——函数可控性	43
3.3.4 MIMO 逆系统的静态、动态解耦及其解析实现	50
3.4 基于输入输出微分方程描述系统的逆系统	59
3.4.1 SISO 系统的可逆性	60
3.4.2 SISO 逆系统的解析实现	63

3.4.3 MIMO 系统的可逆性	63
3.4.4 MIMO 逆系统的解析实现	68
3.4.5 不同描述系统的逆系统之间的关系	69
3.5 伪线性复合系统	71
3.5.1 伪线性复合系统的状态方程描述	72
3.5.2 完全线性化与部分线性化	76
3.5.3 隐动态问题	78
3.6 广义逆系统	79
3.6.1 广义逆系统的概念	79
3.6.2 基于输入输出微分方程描述系统的广义逆系统	80
3.6.3 基于状态方程描述系统的广义逆系统	85
3.7 小结	87
附录 A 雅可比矩阵、雅可比矩阵的秩与行列式的关系	88
附录 B 隐函数定理和反函数定理	92
第 4 章 神经网络逆系统	93
4.1 神经网络逆系统的提出	93
4.2 连续时间动态神经网络	95
4.2.1 人工神经元与神经网络	95
4.2.2 静态神经网络	98
4.2.3 动态神经网络	104
4.2.4 构造逆系统的动态神经网络	106
4.3 神经网络逆系统的结构	111
4.3.1 神经网络逆系统的基本结构	111
4.3.2 神经网络逆系统的扩展结构	112
4.3.3 神经网络逆系统结构的确定	113
4.4 神经网络逆系统的学习、训练	115
4.4.1 神经网络逆系统的训练结构与步骤	116
4.4.2 激励信号的选取	117
4.4.3 训练样本的获取	118
4.4.4 神经网络的选型与训练	120
4.4.5 神经网络逆系统训练综合例	120

4.5 神经网络逆系统的线性化解耦效果	122
4.6 小结	126
附录	127
第 5 章 神经网络逆系统控制方法	129
5.1 伪线性系统的动态特性分析	130
5.1.1 伪线性系统的非理想线性化解耦特性	131
5.1.2 伪线性系统的“物理特性”	131
5.2 神经网络逆复合控制器	132
5.2.1 被控系统的静、动态特性分析	133
5.2.2 神经网络逆系统设计	137
5.2.3 附加控制器设计	141
5.3 神经网络逆+输出反馈控制	141
5.4 神经网络逆+线性最优控制	145
5.5 小结	148
第 6 章 神经网络逆控制应用例	150
6.1 多自由度机械手解耦控制	151
6.1.1 多自由度机械手的动力学模型及其可逆性	151
6.1.2 多自由度机械手的神经网络逆系统控制	154
6.2 遥操作机器人解耦控制	156
6.2.1 遥操作机器人的主从控制结构与通讯延时	156
6.2.2 神经网络广义逆系统——从控制器	157
6.2.3 Smith 预估器——主控制器	158
6.2.4 遥操作机器人主从控制器的实际设计	160
6.3 生物发酵过程解耦控制	164
6.3.1 生物发酵过程模型	164
6.3.2 可逆性分析	167
6.3.3 发酵过程的神经网络逆解耦控制	170
6.4 感应电机解耦控制	171
6.4.1 感应电机模型	171
6.4.2 可逆性分析	173
6.4.3 感应电机的神经网络逆解耦控制	174

6.4.4 神经网络逆系统辨识·····	175
6.4.5 神经网络逆解耦控制效果·····	176
6.5 电力系统发电机控制·····	179
6.5.1 电力系统的非线性微分-代数结构模型·····	179
6.5.2 发电机的非线性微分-代数结构模型·····	180
6.5.3 具有微分-代数结构的发电机模型的可逆性分析·····	184
6.5.4 采用扩展结构的发电机神经网络逆解耦控制·····	188
6.5.5 不同输出函数下的神经网络逆控制·····	188
6.5.6 两区域四机电力系统的神经网络逆控制·····	189
6.6 小结·····	193
参考文献·····	194

第1章 绪 论

非线性是实际系统中普遍存在的现象,有些是由于系统本身的固有特性所产生(如磁路中的饱和非线性),有些是因系统变量之间的非线性关系而造成(如对线性电阻,其电流与功率之间的平方非线性),还有一些是人为引入的非线性环节(如继电器的滞环非线性).因此,非线性系统是具有一般性的系统.

