

# 新编 中学知识 手册

数学分册

江苏科学技术出版社

# 新编 中学知识 手册

数学分册

吉林出版集团

# 新编中学知识手册

(数学分册)

李伯萍 编著  
陈 昕

江苏科学技术出版社

封面设计：潘小庆

## 新编中学知识手册

(数 学 分 册)

李伯萍 陈昕

---

出版、发行：江苏科学技术出版社

经 销：江苏省新华书店

印 刷：镇江前进印刷厂

---

开本787×1092毫米 1/32 印张12 插页2 字数328,000

1988年11月第1版 1988年11月第1次印刷

印数1—11,860册

---

ISBN 7—5345—0494—5

---

0·48 定价：3.20 元

责任编辑 吴国平

## 出版说明

世界所有发达国家，无不重视中学教育。中学是基础教育，只有学好中学阶段的各门功课，打好扎实的知识基础，才有可能进一步深造，在工作岗位上有所作为。我们编写《新编中学知识手册》，目的在于帮助自学青年和在校学生，提供一本全面的系统的掌握中学各门知识的工具书。

这套《新编中学知识手册》，分文学、数学、物理、化学、历史、地理、英语和政治八个分册。每个分册依据中学各门功课教学大纲的要求，选择作为一个中学生必须掌握的知识，列成条目予以阐释。各分册均突出知识性，在内容的编排上，尽可能符合中学教学体系，在条目的阐释上，力求简明扼要，通俗易懂，既是自学青年、在校学生的“小先生”，也是广大中学教师的“好帮手”。

参加各个分册编写的作者，大部分都是在大学从事有关学科教学和研究的教授、副教授和讲师，经验比较丰富，知识比较全面，对中学教材有一定研究。由于编写这样的知识手册，毕竟是个探索和尝试，缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

编者 1988年 月

## 编写者的话

《新编中学知识手册》(数学分册)以中学数学教材为依据,将教材中的基本概念、基本法则和定理以条目形式编写而成。内容包括初等代数、平面几何、立体几何、平面三角、平面解析几何与微积分初步六个部分。书末附有常用数学表。本书囊括了中学数学教材的全部内容,是广大青年学生学习 and 进行系统复习初等数学的工具书。此外,为了适应时代的需要,在编写条目时,适当地引进了一些必要的现代数学观念,并附有简单的数学史料。因此,本手册又可作为广大青年继续深造、学习科学技术知识的参考书。

手册以文字叙述为主,对一些有一定难度的概念,适当选用一些例子加以说明,以帮助青年读者更好地理解。本手册所列的条目,书前按知识系统编排,书后有汉语拼音索引,极便查阅。

李伯萍

陈 昕 1988年2月

# 目 录

出版说明 ..... 1

编写者的话 ..... 2

---

## 初 等 代 数

---

### 数 与 式

代数学.....	1	整数的整除.....	5
数的系统.....	1	约数与倍数.....	5
自然数.....	2	公约数.....	5
素数.....	2	最大公约数.....	5
质数.....	2	公倍数.....	5
复合数.....	2	最小公倍数.....	5
✓ 哥德巴赫猜想.....	2	最大公约数与最小公倍数 的关系.....	5
正数与负数.....	2	互质.....	6
整数.....	2	整数整除的性质.....	6
✓ 华林问题.....	3	整数的带余除法.....	6
✓ 拉格朗日定理.....	3	有2、5、4、8因数的整数.....	6
三角形数.....	3	有3、9因数的整数.....	6
正方形数.....	3	有11因数的整数.....	6
五角形数.....	4	有7、13因数的整数.....	7
奇数.....	4	质因数.....	7
偶数.....	5		

