

航空仪表计标与结构

下 册

Д. А. 布拉斯拉夫斯基、С. С. 罗古诺夫

Д. С. 别里包尔 著

国防工业出版社

PDG

目 录

第三篇 航空陀螺仪表和自动驾驶仪

第十八章 陀螺应用理论	1
§ 75 陀螺概念	1
§ 76 转弯加速度	4
§ 77 陀螺矩	7
§ 78 陀螺的运动定律	11
第十九章 测量角速度和角加速度的仪表	20
§ 79 转弯仪	20
§ 80 角速度传感器	28
§ 81 缓冲陀螺仪	33
第二十章 垂直方向陀螺指示器	39
§ 82 飞机垂直线方向的测定	39
§ 83 比例校正式陀螺垂直仪	43
陀螺垂直仪在固定基座上的运动方程	46
陀螺垂直仪因地球运转和飞机运动所引起的误差	49
陀螺垂直仪在加速度直线飞行时产生的误差	50
陀螺垂直仪的盘旋误差	53
减小陀螺垂直仪盘旋误差的方法	58
仪表静力不平衡对误差的影响	61
比例校正式陀螺垂直仪的构造	62
§ 84 “有-无”型校正式陀螺垂直仪	64
“有-无”型校正式陀螺垂直仪的误差	66
“有-无”型校正式陀螺垂直仪的构造	72
§ 85 飞机作特技飞行所用的陀螺垂直仪	79
§ 86 基于陀螺动力稳定原理的陀螺垂直仪	86
第二十一章 陀螺航向系统	91
§ 87 飞机航向的测定	91

§ 88 陀螺半罗盘	92
地球运转所引起的误差	94
陀螺转子轴重心偏移引起的误差	94
轴承内的摩擦力所引起的误差	95
万向误差	97
盘旋误差	98
陀螺半罗盘的构造	101
§ 89 陀螺磁航向系统	104
陀螺磁罗盘	105
远距陀螺感应罗盘	114
§ 90 三陀螺中心仪	117
第二十二章 自动驾驶仪	121
§ 91 自动驾驶仪的一般概念	121
§ 92 飞机空气动力学的某些概念	124
静安定力矩	125
当飞机作角速度运动时产生的力矩	127
当飞机舵偏斜时所产生的空气动力矩	130
发动机所产生的力矩	131
飞机的纵向运动	131
飞机的侧向运动	134
§ 93 航向自动操纵仪	137
直接作用的航向自动操纵仪	138
间接作用的航向自动操纵仪	145
§ 94 横向自动操纵仪	157
§ 95 纵向自动操纵仪	158
§ 96 自动驾驶仪的原理图和传动系统图	159
硬反交联式气动液压自动驾驶仪 (ИПАИ)	159
硬反交联式电气自动驾驶仪 (ЭАИ)	164
无反交联式电气自动驾驶仪 (ЭАИБ)	171

第三篇 航空陀螺仪表和自动駕駛仪

第十八章

陀螺应用理論

§75. 陀螺概念

高速回轉器的显著的性能是大家所共知的。靜止的回轉器因受自身重量的作用將不变地向側面傾斜。可是在旋轉時高速回轉器在它的軸尖上安然平衡，如同為某種看不見的力所支承。高速旋轉給予回轉器的驚人的穩定性（定軸性），早已引起人們的注意。早在十八世紀，人們就曾嘗試應用高速回轉器來測定垂直線的方向，但這種儀器却没有得到實際應用。

Ⅱ. 弗科在一八五二年所作的試驗是第一次正式應用回轉器的性能。Ⅱ. 弗科展示了他所創造的“陀螺”儀，其主要部分是高速旋轉轉子（飛輪），其原理圖如圖 399 所示。

弗科陀螺儀的重心與萬向架的重心相重合的；萬向架能保證轉子有充分的自由繞固定點旋轉。飛輪 1 借綫繩的幫助可繞垂直於圖面的軸回轉。該飛輪和內環 2 一起，在外環 3 內可自由地繞橫軸 xx 旋轉，而掛在綫繩 4 上的外環 3 則可自由地繞豎軸 yy 旋轉。