非线性系统的输入与输出之间的关系比线性系统复杂得多,它与线性系统的本质区别在于它的响应不满足叠加原理.而对多变量(多输入多输出)非线性系统来说,各变量之间往往还存在着耦合关系(如多自由度机械手之间的耦合关系),使输入与输出之间的关系更复杂.

对定常多变量非线性系统,其状态方程描述的数学模型的一般表达式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \end{cases} \quad (1.1)$$

与线性系统的控制理论已相当成熟截然不同,对非线性系统的控制,尤其是对式 1.1 描述的一般形式的多变量非线性系统的控制还远未成熟^[1~3].

早期对于非线性系统控制的一些研究成果^[1,2],如相平面法、李雅普诺夫法、波波夫法、输入输出稳定法、近似线性化法(即局部线性化法)、描述函数法(即谐波线性化法)和滑模变结构控制法等等,虽已经被用于实际的非线性系统控制,但各有其局限性,都不能有效处理较复杂的式 1.1 描述的一般形式的多变量非线性系统.

利用反馈的方法将非线性系统变换为线性系统,然后再按线性系统理论完成系统综合的方法——称为反馈线性化方法^[4~10],是非线性系统控制研究方向的一次重要突破.经过近 20 年的发展,反馈线性化方法已经成为非线性系统控制理论中一种有效的方法,包括微分几何方法和逆系统方法等.反馈线性化方法与其他传统方法的一个主要不同点在于:它能处理式 1.1 描述的一般形式的多变量非线性系统,因而从理论上讲是具有一般性的方法.

逆系统方法^[10~28]是非线性反馈线性化方法中一种比较形象直观且易于理解的方法.逆系统方法的基本思想是:首先,利用被控对象的逆系统(通常可用反馈方法来实现),将被控对象补偿成为具有线性传递关系的系统;然后,再用线性系统的理论来完成系统的综合,实现在线性系统中能够实现的诸如解耦、极点配置、二次型指标最优、鲁棒伺服跟踪等目标.逆系统方法的特点是:物理概念清晰,既直观又易于理解,不需要高深的数学理论知识.

但是,应用反馈线性化方法,要求被控对象的数学模型和具体的系统参数必须预先知道,这在实际中是很困难的(实际被控对象或过程往往极其复杂或根本无法精确建模)。除此之外,采用逆系统方法,要求能获得原系统的逆系统,即求解出逆系统的解析表达式^①,这就给逆系统方法的实现带来了许多难以解决的困难。这表明,逆系统方法虽然在理论上是可行的,但存在着实际工程应用“瓶颈”。

针对控制对象及其环境、目标和任务的不确定性和复杂性而提出并快速发展的智能控制方法,不依赖或不完全依赖于被控对象的数学模型,20世纪70年代以来发展很快。目前能称为智能控制^[29~41]的方法有:①模糊控制——使用模糊推理和计算作为控制系统的决策环节;②神经网络控制——使用人工神经网络作为控制系统的补偿或辨识环节;③专家系统控制——使用专家系统作为控制系统的决策环节。

神经网络是一个具有自适应能力的高度非线性的动力学系统,对未知非线性函数具有出色的逼近与学习功能,可以用来描述认知、决策和控制等智能行为,已形成了许多种基于神经网络的控制器设计方法。但与其他智能控制方法一样,神经网络控制作为一种独立的控制方法尚有其不足之处,成为一种自成体系的控制方法还有待时日。重要原因之一是,神经网络自身的高度非线性,使神经网络自身的数学模型难以获得,再加被控对象的数学模型未知,使得从理论上难以对整个控制系统进行稳定性与收敛性分析。

综上所述,反馈线性化方法理论严谨,但要求被控对象的数学模型和系统参数精确已知,实际应用很困难;而智能控制方法恰相反,不依赖或不完全依赖于被控对象的数学模型,应用方便,但理论分析很困难。这实际上正是所谓的模型论与无模型论各自具有的鲜明的优缺点。如能将模型论与无模型论的优点互补,即将反馈线性化方法理论严谨与智能控制方法不完全依赖被控对象的数学模型(应用方便)相结合,定能收到“事半功倍”之效。本书介绍的多变量非线性系统控制的神经网络逆系统方法^[42~86],正是基于这一思想提出的。

