



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

★
第一次修订
★

配华东师大版·新课标

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

九年级数学「下」

主 编：刘 君

吉林人民出版社



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

★
第一次修订
★

配华东师大版·新课标

九年级数学「下」

主 编：刘 君
编 者：刘 君 宋 航 王春艳 李德水 刘 颖
孙广凡 刘 刚 智振峰 蔡占龙 张志国
丰力国 王耀鹏 李景伟 郭学明 王玉英

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:王治国

新教材完全解读·九年级数学·下(配华东师大版新课标)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街7548号 邮政编码:130022)

网址:www.zgjf.com.cn 电话:0431-5378008

主 编 刘 君

责任编辑 张长平 王胜利

责任校对 吉 雪

封面设计 魏 晋

版式设计 邢 程

印刷:北京市人民文学印刷厂

开本:880×1230 1/32

印张:9.875 字数:351千字

标准书号:ISBN 7-206-02524-2/G·1403

2004年11月第1版 2005年10月第1次修订 2005年10月第1次印刷

定价:12.80元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。



新教材 完全解读

本书特点

- ✓ 本书是一套同步讲解类的辅导书。在编写中，首先落实知识点→连成知识线→形成知识面→结成知识网，对重点、难点详尽解读。
- ✓ 本书将为您排除学习中的障碍。对思维误区、疑难题、一题多解都指出解法或技巧，让您从“学会”到“会学”。
- ✓ 本书修订后增加了部分例题、习题的难度，适合于中上等学生使用。

明确学习目的

指出每节课的三维目标，明确重难点，指导学生的放矢地学习新课，提纲挈领，是提高学习效率的前提。

详细解读教材

采用总结归纳、层层渗透的方式，以每个知识点为讲解元素，结合[释疑解难]、[思维拓展]、[注意]、[说明]、[小结]、[思维误区]、[探究交流]等栏目设计，落实知识点，连成知识线，形成知识面，结成知识网，突出重点，解决难点，抓住关键点，这是吃透教材的核心内容。

讲解经典例题

结合考点，按基本概念、基础应用、综合应用、探索创新、疑难题五个角度，精选典型例题，透彻地分析解题思路，给出详细解题过程，总结解题方法，这是知识转化为能力的关键。

第二章 一元二次方程

1. 花边有多宽

课标解读

1. 知识与技能：(1)理解和掌握一元二次方程及其一般形式。(2)会判定一个方程是一元二次方程，并能确定未知数的大致范围。
2. 过程与方法：通过实际问题所列出的方程，得出一元二次方程的定义，从而进一步掌握判方程的方法。

教材解读

精华要义

知识详解

知识点 1 整式方程的概念

定义：方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。

【说明】这里所说的整式是“关于未知数的整式”，有些含有字母系数的方程，尽管分母中含有字母，但只要分母中不含未知数，这样的方程仍是整式方程。

知识点 2 一元二次方程的概念

定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。

典例剖析

师生互动

基础知识应用题

本节基础知识应用有：(1)一元二次方程的基本概念。(2)一元二次方程分类及判别方法。

例 1 下列关于 x 的方程。(1) $ax^2 + bx + c = 0$ 。(2) $k^2 + 5k + 6 = 0$ 。

(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$ 。(4) $(m^2 + 3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$ 。

是关于 x 的一元二次方程的是 (只填序号)。

【分析】所谓关于 x 的方程，就是方程中只有 x 是未知数，而其他字母都看作已知数。(1)不一定是一元二次方程，因为当 $a=0$ 时，它不是一元二次方程。(2)没有未知数 x ，所以(2)不是关于 x 的一元二次方程。(3) x 的最高次数为3，不是一元二次方程。(4) $m^2 + 3 > 0$ ，所以(4)为一元二次方程，所以应填“(4)”。本题考查的是一元二次方程的定义。答案：(4)

综合应用题

例 2 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $k^2 + 5k + 6 = 0$

()

1

《完全解读》解读完全

说明

本丛书样张按学科分别设计,通过样张您可了解本书栏目、功能等基本信息,仅供参考,如所购图书与样张有个别区别,以所用图书为准。



新教材完全解读·九年级数学

$$C. \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0 \quad D. (m^2 + 3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$$