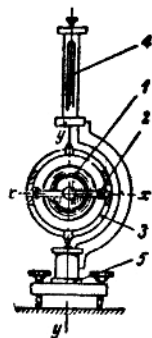


圖 399 弗科陀螺儀

- 1—飛輪； 2—內環；
3—外環； 4—綫繩；
5—底座。

弗科仪表首先使人们得以用直接试验观察的方法发现了地球昼夜运转（自转）的现象。“陀螺”（гироскоп）这一术语源自希腊字 гирос——旋转和 σκοπεо——观察。现今，这个术语已具有较广泛的意义，凡利用高速旋转体之固有性能——陀螺性能的仪表，均可用这个术语表示；陀螺性能主要就是在于陀螺的旋转在实际上经常可以认为是无惯性的。

以极大的角速度绕对称轴旋转的物体（转子）〔其中的一点（O点）是固定的〕叫做陀螺仪（图400）。

转子1的对称轴 O_z 叫做主轴或陀螺转子轴。

为了保证陀螺转子自由绕固定点旋转，通常采用由架圈2和架圈3构成的万向架。陀螺转子1以很大的角速度 ω 绕轴 O_z 对内架圈2旋转，内架圈绕轴 O_x 对外架圈3旋转，而后者则绕轴 O_y 对固定支架4旋转。轴 O_x 垂直于 O_z 和 O_y ；设三轴交于某一点，这点就是固定点。

万向架能保证陀螺转子绕三个轴自由旋转，因此装在万向架内的陀螺叫做三自由度陀螺。如果陀螺的重心和万向架的各轴的交点相重合的话，则这种陀螺叫做无定位陀螺。

基于陀螺原理的各种系统，可以作为飞机和船舶对水平面和子午线位置的指示器和传感器应用，以便达到航行和駕駛的目的，以及使飞机、船舶及各种仪器自动稳定。

航空上所应用的陀

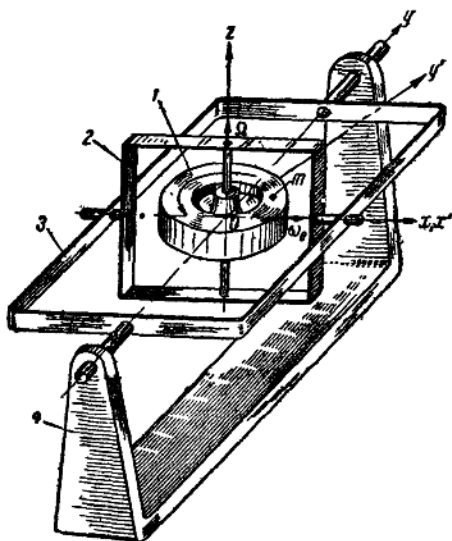


图400 万向架内的陀螺

1—转子；2—内架圈；3—外架圈；4—支架（基座）。螺装置可单独地作为观

察仪表，也可以作为自动驾驶仪的敏感元件，根据其功用可以分为以下主要几类：

1. 测量飞机角速度和角加速度的仪表：转弯仪和缓冲陀螺仪。
2. 装在飞机和船舶上测量垂直线方向的仪表：陀螺垂直仪和航空地平仪。
3. 测量航向（飞机、船舶等的航向）的仪表：陀螺半罗盘、陀螺磁罗盘和陀螺罗盘。

那些具有較高的指示精度并用于天文观测、空中照象和瞄准投弹的陀螺仪表，因計算和工艺特点的緣故，均属于精密航空陀螺仪表。

同时，由于仪表在輕型飞机上使用的特点，又产生了另一类仪表，即所謂“不倦”陀螺仪表。这类仪表具有一种非凡的性能——当飞机作任何特技飞行时，它們仍然可以照常工作。

苏联航空陀螺仪表事业的发展乃是 E.Φ. 安基波夫、E.B. 奥里滿、B.Θ. 索尔金等苏联設計家的功績。

在現代的航空仪表业中，各种高频电气陀螺仪表、各种感应式无力矩感应式和无接触点感应式傳感器、同步器、电位器、磁放大器以及电子放大器等获得了广泛的发展。

在研究航空陀螺仪表的原理和构造之前，必須掌握陀螺运动的基本定律。

陀螺理論乃是剛体繞固定点运动問題的一部分。

俄国科学院院士 Л. 欧勒首先在其著作“剛体运动理論”一書（1765年）中系統地闡述了剛体力学，尤其是剛体繞某固定点运动的問題以后又为 Ж. 拉剛若、Л. 卜阿頤、С.В. 柯娃列夫斯卡雅等所发展。