神经网络逆系统控制的基本原理是:采用由静态神经网络和若干积分器组成的动态神经网络来构造被控多输入多输出连续非线性系统的逆系统,对被控系统进行“线性化”并解耦,然后对线性化解耦后的各线性子系统设计闭环控制器,从而获得优良的静、动态特性与抗干扰能力。

由此可见,神经网络逆系统控制方法包含了三部分理论(原理):①对被控多输入多输出连续非线性系统进行线性化解耦的逆系统原理;②构造连续系统的动态逆系统的神经网络原理;③对线性化解耦后的各线性子系统设计闭环控制器的线性系统理论。这三部分理论(原理)的有机补充(而不是简单的叠加)相得益彰,构成了

^①对其他反馈线性化方法,也有类似的要求。如对微分几何方法,则要求求解一组偏微分方程,这常常是极其困难的。

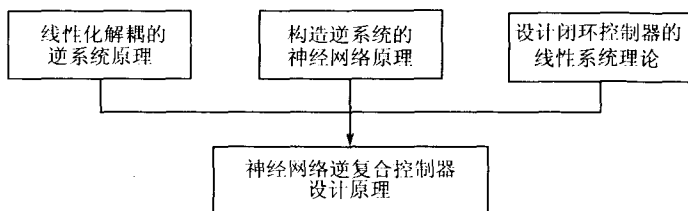


图 1.1 神经网络逆系统复合控制器设计理论与其三部分基础理论 (原理) 的关系图

神经网络逆系统复合控制器的完整的设计理论, 其形象化的结构关系如图 1.1.

本书将系统阐述对被控多输入多输出连续非线性系统进行线性化解耦的逆系统原理; 详细介绍如何采用神经网络来构造连续系统的动态逆系统; 并在扼要回顾线性系统控制理论的基础上系统介绍神经网络逆系统复合控制器的设计理论; 最后介绍神经网络逆系统方法在机器人控制、感应电机控制、生物发酵设备控制、电力系统发电机控制等领域中的应用. 本书的内容是这样安排的:

第 1 章扼要介绍非线性系统的普遍性与非线性系统控制的困难, 介绍理论严谨的反馈线性化方法和不完全依赖被控对象数学模型的智能控制方法各自的优缺点, 介绍将理论比较成熟的逆系统方法与对未知非线性函数具有逼近功能的神经网络相结合的思路, 以及阐明多变量非线性系统控制的神经网络逆系统方法与其包含的三部分理论 (原理) 的关系.

第 2 章是本书的一个入门性的介绍. 为在详细介绍神经网络逆系统复合控制器设计原理基于的三部分理论 (原理) 之前, 能让读者对神经网络逆系统方法有一个较全面地了解. 第 2 章主要通过举例的方式, 引入并介绍多变量非线性系统的逆系统、神经网络逆系统和伪线性复合系统等基本概念, 介绍逆系统对非线性强耦合系统的线性化和解耦能力, 介绍非线性系统的神经网络逆控制方法基本原理和设计神经网络逆复合控制器的基本步骤.

第 3 章为逆系统线性化方法构筑理论基础. 在第 3 章中, 在详细介绍多输入多输出连续非线性系统的逆系统、系统的可逆性和伪线性复合系统等基本概念的基础上, 将针对基于状态方程描述的和基于输入输出微分方程描述的一般非线性系统, 详细分析其可逆条件、逆系统的表达式及其相应的解析实现形式; 并通过给出伪线性复合系统的状态方程描述, 分析输出函数在逆系统线性化方法中的重要作用: ①决定系统是否可逆; ②决定伪线性复合系统中是否含有隐动态; ③决定伪线性复合系统中含有的隐动态是否稳定. 第 3 章为逆系统线性化方法提供了坚实的理论基础, 但回避了逆系统线性化方法在应用中的“瓶颈”问题——解析逆系统的实现困难, 而这正是第 4 章所要讨论和解决的.