[分析] 所谓“关于 x 的方程”,就是指方程中只有 x 是未知数,而其他字母都是系数,可看作已知数。A选项不一定是一元二次方程,当 $a=0$ 时,它不是一元二次方程。B选项未知数不是 x ,C选项未知数最高次数为3,D选项符合一元二次方程的一般形式的特点,且二次项系数 $m^2+3 \geq 3$,即 m 取任何实数 m^2+3 都不等于零,所以D是一元二次方程。答案:D

中考展望

点击中考

中考命题总结与展望

本节中,一元二次方程的概念和判定是中考的重点和热点,常以填空题或选择题的形式出现在低档题中。

中考试题预测

例1 (2004·武汉)一元二次方程 $3x^2 + x - 2 = 0$ 的二次项系数和常数项分别为

- A. 3, 1 B. -1, -2 C. 3, -2 D. -1, 2

[分析] 由一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$,得 $a=3, c=-2$,故选C。

课堂小结

本节归纳

1. 本节学习了一元二次方程的概念及它的判别与分类,要会判别一个方程是否是一元二次方程。

2. 在学习过程中要注意对问题的体会、比较和总结。

3. 要注意对照一元一次方程来学习本节内容。

4. 一元一次方程和一元二次方程的比较,详见知识规律小结。

习题选解

课本习题

例2 课本第9~10页

习题5.1

1. (1)不是 (2)是 (3)不是 (4)不是

自我评价

知识巩固

1. 下列方程是一元二次方程的是

- A. $(x-1)x = x^2$ B. $\sqrt{x^2+1} = 3x$ C. $2x^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0$ D. $x^2 = 1$

2. $(m-1)x^2 + (m+1)x + 3m + 2 = 0$, 当 m _____时,原式为一元一次方程,当 m _____时,原式为一元二次方程。

总结命题趋势

根据中考要求和考试范围,结合本节考点,回顾往年中考试题特点,总结解题思路,预测命题趋势,让学生提前了解中考信息。

归纳本节要点

总结本节要点,掌握其内在联系,查找遗漏点,消化课堂知识。

选解教材习题

精选有难度的习题,详尽解答,有思路提示和解题过程。

巩固基础知识

与本节知识讲解和例题剖析相对应,题量适当,注重基础,充分落实基础知识和基本技能。



目 录

CONTENTS

第 26 章 二次函数

.....	(1)
本章视点	(1)
§ 26.1 二次函数	(3)
新课指南	(3)
教材解读	(3)
典例剖析	(4)
中考展望	(8)
课堂小结	(9)
自我评价	(9)
§ 26.2 二次函数的图象与性质	(11)
1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质	(11)
新课指南	(11)
教材解读	(11)
典例剖析	(13)
中考展望	(19)
课堂小结	(20)
自我评价	(21)
2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(一)	(22)
新课指南	(22)
教材解读	(23)
典例剖析	(26)
中考展望	(31)
课堂小结	(33)
自我评价	(33)
2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质(二)	(35)
新课指南	(35)

教材解读	(35)
典例剖析	(39)
中考展望	(46)
课堂小结	(48)
自我评价	(49)
3. 求二次函数的函数关系式	(51)
新课指南	(51)
教材解读	(52)
典例剖析	(53)
中考展望	(70)
课堂小结	(72)
自我评价	(72)
§ 26.3 实践与探索	(77)
新课指南	(77)
教材解读	(77)
典例剖析	(81)
中考展望	(90)
课堂小结	(92)
自我评价	(92)
章末总结	(96)
本章综合评价	(117)

第 27 章 证 明

.....	(124)
本章视点	(124)
§ 27.1 证明的再认识	(126)
新课指南	(126)
教材解读	(126)
典例剖析	(128)
中考展望	(133)