著名的俄国学者 Н.Е. 茹柯夫斯基、А.Н. 克雷洛夫、E.Л. 尼考萊、B.И. 庫得列維奇在陀螺理論方面作了巨大的工作，而 B.B. 布尔卡克夫在陀螺应用理論方面作了巨大的貢獻。航空陀螺仪表理論的发展应当归功于 C.C. 基赫涅夫、A.C. 考茨洛夫、Я.И. 索洛維耶夫、Г.О. 夫里連杰尔、Я.Н. 洛金別尔、П.В. 布罗別尔克、B.A. 巴甫洛夫等学者的劳动。

§ 76. 轉弯 加 速 度

假設，某物体 T 以角速度 ω_e 繞垂直于圖面(見圖 401)的軸 OO 旋轉，并且点 m 以固定相对速度 v_r 沿物体 T 的表面运动。同时点 m 还和物体 T 一起以角速度 ω_e 旋轉。点 m 在作位移运动时，具有正切速度 $\omega_e R$ ，其中 R ——由軸 OO 到点 m 的距离。

位移运动和相对运动的结果，使点 m 在很短的时间 Δt 內由点 A_0 移到点 B 。这种位移可以看作是由点 m 向位置 A 轉以角度 $\omega_e \Delta t$ （位移运动）并由点 m 以速度 v_r 向点 B 的位移（相对运动）。使点 m 向位置 A 作位移旋轉时的正切速度依然等于 $\omega_e R$ ($\overline{AD}$)，但其向量对原来的方向轉动一个角度 $\omega_e \Delta t$ 。适应于点 m 原来位置(AO)的速度 $\omega_e R$ 的向量移到点 A ($\overline{AC}$)上。点 m 的速度在 Δt 時間內改变的值为 Δv_c 。因此，当 Δt 接近于零时，点 m 的位移运动的加速度可以当做速度增量(Δv_c)和相应時間(Δt)的极限比求出。

$$W_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_c}{\Delta t},$$

式中 W_c ——位移运动中所产生的向心加速度。

数值 Δv_c 不难由等边三角形 ACD 中求出，其中

$$\Delta v_c = 2\omega_e R \sin \frac{\omega_e \Delta t}{2}.$$

因角 $\omega_e \Delta t$ 是小角，故該角之正弦可由角度代替，这时

$$\Delta v_c = \omega_e^2 R \Delta t,$$

因而

$$W_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega_e^2 R \Delta t}{\Delta t} = \omega_e^2 R.$$

在相对运动（沿物体 T 的表面）中，点 m 由位置 A 移向位置 B 。在点 B 引[出]相对速度 v_r ($\overline{BG}$)的向量，这一相对速度是点 m 在位置 A_0 所具有的。在 Δt 時間內相对速度 v_r 的向量，因位移旋轉的关系而轉动一个角度 $\omega_e \Delta t$ ，并和綫段 $\overline{BH}$ 相重合。此外，因点 m 由位置 A 到位置 B 作相对运动，故使点 m 的正切位移速度 $\omega_e R$ 等于 $\omega_e R_1$ (綫段 $\overline{BF}$)。

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{BF}}{\overline{BE}}。$$

实际上

$$\overline{OB} = R_1, \quad \overline{OA} = R, \quad \overline{BF} = \omega_e R_1, \quad \overline{BE} = \omega_e R,$$

故

$$\frac{R_1}{R} = \frac{\omega_e R_1}{\omega_e R}。$$

此外，角 AOB 和 EBF 相等，因之 $\overline{OA} \perp \overline{BE}$ 和 $\overline{OB} \perp \overline{BF}$ 。