为此,在第4章中,着重讨论解决逆系统线性化方法在应用中的“瓶颈”问题.因此可以说,第4章为逆系统线性化方法构筑应用基础.在这一章中,首先简要介绍人工神经网络的一些基本概念和基本功能,在此基础上,给出具有逼近动态逆系统能力的连续时间动态神经网络,给出神经网络逆系统的两种常用的结构——基本结构与扩展结构.神经网络逆系统的基本结构在结构形式上完全同对应的解析逆系统;而扩展结构是在基本结构的基础上,通过引入(利用)对被控原系统的参数测量、干扰估计等信号,使神经网络逆系统具有对原系统变化的适应能力与抗干扰能力.神经网络逆系统的扩展结构形式,不再直接对应于解析逆系统的结构形式,可以说是通常意义下的逆系统在概念与应用上的一种拓展、一种升华.在介绍了神经网络逆系统的学习、训练之后,在第4章的最后一节,对神经网络逆系统能否起到逆系统的作用——神经网络逆系统的线性化解耦效果进行了检验.结果表明,通过构造神经网络逆系统确实可以实现复杂非线性系统的大范围内的线性化和解耦,不过并不能够达到完全理想的线性化解耦效果.

在构筑了逆系统线性化方法的理论基础与解决了逆系统线性化方法的应用“瓶颈”(并且拓展了逆系统的概念与应用范围)之后,第5章将详细介绍神经网络逆系统控制方法.在这一章中,首先详细分析伪线性复合系统的非理想特性——近似线性化与不完全解耦,分析被控系统的物理特性对伪线性系统的动态特性的影响,从而引出设计神经网络逆复合控制器的必要性与设计时需注意的问题.在此基础上,给出神经网络逆复合控制器的设计步骤与几种常用的神经网络逆复合控制器的设计方法,从而使神经网络逆系统控制方法真正成为一种实用的非线性系统控制器设计方法.

如果说本书第3章解决的是逆系统线性化方法的理论问题——使神经网络逆系统控制方法“理论严谨”,第4章解决的是逆系统线性化方法的应用“瓶颈”问题——使神经网络逆系统控制方法“应用方便”,则第5章解决的是完整的神经网络逆复合控制器的设计与应用问题——使神经网络逆系统控制方法真正“走入工程”.从这个意义上讲,本书第2章到第6章内容之间的关系可描述成图1.2.

为展示神经网络逆系统控制方法的广泛适用性,在第6章中,由易到难,有选择地介绍神经网络逆系统控制方法在多个领域中的5个应用例,分别是多自由度工业机器人的快速位置跟踪控制、具有时延的遥操作机器人位置跟踪控制、生物发酵设备解耦控制、感应电机转速与转子磁链解耦控制、以及实际电力系统中发电机励磁与汽门解耦控制.精选介绍以上多领域应用例的目的,一方面是让读者对神经网络逆系统控制方法的应用有更全面、深入的了解,同时也是给读者提供一种示范作用,使读者了解如何将一种控制方法(原理)真正应用于工程实际.