短除法	7	绝对值的性质	17
分解质因数	7	近似数	17
最大公约数的求法	7	近似数的写法	18
最小公倍数的求法	8	科学记数法	18
同余	8	有效数字	18
√ 费马小定理	9	绝对误差	18
√ 威尔逊定理	9	相对误差	18
√ 欧拉定理	9	近似数的运算规则	18
同余式	9	四则运算	19
同余方程	9	代数运算	19
同余方程组	10	逆运算	19
√ 孙子定理	10	超越运算	19
有理数	11	代数和	19
化循环小数为分数	12	交换律	19
有理数的性质	12	结合律	19
既约分数	12	分配律	19
无理数	12	实数的运算	19
圆周率	13	√ 开	20
e	13	√ 平方根的笔算求法	20
欧拉常数	14	虚数单位	21
黄金分割与 $\phi$ .618	14	复数	21
连分数	14	复数平面	21
不尽根	15	向量	22
实数	15	复数的几何表示	22
代数数	15	复数的模	22
超越数	16	复数模的性质	23
√ 整数部分	16	复数的辐角	23
√ 小数部分	16	复数的三角形式	23
数轴	17	√ 欧拉公式	24
相反数	17	复数的指数形式	24
绝对值	17	共轭复数	24



根式常用公式	43	有理指数幂	45
最简根式	43	无理指数幂	45
同类根式	43	完全幂	45
同次根式	43	指数式	46
有理化因式	44	有理指数幂的运算法则	46
共轭根式	44	对数	46
根式的运算	44	对数的性质	46
✓ $A \pm 2\sqrt{B}$ 的化简	44	对数的运算法则	46
正整数指数幂	45	对数换底公式	47
负整数指数幂	45	常用对数	47
零指数幂	45	自然对数	47
分数指数幂	45	常用对数计算法	47

## 方程与行列式

等式	47	一元二次方程	50
恒等式	47	一元二次方程的解法	50
方程	47	一元二次方程根的判别式	52
方程的解	47	韦达定理	52
解方程	47	一元三次方程	52
同解方程	48	一元四次方程	54
方程的同解变形	48	一元高次方程解法	54
方程同解变形的基本性质	48	整系数一元 $n$ 次方程的	
增根与失根	48	有理根求法	55
方程的分类	49	倒数方程	55
代数方程	49	倒根方程	57
超越方程	49	代数基本定理	57
不定方程	49	高次方程根的性质	57
✓ 费马大定理	49	一元 $n$ 次方程根与系数的	
整式方程	49	关系	57
线性方程	50	分式方程	58
一元一次方程	50	分式方程的特殊解法	59

无理方程	60	二元一次方程组图解法	65
无理方程的特殊解法	60	二元二次方程组	65
绝对值方程	61	行列式	68
指数方程	62	余子式	69
对数方程	62	代数余子式	70
方程组	63	行列式的性质	70
方程组的解	63	行列式的展开	71
两解方程组	63	克萊姆法则	71
方程组的同解性	63	齐次线性方程组	72
二元一次方程组	63	矩阵	73
三元一次方程组	64	高斯消去法	73

## △ 不 等 式

不等式	74	一元分式不等式	78
不等式的性质	74	无理不等式	78
不等式的解	75	绝对值不等式	79
绝对不等式	75	常用不等式	79
条件不等式	75	贝努利不等式	81
矛盾不等式	75	柯西不等式	81
同解不等式	75	霍尔得不等式	81
不等式的同解性	75	闵可夫斯基不等式	81
一元一次不等式	75	算术平均数、几何平均数与 调和平均数	82
不等式组	75	利用不等式求函数极值	82
一元一次不等式组的解法	75	不等式的证明	83
一元二次不等式	76		
一元高次不等式的解法	77		

## 排列、组合与二项式定理

加法原理	85	排列	86
乘法原理	86	半阶乘	86
阶乘	86	全排列与选排列	86

组合	86	排列与组合问题的应用	89
组合数的一些公式	87	牛顿二项式公式	90
可重复的排列	87	二项展开式的通项公式	90
不尽相异元素的全排列	87	二项展开式的系数	90
环形排列	87	二项展开式的性质	91
可重复组合	88	杨辉三角	91