对相似三角形 OAB 和 BEF 将有

$$\frac{\overline{FE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{OA}}$$

或因 $\overline{AB}$ 是点 m 在相对运动中所经过的路程，并等于 $v_r \Delta t$ ，而得

$$\frac{\overline{FE}}{v_r \Delta t} = \frac{\omega_e R}{R},$$

由此

$$\overline{FE} = v_r \omega_e \Delta t。$$

同时，因 $\overline{OA} \perp \overline{BE}$ 和 $\overline{OB} \perp \overline{BF}$ ，而三角形 OAB 和 BEF 相似，故 $\overline{FE} \perp v_r \Delta t$ 或 $\overline{FE} \perp v_r$ 。

此时

$$\Delta v_{n2} = \overline{FE} = v_r \omega_e \Delta t。$$

在求出补充加速度 W_{non} （是因速度 v_{n1} 和 v_{n2} 的变化而产生的），同时考虑到速度变化向量 Δv_{n1} 和 Δv_{n2} 之方向完全相同并垂直于相对速度 v_r 的向量时，得^①

$$W_{\text{non}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_{n1} + \Delta v_{n2}}{\Delta t} = 2v_r \omega_e。$$

这样，在点 m 作较复杂的运动时，除了向心加速度 W_c 外，又产生一种补充的加速度 W_{non} ，即所谓的转弯加速度。该加速度等于点 m 的相对速度 v_r 和位移旋转角速度的两倍乘积。将相对速度 v_r 向量向位移运动方向转动 90° 角后，即得出该加速度的方向。

① 这种引証转弯加速度公式的方法是由C.C.基赫涅夫提出的。

如果相对速度的向量不位于垂直位移旋轉軸 OO 的平面上，則轉彎加速度只取决于相对速度在該平面的投影。平行于位移旋轉向量的相对速度的分速，并不引起轉彎加速度。这是由于在这种条件下位移运动并不改变相对速度的方向，并在点 m 位移（因相对速度的关系）时，該点的正切速度（由位移旋轉而引起）保持不变（ $R = \text{const}$ ）。

这样，轉彎加速度由两个分速合成。第一个分速是由于相对速度 v' 的向量轉彎（因其以角速度 ω_e 作位移旋轉）而产生的。第二个分速是由于相对运动使点 m 之正切位移速度的数值和方向发生变化而产生的。

这样，上边所討論的質点 m 是以加速度 W_{non} 运动的。根据牛頓第二定律，加速度仅在力存在时才可能产生。因之旋轉体 T ，必須通过一定的联系（例如，通过質点 m 在其上所运动的导体等）給予質量为 m 的質点以一定的压力。該压力等于 $2mv_r\omega_e$ ，其方向与轉彎加速度的方向相同。根据牛頓第三定律，質点 m 也同样給旋轉体 T 等于 $2mv_r\omega_e$ 的压力，其方向与轉彎角速度相反。該压力也就是物体 T 所要克服的反作用力，以便給点 m 以加速度 $2v_r\omega_e$ 。

§ 77. 陀 螺 矩

設陀螺轉子（見圖 400）以很大的角速度 Ω 繞軸 z 旋轉。我們取右直角座标系 $x'y'z$ 。从某軸的末端觀察，以逆時針方向旋轉的方向，是角速度的正方向。

所取之軸 $x'y'z$ 应和轉子一起参加它的各种运动，但轉子繞軸 z 的旋轉除外。軸 x' 的方向是順着万向架的內架圈軸，而軸 y' 的方向則垂直于 x' 和 z ，以使整个座标系 $x'y'z$ 是右向的^①。

这样，例如物体的某点 m 将对軸 $x'y'z$ 运动，同时停留在平面 $x'y'$ 上。令陀螺轉子軸以角速度 ω_e 繞軸 x' 回轉，点 m 亦具有位移速度 v_e 。在相对运动中，点 m 繞軸 z 旋轉的同时，将在平行于平面 $x'y'$ 的平面上繪出一圓圈（圖 402），而該运动軌迹在平面 $y'z$ 的投影，則是綫段 AA_1 ，該綫段平行于軸 y' 。这时，当質点 m 处于第三和第四象限

① 所謂右向座标系，就是为了使軸 x' 和軸 y' 沿最短的路程相重合而須使第一個軸按順時針方向（如果从正軸 z 之方向觀察的話）轉動的座标系。

时，相对正切速度 v_r 在向量平面 $y'z$ 上之投影 $v_{y'z}$ ，由点 A 指向点 A_1 ；当点 m 处于第一和第二象限时，由点 A_1 指向点 A 。