课堂小结	(135)	中考展望	(180)
自我评价	(135)	课堂小结	(181)
§ 27.2 用推理方法研究三角形	(136)	自我评价	(181)
1. 等腰三角形	(136)	2. 矩形、菱形	(182)
新课指南	(136)	新课指南	(182)
教材解读	(136)	教材解读	(183)
典例剖析	(137)	典例剖析	(184)
中考展望	(146)	中考展望	(187)
课堂小结	(147)	课堂小结	(190)
自我评价	(147)	自我评价	(190)
2. 角平分线	(149)	3. 正方形	(191)
新课指南	(149)	新课指南	(191)
教材解读	(149)	教材解读	(192)
典例剖析	(150)	典例剖析	(192)
中考展望	(154)	中考展望	(195)
课堂小结	(155)	课堂小结	(198)
自我评价	(155)	自我评价	(198)
3. 线段的垂直平分线	(157)	4. 等腰梯形	(200)
新课指南	(157)	新课指南	(200)
教材解读	(158)	教材解读	(201)
典例剖析	(158)	典例剖析	(202)
中考展望	(162)	中考展望	(208)
课堂小结	(163)	课堂小结	(210)
自我评价	(163)	自我评价	(210)
4. 逆命题、逆定理	(164)	5. 中位线	(212)
新课指南	(164)	新课指南	(212)
教材解读	(164)	教材解读	(212)
典例剖析	(165)	典例剖析	(213)
中考展望	(168)	中考展望	(217)
课堂小结	(169)	课堂小结	(217)
自我评价	(169)	自我评价	(219)
§ 27.3 用推理方法研究四边形	(171)	6. 反证法	(221)
1. 平行四边形	(171)	新课指南	(221)
新课指南	(171)	教材解读	(221)
教材解读	(172)	典例剖析	(221)
典例剖析	(173)	课堂小结	(224)
		自我评价	(224)
		章末总结	(225)



本章综合评价	(245)	中考展望	(271)
第 28 章 数据分析与决策	(250)	课堂小结	(275)
本章视点	(250)	自我评价	(275)
§ 28.1 借助媒体作决策	(252)	§ 28.3 在理论指导下决策 ...	(276)
新课指南	(252)	新课指南	(276)
教材解读	(252)	教材解读	(277)
典例剖析	(254)	典例剖析	(278)
中考展望	(259)	中考展望	(283)
课堂小结	(262)	课堂小结	(289)
自我评价	(262)	自我评价	(289)
§ 28.2 亲自调查作决策	(264)	章末总结	(291)
新课指南	(264)	本章综合评价	(293)
教材解读	(264)	期中学习评价	(297)
典例剖析	(266)	期末学习评价	(301)



第26章

二次函数

一、课标要求与内容分析

1. (1)探索具体问题中的数量关系和变化规律,体会二次函数是刻画现实世界的一个有效的数学模型;(2)会用描点法画出二次函数的图象,能通过图象认识二次函数的性质;(3)会用配方法确定二次函数的图象的顶点、开口方向和对称轴;(4)会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解;(5)通过对现实情境的分析,确定二次函数的表达式,并能用二次函数的图象及其性质解决简单的实际问题.

2. 函数不仅是重要的数学知识,而且还是重要的数学思想,它是贯穿初中代数的一条主线.从新旧知识的联系来看,这一章内容是在学习了一次函数、反比例函数的基础上,进一步由数、式、方程(即二次方程)到二次函数而展开的,同时在应用新知识的过程中,也起到了巩固和提高的作用,而且其中蕴涵的数学思想和方法是我们解决问题必不可少的手段.

3. 本章的内容主要包括三个部分;第一部分是由生活中的实际问题引入二次函数概念.第二部分是借助二次函数图象来研究二次函数的有关性质.第二部分内容是本章的核心内容,是运用函数研究问题的工具,因此要熟练掌握.第三部分是二次函数知识的综合运用,在第二

本

章

视

点



部分的基础上进一步探索了用二次函数观点来解决生活中的一些实际问题,揭示了一元二次方程与二次函数之间的本质关系.

4. 本章的重点是二次函数的图象及性质. 难点是会用待定系数法求解二次函数关系式,并能解决一些实际问题. 关键是要运用数形结合思想,结合图象研究二次函数的性质与不同图象之间的相互关系,培养学生分析问题、解决问题的能力.