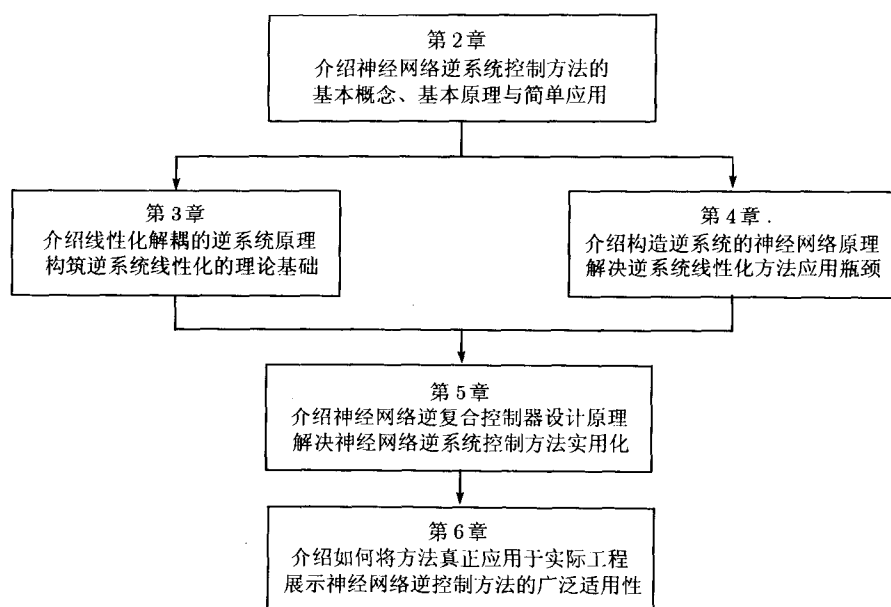


图 1.2 本书各章主要内容及其相互关系的示意图

第 2 章 神经网络逆控制方法概述

本章是本书的一个入门性的介绍. 主要通过举例的方式, 简明扼要地介绍本书涉及的多变量非线性系统的逆系统、神经网络逆系统和伪线性复合系统等基本概念, 以及本书要着重论述的线性化解耦的逆系统原理、构造逆系统的神经网络原理和神经网络逆复合控制器设计原理与设计步骤, 使读者在通读全书之前能对神经网络逆控制方法有一个初步、但是较全面的了解.

2.1 非线性系统的逆系统

2.1.1 逆系统

首先举两个例子来说明逆系统的概念与线性化、解耦作用.

例 2.1.1 考虑由输入输出微分方程描述的单输入单输出 (以下用 SISO 表示) 非线性系统

$$\ddot{y} + 3y^2\dot{y} + y^3 = u, \quad (2.1.1)$$

其中 u 为输入、 y 为输出. 将上式两边对换, 即

$$u = \ddot{y} + 3y^2\dot{y} + y^3. \quad (2.1.2)$$

设 $\varphi = \ddot{y}$, 则有 $\int \varphi dt = \dot{y}$, $\iint \varphi dt^2 = y$, 上式可转换为

$$u = \varphi + 3 \left(\iint \varphi dt^2 \right)^2 \left(\int \varphi dt \right) + \left(\iint \varphi dt^2 \right)^3. \quad (2.1.3)$$

如根据式 2.1.3 构造这样一个系统, 以 u 为输出、 φ 为输入, 并按图 2.1.1 所示的方式将系统 2.1.3 串接在系统 2.1.1 之前, 复合系统就成为一个以 φ 为输入、 y 为输出的线性系统, 其输入输出关系可表示为

$$\varphi = \ddot{y}, \quad (2.1.4a)$$

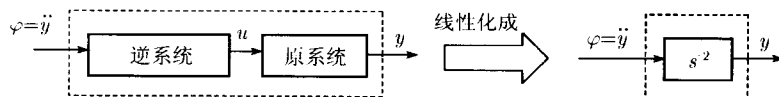


图 2.1.1 基于逆系统的 SISO 系统线性化示意图

其输入输出传递函数则可表示为

$$G(s) = s^{-2}. \quad (2.1.4b)$$

系统 2.1.3 就称为系统 2.1.1 的逆系统, 而系统 2.1.1 对应地称为原系统.

让我们再举一个实际的多输入多输出 (以下用 MIMO 表示) 非线性系统的例子.

例 2.1.2 一个 n 自由度的机器人机械手的动力学模型可以表示为

$$D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau, \quad (2.1.5)$$

其中输入 τ 为 $n \times 1$ 维控制力矩向量, 输出 θ 为 $n \times 1$ 维机械手关节角向量, $D(\theta)$ 为 $n \times n$ 维惯量阵, $H(\theta, \dot{\theta})$ 为 $n \times 1$ 维哥氏及离心力矩向量, $G(\theta)$ 为 $n \times 1$ 维重力力矩向量. 类似式 2.1.2, 将上式两边对换得

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta),$$

简化表示为

$$\tau = \phi(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta). \quad (2.1.6)$$

同样设 $\varphi = \ddot{\theta}$, 则有 $\int \varphi dt = \dot{\theta}$, $\iint \varphi dt^2 = \theta$, 上式可转换为

$$\tau = \phi\left(\varphi, \int \varphi dt, \iint \varphi dt^2\right). \quad (2.1.7)$$