相对线速度 v_r 之分速 $v_{y'z}$ 产生转弯加速度 W_{nos} ，当点 m 位于第一和第二象限时，该加速度由上向下，当点 m 位于第三和第四象限时，则由下向上。点 m 与物体联系着（它本身就是物体的一部分），并由于转弯加速度出现，而给物体以压力（反力）。该反作用力等于 $2mv_{y'z}\omega_e$ ，而方向与加速度 W_{nos} 相反。因之，质点 m 所引起的反作用力加在陀螺体上，其方向在第三、第四象限由上向下，而在第一、第二象限则由下向上。该物体之其他质点，也会引起同样的反作用力。凡陀螺转子的两个质点，如对轴 y' 的位置相对称，即可构成一力偶，

绕轴 y' 作用。

转子全部质点的力偶构成的实际的反作用力矩 $M_{y'}$ ，绕轴 y' 作用，并力图把轴 z 转向位移旋转 ω_e 之向量的方向，这个力矩就叫做弦螺矩。

陀螺矩的方向总是这样的：它力图使陀螺自身旋转之角速度向量 Ω 和活动体系的位移旋转角速度 ω_e 向量相重合。不管陀螺自身旋转角速度的方向 Ω 和位移旋转 ω_e 的方向如何，这个定则均适用。

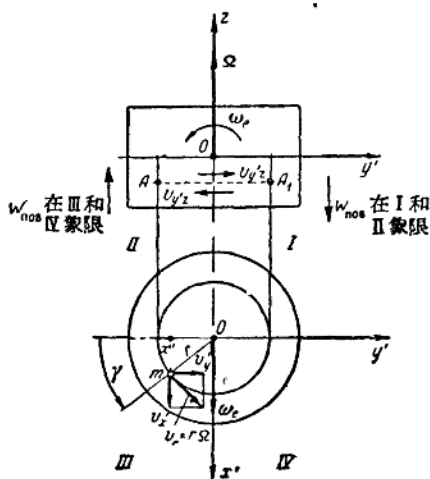


图 402 陀螺体质点的复杂运动

现在来求陀螺矩的大小，为此须指出，质点 m （图402）绕轴 z 旋转时，具有相对的正切速度 $v_r = r\Omega$ ，式中 r ——由点 m 到轴 z 的距离。

角速度 v_r 在垂直于向量 ω_e 的平面上的投影等于

$$v_{y'z} = v_r \sin \gamma,$$

式中 γ ——平面 $Oy'z$ 和平面 Oxz 之夹角。

根据图 402 来看, $r \sin \gamma = x'$, 式中 x' ——点 m 在上述瞬间的座标; 这样得 $v_{y'z} = \Omega x'$ 。对点 m 来讲转弯加速度的值为 $\ddot{W}_{\text{non}} = 2v_{y'z}\omega_e = 2\Omega\omega_e x'$, 而质点 m 所引起的反作用力等于 $R = 2m\Omega\omega_e x'$ 。该反作用力在力臂 x' 上产生作用, 并对轴 y' 产生力矩 $\Delta M = 2m\Omega\omega_e x'^2$, 而陀螺体全部质点产生力矩

$$\begin{aligned} M_y &= \Sigma \Delta M = 2m_1\Omega\omega_e x_1'^2 + 2m_2\Omega\omega_e x_2'^2 + 2m_3\Omega\omega_e x_3'^2 + \dots = \\ &= 2\Omega\omega_e [m_1 x_1'^2 + m_2 x_2'^2 + m_3 x_3'^2 + \dots] = 2\Omega\omega_e \Sigma m x'^2, \end{aligned}$$

式中 $m_1, m_2, m_3, \dots$ ——陀螺质点的质量;

$x_1', x_2', x_3', \dots$ ——这些点的相应座标;