二、学法指导

在学习本章的过程中,学生不要死记硬背,要运用观察比较的方法,并运用数形结合的思想,熟练画出抛物线草图,结合图象来研究二次函数的性质以及不同图象之间的相互关系. 由简单的二次函数 $y=ax^2$ 开始,总结归纳其性质,然后逐步扩展,经过了 $y=ax^2+k$, $y=a(x-h)^2$, 直到 $y=ax^2+bx+c$, 最后总结出一般规律,符合从特殊到一般、从易到难的认识规律,降低了学习难度.

在研究抛物线的画法时,要特别注意抛物线的轴对称性. 列表时自变量 x 的选取应以对称轴为界进行对称选取. 要结合图象理解和掌握二次函数的主要特征,如开口方向、顶点坐标(位置)、对称轴、 y 轴增减性、最大值、最小值等.



§ 26.1 二次函数

新课指南

1. 知识与技能: (1) 正确理解二次函数的有关概念; (2) 能根据实际问题列出简单的二次函数关系式.
2. 过程与方法: 结合具体情境体会二次函数的意义, 了解二次函数与已学过的函数的区别, 让学生对函数的思想有新的认识.
3. 情感态度与价值观: 通过数学活动, 感受实际生活对数学的需要, 体会数学知识与现实世界的联系.
4. 重点与难点: 正确理解二次函数的概念, 并能引出二次函数的关系式.

教材解读

精华要义

数学与生活

准备用 100 m 的铁丝制成一个矩形的花坛围栏, 你能说说什么情况下面积最大吗? 最大面积是多少?

思考讨论 阅读上述问题, 结合本节课的学习你能说出 x 为何值时 y 的值最大?

知识详解

知识点 1 二次函数的定义

定义: 一般地, 如果 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 那么 y 叫做 x 的二次函数.

例如: $y = 3x^2$, $y = 3x^2 + 2$, $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 2$ 等都是二次函数.

【说明】 (1) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, x, y 都是变量, a, b, c 是常量, 自变量 x 的取值范围是全体实数, b 和 c 可以是任何实数, a 是不能为 0 的实数.

(2) 若 $a = 0$, 则 $y = ax^2 + bx + c$ 变成 $y = bx + c$, 当 $b \neq 0$ 时, 是一次函数; 当 $b = 0$ 时, 则是常函数 $y = c$.

(3) 一个函数是否是二次函数, 要化简整理后, 对照 $y = ax^2 + bx + c$ ($c \neq 0$) 的形式才能下结论.

例如: $y = x^2 - x(x - 1)$ 化简后变为 $y = x$, 故它不是二次函数.



探究交流

? 在一般形式的二次函数中,二次项系数 a 不能为零, b, c 可以分别为零,当 $b=c=0$ 时,你能说出最简单形式的二次函数吗?

点拨 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 是二次函数最简单的形式.

知识点 2 二次函数的三个特征

I 函数关系式必须是整式.

II 化简后自变量的最高次数必须是 2.

III 二次项的系数不为 0.

探究交流

? 形如 $y=\frac{x^3}{x}$ 的函数是否是二次函数?

点拨 函数关系式必须是整式而 $y=\frac{x^3}{x}$ 不是整式,因此不是二次函数.

典例剖析

师生互动

基本概念题

判断一些函数是否为二次函数.

例 1 判断下列函数哪个是关于 x 的二次函数.

(1) $y=3x^2-11x+2$;

(2) $y=2x^2-7$;

(3) $y=x^2+3x$;

(4) $y=-\frac{1}{3}x^2$;

(5) $y=3-5x-7x^2$;

(6) $y=-(x-1)^2$;

(7) $y=-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{4}-b$;

(8) $y=6a^2-5a+x$;

(9) $y=9x^2-5x+x^3$;

(10) $y=2x^2-x+\frac{3}{x^2}$.

[分析] 根据二次函数的三个特征来判断这些函数是否是关于 x 的二次函数.

解:前 7 个都是关于 x 的二次函数,后 3 个不是.

基础知识应用题

本节知识的基本应用为:根据题意,由变量之间的关系列出函数关系式,再判断是否是二次函数.