## 集合与函数

集合	91	符号函数	98
集合的元素	92	基本初等函数	98
空集	92	初等函数	98
集合的表示法	92	复合函数	98
子集	92	初等函数的分类	98
集合的相等	93	代数函数与超越函数	98
全集	93	双曲函数	99
集合的运算	93	反双曲函数	100
文恩图	94	有理函数与无理函数	100
对应	94	有理整函数与有理分函数	100
映射	94	函数的图象	101
单射	94	显函数	101
满射	94	隐函数	101
一一映射	95	奇函数与偶函数	101
逆映射	95	周期函数	101
常量与变量	95	增函数与减函数	102
函数	95	单调函数	102
函数的定义域	96	有界函数	102
函数的值域	96	反函数	102
区间	96	正比例函数	102
函数的表示法	96	反比例函数	103
单值函数与多值函数	97	一次函数	103
分段函数	97	均匀增加与均匀减少	104

二次函数	104	幂函数	105
二次函数的最大值与 最小值	104	指数函数	105
		对数函数	106

### 数列与数学归纳法

数列	106	无穷递缩等比数列	108
数列的通项	107	递推公式	109
数列的通项公式	107	斐波那契数列	109
常数列	107	常用数列的前 $n$ 项的和 公式	111
摆动数列	107	用有限差分法求数列的 通项公式	112
递增数列与递减数列	107	高阶等差数列	113
有界数列与无界数列	107	归纳法	113
等差数列	107	数学归纳法	114
等差中项	108	数学归纳法的其他形式	116
调和数列	108	第二归纳法	118
调和中项	108		
等比数列	108		
等比中项	108		

### 概率论初步与其他

必然事件	118	互斥事件中有一个发生的 概率	120
不可能事件	118	相互独立事件同时发生的 概率	121
随机事件	118	独立重复试验中事件发生的 概率	121
互斥事件	118	抽屉原则	122
对立事件	118	幻方与欧拉猜想	123
相互独立的事件	119	纵横图	124
等可能事件	119	和号	124
频率	119		
概率	119		
概率的性质	119		
积号	125		

---

## 平面几何

---

### 基本概念

几何学	126	钝角	131
几何图形	126	角的度量	131
平面图形	126	角度制	131
立体图形	126	弧度制	132
平面几何	126	弦	132
立体几何	127	方位	132
定义	127	密位	132
命题	127	新度制	132
命题的转换	127	余角	133
等价命题	127	补角	133
公理	128	邻角	133
等量公理	128	对顶角	133
不等量公理	128	角的平分线	133
定理	128	角的平分线的性质	133
逆定理	128	垂线	133
推论	130	垂线的性质	134
线段	130	线段的垂直平分线	134
射线	130	垂直平分线的性质	134
直线	130	平行线	134
折线	130	平行线的判定	134
两点间的距离	131	平行线性质	134
角	131	平行线分线段成比例定理	134
周角	131	平行线间的距离	135
平角	131	点到直线的距离	135
直角	131	斜线	135
锐角	131	线段的中点	135

√ 三线八角	135	√ 凸多边形	136
同位角	135	多边形的内角	136
内错角	135	多边形的外角	136
外错角	135	多边形的对角线	136
同旁内角	136	点在直线上的射影	136
同旁外角	136	线段在直线上的射影	136
多边形	136		

### 三 角 形

三角形	137	葛干湿点	141
三角形中角的关系	137	三角形的中位线	142
三角形中边的关系	137	三角形的中位线定理	142
三角形中边角关系	137	√ 三角形中线、高、角平分线	
三角形的外心	137	公式	142
三角形的高	137	√ 三角形的面积	142
垂足三角形	137	√ 梅仑-秦九韶公式	144
三角形的垂心	137	√ 梅仑三角形	144
√ 许瓦兹三角形问题	138	√ 塞瓦定理	144
三角形的中线	138	托里拆里点	145
类似中线	138	费马点	145
三角形的重心	139	正等角中心	145
类似重心	139	三角形分类	145
√ 莱莫恩点	139	锐角三角形	146
√ 莱莫恩线	139	钝角三角形	146
三角形的角平分线	139	斜角三角形	146
三角形内(外)角平分线		直角三角形	146
性质定理	139	直角三角形的性质	146
三角形的内心	139	勾股定理	147
三角形的旁心	140	√ 施泰纳定理	147
√ 察坡定理	140	直角三角形的判定	148
√ 欧拉线	140	等腰三角形	148