$\Sigma m x'^2$ ——陀螺对平面 $y'z$ 的惯性矩。

因此陀螺所产生的陀螺矩等于

$$M_{y'} = 2J_{y'z}\Omega\omega_e. \quad (18.1)$$

对任何陀螺来讲均有 $J_{y'z} = J_{x'z}$ 或 $\Sigma m x'^2 = \Sigma m y'^2$ 。

在最普通的情况下, 这个条件应满足于对称位于等边三角形角上的三个质点。

旋转体的极惯性矩为

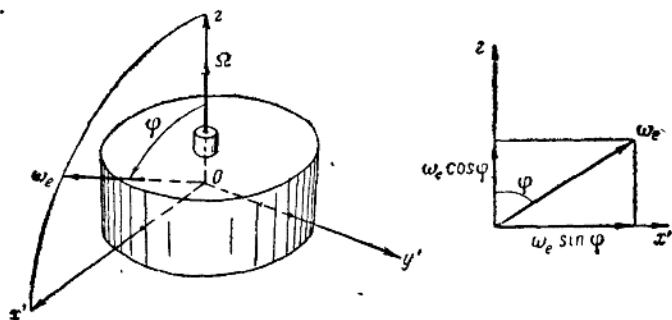


图 403

$$J_z = \sum m r^2 = \sum m (x'^2 + y'^2) = \sum m x'^2 + \sum m y'^2 = 2 \sum m x'^2 = 2 J_{y'z'},$$

由此 $J_{y'z'} = \frac{J_z}{2}$; 所以

$$M_{y'} = J_z \Omega \omega_e. \quad (18.2)$$

值

$$J_z \Omega = H \quad (18.3)$$

在力学上叫做陀螺动量矩，而在陀螺应用理論上叫做陀螺自身矩。

这时得

$$M_{y'} = H \omega_e. \quad (18.4)$$

(18.4) 式是为了

$$\Omega \perp \omega_e (H \perp \omega_e)$$

的个别情况而导出的。

现在来討論較一般的情况，即当轉子軸 z 和位移角速度 ω_e 向量夾成角 φ (图403) 时的情况。

軸 $x'y'z$ 的位置是这样的，使 ω_e 向量处于平面 $x'z$ 上；并将該向量向 x' 和 z 之方向分解，得

$$\omega_{x'} = \omega_e \sin \varphi;$$

$$\omega_z = \omega_e \cos \varphi.$$

这时，轉子对某一固定的座标系的总的角速度，将不是 Ω ，而是 $\Omega + \omega_e \cos \varphi$ ，因为軸 x' 和 y' 另外还繞軸 z 旋轉。

通常，高速轉子的位移旋轉速度 ω_e 比其自身旋轉速度 Ω 要小的多，因此，可以認為，具有自身力矩 H 的轉子軸 z ，是以角速度 $\omega_e \sin \varphi$ 繞其垂直軸 x' 旋轉的。因此根据公式 (18.4) —— 其中 $\omega_e \perp H$ ，可得

$$M_{y'} = H \omega_e \sin \varphi. \quad (18.5)$$

由方程 (18.5) 看出，当轉子軸与位移角速度 ω_e 向量構成角 φ 时，仅垂直于动量矩向量的分力 $\omega_e \sin \varphi$ 才能引起陀螺矩的产生。

这样，当陀螺以角速度 ω_e 作位移旋轉时，慣性力将产生反作用力偶，即所謂的陀螺矩。

陀螺矩 M_y' 的值等于轉子动量矩 H 与进动角速度 ω_e 以及 H 和 ω_e 向量夹角之正弦的乘积。

陀螺矩的方向是这样：它力图使动量矩 H 之向量和位移旋轉角速度 ω_e 之向量按最短的路程重合。

航空陀螺轉弯仪和緩冲陀螺仪，就利用这种效能。

在技术上也常常碰到陀螺矩現象。螺旋桨之陀螺矩对飞机的作用，就需要飞行员借操縱机构来补偿。当飞机盘旋时，在噴气渦輪发动机軸旋轉中所产生的陀螺矩将增大渦輪机軸軸承的負荷，并且还要使操縱机构增大补偿。

現在，当我们懂得了如何求陀螺运动所引起的力和力矩时，我們便可以着手解决另一个較重要的問題——求陀螺受外力矩作用时的运动定律。

§ 78. 陀螺的运动定律

在轉子軸对某一个坐标系的位置已給定的情况下，可应用陀螺轉子軸和球面的交点坐标（該球面是繞陀螺的固定点給出的）来研究在外力矩作用下的陀螺运动定律（图404）。

位于軸 z 正方向上的、离陀螺固定点有一定单位距离的点 E 叫做**陀螺峯、极或頂**。現取固定于绝对空間的軸 $\xi\eta\zeta$ ，和与陀螺相联系的軸 $Ox'y'z$ ，如图400所示。