例 2 在半径为 4 cm 的圆中,挖去一个半径为 x cm 的圆,剩下一个圆环面积为



$y \text{ cm}^2$, 则 y 与 x 的函数关系式为

()

A. $y = \pi x^2 - 4$

B. $y = \pi(2-x)^2$

C. $y = -(x^2 + 4)$

D. $y = -\pi x^2 + 16\pi$

〔分析〕 因为剩下圆环面积应为 $\pi(R^2 - r^2)$, 其中 R 和 r 分别为大圆和小圆的半径. 由题意, 得 $y = \pi(4^2 - x^2) = -\pi x^2 + 16\pi$. 故选 D.

综合应用题

主要与方程组或不等式组内容相结合.

例 3 当 k 取什么值时, 函数 $y = (1-k^2)x^{2k^2-3k-3}$ 是二次函数?

〔分析〕 根据二次函数的定义, 只要满足二次项系数 $1-k^2 \neq 0$ 且指数 $2k^2-3k-3=2$ 时, 函数 $y = (1-k^2)x^{2k^2-3k-3}$ 就是二次函数.

解: 由题意, 得 $2k^2-3k-3=2$,

$$\text{解得 } k_1 = \frac{5}{2}, k_2 = -1.$$

当 $k = -1$ 时, $1-k^2 = 0$, 不合题意舍去. 故 $k = \frac{5}{2}$.

当 $k = \frac{5}{2}$ 时, 函数 $y = (1-k^2)x^{2k^2-3k-3}$ 是二次函数.

小结 注意不要忽略 $1-k^2 \neq 0$.

例 4 如图 26-1 所示, 矩形的长为 4 cm, 宽为 3 cm, 如果将其长与宽都增加 x cm, 那么面积增加 $y \text{ cm}^2$.

(1) 写出 y 与 x 的函数关系式;

(2) 上述函数是什么函数?

(3) 自变量 x 的取值范围是什么?

〔分析〕 根据题意, 建立 x 与 y 的关系等式, 然后用含 x 的关系式表示 y , 使 y 的系数为 1.

解: (1) 根据题意, 得 $y = (4+x)(3+x) - 3 \times 4 = 12 + 7x + x^2 - 12 = x^2 + 7x$.

$$\text{即 } y = x^2 + 7x.$$

(2) 上述函数是二次函数.

(3) 自变量 x 的取值范围是 $x \geq 0$.

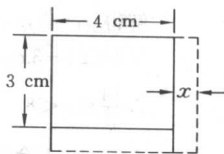


图 26-1

探索与创新题

将实际生活问题转化为二次函数问题.

例 5 下列函数关系中, 可以看作是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 模型的是 ()

A. 在一定距离内, 汽车行驶的速度与行驶时间的关系

B. 某地区人口自然增长率为 1%, 这个地区人口总数随年份变化关系

C. 竖直向上发射的信号弹, 从发射到落回地面, 信号弹的高度与时间的关系 (不



计空气阻力)

D. 圆的周长与圆的半径的关系

〔分析〕 A 中速度 = $\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$, 所以速度与时间是反比例关系. B 中年份不详. D 中

圆的周长 $C=2\pi r$, 周长与半径成正比例关系, 故选 C.

小箱 找函数关系式要与实际问题相联系.

例 6 如图 26-2 所示, 有长为 24 m 的篱笆, 一面利用墙(墙的最大可用长度 a 为 10 m)围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃, 设花圃的宽 AB 为 x m, 面积为 S m².

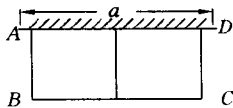


图 26-2

(1) 求 S 与 x 的函数关系式;

(2) 如果要围成面积为 45 m² 的花圃, AB 的长是多少米?

(3) 能围成面积比 45 m² 更大的花圃吗? 如果能, 请求出最大面积, 并说明围法; 如果不能, 说明理由.