如根据式 2.1.7 构造这样一个系统, 以 τ 为输出、 φ 为输入, 并按图 2.1.2 所示的方式, 将系统 2.1.7 串接在系统 2.1.5 之前, 复合系统就成为一个以 φ 为输入、 θ 为输出的线性解耦系统, 称为伪线性解耦系统, 即 n 维输入控制向量 φ 与 n 维输出关节角向量 θ 间具有一一对应的线性输入输出关系, 即有

$$\varphi_i = \ddot{\theta}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.1.8a)$$

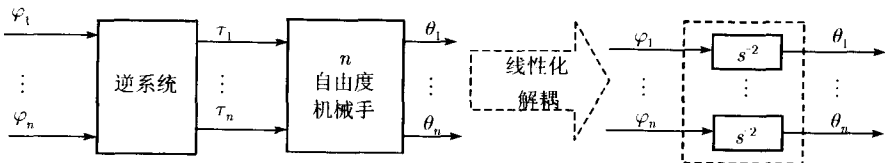


图 2.1.2 基于逆系统的 MIMO 系统线性化解耦示意图

其输入输出间的传递函数可表示为

$$\begin{aligned} G(s) &= \text{diag}(G_1(s), \dots, G_n(s)) \\ &= \text{diag}(s^{-2}, \dots, s^{-2}). \end{aligned} \quad (2.1.8b)$$

系统 2.1.7 同样称为系统 2.1.5 的逆系统.

以上两例说明, 如能构造出原系统 (2.1.1 或 2.1.5) 的逆系统 (2.1.3 或 2.1.7), 并将其串接在原系统之前, 则原 SISO 非线性系统 2.1.1 被线性化成为一个线性积分系统 2.1.4——称为伪线性系统; 而原 MIMO 非线性耦合系统 2.1.5 被线性化和解耦成为 n 个互相独立的线性积分系统 2.1.8——分别称为伪线性子系统. 从控制的角度, 这是非常理想的. 如对于机械手的控制, 只要按照机械手的期望轨迹 θ^* 根据式 2.1.8a 计算出控制量 φ (即计算出 $\varphi_i = \ddot{\theta}_i^*, i = 1, 2, \dots, n$) 加到逆系统的输入端, 理论上就能实现机械手轨迹的准确控制.

需要说明的是, 由于系统非线性、耦合的多样性, 实际的非线性系统并不像系统 (式 2.1.1 和 2.1.5) 那样可以方便地获得逆系统的表达式, 甚至有可能逆系统根本不存在 (即系统不可逆). 下面进一步举例说明如何判断系统可逆、如何获得逆系统表达式的一般形式 (详细介绍将在第 3 章中给出).

例 2.1.3 考察如下的 MIMO 系统

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = -6.4y_1 - 1.6\dot{y}_1 + 4u_1/(0.5 + \dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2)^{1/2}, \\ \ddot{y}_2 = -5y_2 - \dot{y}_2/e^{y_1} + 2u_2(2 - u_1)^{1/3}, \end{cases} \quad (2.1.9)$$

其中 u_1, u_2 为输入, y_1, y_2 为输出. 显然上式无法简单地表示成式 2.1.2 或 2.1.6 那样的直观形式, 即无法采用上两例中简单的方法求逆系统的表达式.

将原系统 2.1.9 写成更一般的形式:

$$\begin{cases} f_1(\cdot) = \ddot{y}_1 + 6.4y_1 + 1.6\dot{y}_1 - 4u_1/(0.5 + \dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2)^{1/2} = 0, \\ f_2(\cdot) = \ddot{y}_2 + 5y_2 + \dot{y}_2/e^{y_1} - 2u_2(2 - u_1)^{1/3} = 0, \end{cases} \quad (2.1.10)$$

并求函数 f_1, f_2 对输入 u_1, u_2 的雅可比矩阵 (参见第 3 章附录 A), 即

$$\frac{\partial(f_1, f_2)^T}{\partial(u_1, u_2)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4/(0.5 + \dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2)^{1/2} & 0 \\ \frac{2u_2(2 - u_1)^{-2/3}}{3} & -2(2 - u_1)^{1/3} \end{bmatrix}. \quad (2.1.11)$$

在 $u_1 \in (-2, 2)$ 区间内, 上式的行列式即

$$\det \left[\frac{\partial(f_1, f_2)^T}{\partial(u_1, u_2)} \right] = 8(2 - u_1)^{1/3} / (0.5 + \dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2)^{1/2} \neq 0.$$