极 E 的位置（图404）由角 α 和 β 决定。

角 α 是在平面 $\xi\eta$ 上以逆时針方向由軸 ξ 算起到軸 z 在平面 $\xi\eta$ 上的投影为止。角速度 $\frac{d\alpha}{dt}$ 向量的方向是順着正軸 ξ 的。

当陀螺轉子軸向正軸 ξ 傾斜时，轉子軸 z 和平面 $\xi\eta$ 之間的夹角，認為是正角。

角速度 $\frac{d\alpha}{dt}$ 向量的方向是順着負軸 x' 的。

当陀螺轉子軸对軸 ξ 的偏离度小时，角 α 和 β 亦小，因此也即可以把角 α 和 β 的弧看作是陀螺峯 E 的直角坐标（图405），因为球面的半径 OO_1 等于 1。

平面 P 叫做**画面或图面**，在点 O_1 切于球面。

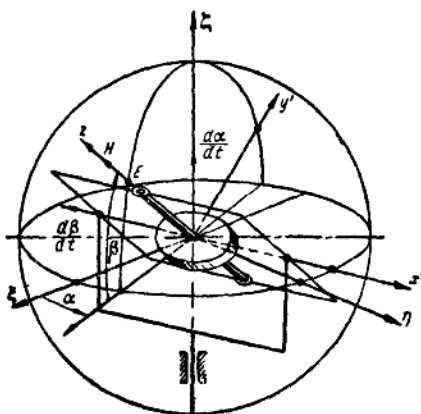


图 404

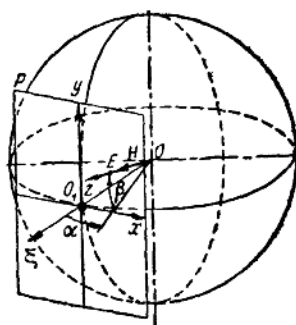


图 405 画面

在列求高速旋轉体对外力之总慣性阻力矩的陀螺运动方程时，必須考虑陀螺矩。

假定角 β 是个小角。如果陀螺轉子軸以角速度 $\omega_1 = \frac{d\beta}{dt}$ 繞軸 x' 旋轉的話，則繞軸 y' 所产生的慣性陀螺矩将等于 $-H \frac{d\beta}{dt}$ （向量 H 的方向如图404所示）。

当陀螺轉子軸以角速度 $\omega_2 = \frac{d\alpha}{dt}$ 繞軸 y' 旋轉时，繞軸 x' 所产生的慣性陀螺矩将等于 $-H \frac{d\alpha}{dt}$ 。

当陀螺轉子軸以角速度 $\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d^2\beta}{dt^2}$ 繞軸 x' 旋轉时，还出現任意非旋轉剛体所固有的慣性矩 $J_{x'} \frac{d^2\beta}{dt^2}$ ，而当繞軸 y' 旋轉时，也出現相应的慣性矩

$$-J_{y'} \frac{d\omega_2}{dt} = -J_{y'} \frac{d^2\alpha}{dt^2},$$

式中 $J_{x'}$ 和 $J_{y'}$ ——陀螺对軸 x' 和 y' 的慣性矩。

根据达拉姆别尔原理，陀螺运动方程有下列形式：

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{x'} &= J_{x'} \frac{d^2 \beta}{dt^2} - H \frac{d\alpha}{dt} + M_{x'} = 0; \\ \sum M_{y'} &= -J_{y'} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - H \frac{d\beta}{dt} + M_{y'} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (18.6)$$

式中 $M_{x'}$ 和 $M_{y'}$ —— 绕轴 x' 和 y' 作用的外力矩（万向架轴中的摩擦阻力矩、重力引起的力矩、特种校正装置加在陀螺上引起的力矩、以及其他等等）。