解: (1) 设宽 AB 为 x m, 则 BC 为 $(24-3x)$ m,

$$\therefore S = x(24-3x) = -3x^2 + 24x \left(\frac{14}{3} \leq x < 8 \right).$$

$$(2) \text{ 由题意, 得 } -3x^2 + 24x = 45,$$

$$\therefore x^2 - 8x + 15 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 5, x_2 = 3.$$

$$\therefore 0 < 24-3x \leq 10.$$

$$\therefore \frac{14}{3} \leq x < 8.$$

$$\therefore x_2 = 3 \text{ 不合题意舍去.}$$

$$\therefore AB = 5, \text{ 即花圃的宽 } AB \text{ 为 } 5 \text{ m.}$$

(3) 能围成面积比 45 m² 更大的花圃.

$$S = -3x^2 + 24x = -3(x^2 - 8x) = -3(x-4)^2 + 48,$$

$$\therefore \frac{14}{3} \leq x < 8,$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{14}{3} \text{ 时, 面积 } S \text{ 最大,}$$

$$S = 48 - 3\left(\frac{14}{3} - 4\right)^2 = 46\frac{2}{3}.$$

$$\text{围法: } 24 - 3 \times \frac{14}{3} = 10. \text{ 花圃的长为 } 10 \text{ m, 宽为 } 4\frac{2}{3} \text{ m, 最大面积为 } 46\frac{2}{3} \text{ m}^2.$$

小箱 写函数解析式时, 当自变量有实际意义时, 一定要注意其取值范围.

例 7 设直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 与二次函数 $y=ax^2$ 的两个交点的横坐标分别为



x_1 和 x_2 , 且直线与 x 轴的交点的横坐标为 x_3 , 求证 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$.

〔分析〕 因为两个函数图象的交点是两个图象的公共点, 交点的坐标是这两个函数关系式联立所组成方程组的解, 其横坐标就是由方程组消去 y 所得的关于 x 的一元二次方程的解, 不解方程, 可利用根与系数的关系求出 $x_1 x_2, x_1 + x_2$ 的值.

证明: 由题意, 得 $\begin{cases} y=kx+b \text{ ①,} \\ y=ax^2 \text{ ②,} \end{cases}$ 把①代入②, 得 $ax^2 - kx - b = 0$,

$\therefore x_1, x_2$ 是直线与二次函数的交点的横坐标,

$\therefore x_1, x_2$ 是方程 $ax^2 - kx - b = 0$ 的两根.

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{k}{a}, x_1 x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{k}{a}}{-\frac{b}{a}} = -\frac{k}{b}.$$

又 $\because$ 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交点的横坐标为 x_3 ,

$$\therefore 0 = kx_3 + b. \therefore x_3 = -\frac{b}{k}.$$

$$\therefore \frac{1}{x_3} = -\frac{k}{b}. \therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}.$$

小结 一次函数式与二次函数式联立以后, 解一元二次方程的解的问题, 要注意应用根与系数的关系, 会给解题带来很多方便.

易错与疑难题

本节知识的理解与运用常出现的错误有两方面: (1) 对二次函数定义理解不深刻、不透彻; (2) 没有考虑隐含条件.

例 8 下列函数哪些是二次函数, 哪些不是? 简要说明理由.

(1) $y = 3(x-1)^2 + 1$;

(2) $y = x + \frac{1}{x}$;

(3) $y = (x+3)^2 - x^2$;

(4) $y = \frac{1}{x^2} + x$.

错解 1: (1), (3), (4) 都是二次函数, 因为它们都是用 x 的代数来表示 y , 并且都有 x^2 项, 只有 (2) 不是二次函数, 因为自变量的代数式里没有 x^2 项.

错解 2: 上述 4 个函数中是二次函数的有两个, (1) 和 (3) 是二次函数, 而 (2) 和 (4) 不是二次函数. 因为 (1) 和 (3) 都是用 x 的二次式来表示的, 而 (2) 和 (4) 是用 x 的分式表示的, 不是整式.

〔分析〕 判断函数是不是二次函数, 应从二次函数的定义入手, 要注意两点: 一是形式为 $y = ax^2 + bx + c$; 二是 $a \neq 0$. 错解 1 中犯了一个明显的错误: 函数 $y = \frac{1}{x^2} + x$ 中 y



不是关于 x 的整式表示的,更谈不上是用 x 的二次式来表示.错解2中注意到了这个问题,但还是忽略了另外一点.(3)是不是二次函数呢?展开整理就会发现 x^2 不存在,因为它的系数为0,因而也不是二次函数,大家一定要注意这点,不能只看问题的表面,正确答案只有(1).