等腰三角形的性质	149	全等三角形	149
等腰三角形的判定	149	全等三角形的判定	150
√ 护桥定理	149	中心对称图形	150
等边三角形	149	轴对称图形	150
全等形	149		

## 四 边 形

四边形的分类	150	菱形的判定	152
平行四边形	150	正方形	152
平行四边形的性质	151	梯形	153
平行四边形的判定	151	梯形的中位线	153
平行四边形的面积	151	梯形的中位线定理	153
矩形	151	梯形的面积	153
矩形的性质	151	直角梯形	153
矩形的判定	151	等腰梯形	153
菱形	152	√ 等形	153
菱形的性质	152	√ 自交四边形	153

## 相 似 形

相似多边形	154	√ 梅内劳斯定理	155
相似比	154	两个三角形中边、角之间	
相似多边形的性质	154	不等关系	158
相似多边形的判定	154	位似图形	156
相似三角形的性质	154	位似多边形的性质	156
相似三角形的判定	154		

## 圆

圆	156	优弧	157
圆周长与面积	157	劣弧	157
圆弧	157	等弧	157
弧长	157	弦心距	157

垂径定理	157	圆的外切四边形	159
圆心角	157	托勒密定理	159
圆周角	158	拉美古塔定理	160
圆内角	158	蝴蝶定理	160
圆外角	158	四点共圆的条件	161
弦切角	158	西摩松线	162
直线和圆的位置关系	158	九点圆	162
切线长定理	158	圆与圆的位置关系	163
切线的性质	158	公切线	165
切线的判定	159	正多边形	165
相交弦定理	159	正多边形中有关计算	166
切割线定理	159	扇形	166
圆的内接多边形	159	弓形	166
圆的外切多边形	159	弓形角	167
圆内接四边形	159	月形	167

## 轨迹与作图

点的轨迹	167	四色问题	170
基本轨迹	167	三等分角问题与三大作图	
几何作图	168	问题	171
基本几何作图	168	七桥问题与一笔画	171

## 立体几何

### 直线与平面

平面	173	空间两直线平行的判定	175
平面的基本性质	173	异面直线	175
点、直线与平面关系		异面直线所成的角	176
表示法	174	异面直线的公垂线与距离	176
空间两直线的位置关系	175	直线与平面的位置关系	176



直线与平面平行的性质	177	两平面平行的判定	180
直线与平面平行的判定	177	两平面平行的性质	181
直线与平面垂直	177	半平面	181
直线与平面垂直的判定	177	二面角	181
直线与平面垂直的性质	178	两个平面互相垂直	182
平面的斜线	178	两个平面垂直的性质	182
斜线在平面上的射影	178	两个平面垂直的判定	182
直线与平面所成的角	178	多面角	183
最小角定理	178	全等多面角	183
三垂线定理及逆定理	178	对称多面角	183
点到平面的距离	180	直三面角	184
两平面的位置关系	180	多面角的性质	185

### 多面体与旋转体

多面体	185	棱台	189
凸多面体	185	正棱台	189
简单多面体	185	拟柱体	190
正多面体	186	长方台	190
欧拉定理	187	楔体	190
棱柱	187	旋转面	190
棱柱的性质	187	旋转体	190
斜棱柱	187	圆柱面	191
直棱柱	187	圆柱	191
正棱柱	188	斜圆柱	191
平行六面体	188	圆柱的性质	191
平行六面体的性质	188	圆锥面	191
长方体	188	圆锥	191
长方体的性质	188	斜圆锥	191
正方体	188	圆锥的性质	191
棱锥	188	圆台	192
正棱锥	188	圆台的性质	192