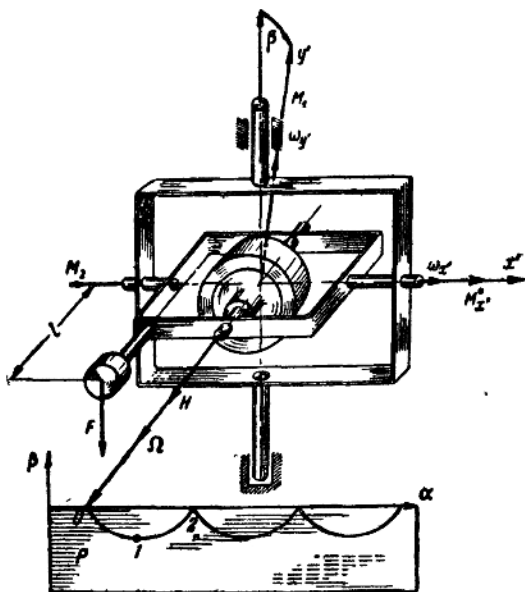


图 406 进动和章动

方程 (18.6) 可以改写成下列形式

$$\left. \begin{aligned} J_{x'} \frac{d^2 \beta}{dt^2} - H \frac{d\alpha}{dt} &= -M_{x'}; \\ J_{y'} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + H \frac{d\beta}{dt} &= M_{y'}, \end{aligned} \right\} \quad (18.7)$$

式中 $J_{x'} \frac{d^2\beta}{dt^2} - H \frac{d\alpha}{dt}$ 和 $J_{y'} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + H \frac{d\beta}{dt}$ ——陀螺在受外力矩 $M_{x'}$ 和 $M_{y'}$ 作用下所产生的总惯性阻力。

为了解释陀螺运动定律，我们来讨论一下它的最简单的运动情况，即由常力矩作用所引起的运动的情况。假定现有一个陀螺（图406），其内架圈上装有配重 F 。

当转子不旋转时，内架圈和配重 F ，可算做是一个普通的物理摆锤。这种摆锤，可绕轴 x' 作无阻尼摆动。假使陀螺转子以颇大的角速度 ω 旋转，则陀螺转子轴的运动将是另一种情况。第一个瞬间，常力矩 $M_{x'} = Fl$ 将使内架圈绕轴 x' 作加速度旋转，因此速度 $\omega_{x'}$ 将增加；随着角速度 $\omega_{x'}$ 的出现，将产生陀螺矩 $M_1 = H\omega_{x'}$ ，其方向指向正轴 y' 。这个力矩将使外架圈绕轴 y' 作加速度运动，因此也就出现了角速度 $\omega_{y'}$ 。

当陀螺转子轴以角速度 $\omega_{y'}$ 运动时，将产生陀螺矩 $M_2 = H\omega_{y'}$ 。力矩 M_2 的方向顺着轴 x' ，但与力矩 $M_{x'}$ 的方向相反。

当 $M_{x'} > M_2$ 时，角速度 $\omega_{x'}$ 的值将增加，因此，陀螺矩 $M_1 = H\omega_{x'}$ 和角速度 $\omega_{y'}$ 也均将增大。

当 $M_2 \geq M_{x'}$ 时，内架圈的加速度，改变自己的符号，而其速度 $\omega_{x'}$ 也将减小。

陀螺矩 $H\omega_{x'}$ 同样也要减小。但它仍以同一方向继续对外架圈作用，而外架圈角速度 $\omega_{y'}$ 将愈来愈增大。最后，角速度 $\omega_{x'}$ 将等于零，而角速度 $\omega_{y'}$ 在这一瞬间达到最大值。

在图面 P 上，陀螺极运动轨迹以线段 $O \sim 1$ 来表示。

在下一瞬间，角速度 $\omega_{x'}$ 将改变自身方向，于是内架圈就开始向上升。此时，绕竖轴作用的陀螺矩 $M_1 = H\omega_{x'}$ 也改变自己的符号，因此外架圈的运动也就缓慢下来了。当 $M_2 > M_{x'}$ 时，内架圈加速上升，

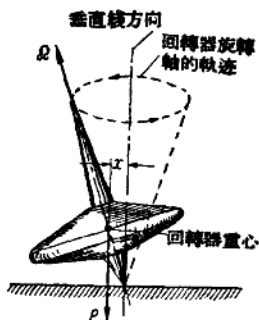


图 407 回轉器的运动