正解:(1)是二次函数.(2),(3),(4)不是二次函数,经过整理后都不含 x^2 项.

例9 当 m 取什么值时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数?

错解:根据题意,得 $m^2-2=2$,解得 $m=\pm 2$.

故当 $m=\pm 2$ 时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数.

[分析] 错解只考虑到自变量 x 的次数为2,而忽略了系数 $m+2 \neq 0$ 这一条件.

正解:根据题意,得 $m^2-2=2$,解得 $m=\pm 2$.

当 $m=-2$ 时, $m+2=0$ 应舍去.

当 $m=2$ 时,函数 $y=(m+2)x^{m^2-2}+2x-3$ 是二次函数.

中考展望

点击中考

中考命题总结与展望

本节知识在中考命题中出现的频率不高,但它是学习二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的性质的基础,命题形式也比较灵活,一般有填空题、选择题.

中考试题预测

例1 (武汉)下列函数是二次函数的是

A. $y=8x^2+1$

B. $y=8x+1$

C. $y=\frac{8}{x}$

D. $y=\frac{8}{x^2}+1$

[分析] 形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数,且 $a \neq 0$) 的函数为二次函数,函数 $y=\frac{8}{x}$ 和 $y=\frac{8}{x^2}+1$,右边的代数式 $\frac{8}{x}$ 和 $\frac{8}{x^2}+1$ 是关于自变量 x 的分式,不是二次函数,函数 $y=8x+1$ 是一次函数,故正确答案为 A 项.

小结 严格把握二次函数的定义.

例2 (2003·山东)某医药研究所进行某一治疗病毒新药的开发,经过大量的服用试验后可知:成年人按规定的剂量服用后,每毫升血液中含药量 y 微克(1微克 $=10^{-3}$ 毫克)随时间 x 小时的变化规律与某一个二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 相吻合,并测得服用时(即时间为0时)每毫升血液中含药量为0微克;服用2小时后每毫升血液中含药量为6微克;服用后3小时每毫升血液中含药量为7.5微克.

(1)试求出含药量 y (微克)与服药时间 x (小时)的函数解析式;



(2) 画出 $0 \leq x \leq 8$ 的函数简单示意图;

(3) 服药后几小时,才能使每毫升血液中含药量最大? 并求出这个最大药量;

(4) 结合图示说明一次服药后的有效时间是多少小时?(有效时间为血液中含药量不为0的总时间)

[分析] (1) 由题意知
$$\begin{cases} c=0, \\ 6=4a+2b+c, \\ 7.5=9a+3b+c, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=4, \\ c=0. \end{cases}$$

所以函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x (0 \leq x \leq 8)$.

(2) $\because$ 函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8$,

当 $x=4$ 时, y 有最大值.

所以服药后 4 小时,才能使血液中的含药量最大,这时每毫升血液中含药量为 8 微克.

(3) 当 $y=0$ 时,即 $-\frac{1}{2}x^2 + 4x = 0$,可得 $x_1=0, x_2=8$,由图象可知,从服药时(即 $x=0$)到服药后 8 小时(即 $x=8$)这段时间内血液中的含药量均大于 0,故一次服药后的有效时间为 8 小时.

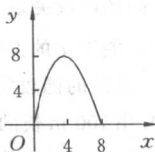


图 26-3

解:(1) 函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x (0 \leq x \leq 8)$.

(2) 如图 26-3 所示.

(3) 服药 4 小时,血液含药量最大,这时每毫升血液中含药量为 8 微克.

(4) 一次服药后的有效时间为 8 小时.

课堂小结

本节归纳

1. 二次函数的定义包含两层含义:一是 x 的二次项系数不为 0;二是 x 的最高次数是 2.

2. 会列简单的二次函数关系式.

自我评价

知识巩固

1. 下列各式中, y 是 x 的二次函数的是

A. $xy + x^2 = 1$

B. $x^2 + y - 2 = 0$

C. $y^2 - ax = -2$

D. $x^2 - y^2 + 1 = 0$