

21 世纪高职基础课系列教材

$$\sin x = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}, \quad u = \tan \frac{x}{2}, \quad dx = \frac{2du}{1+u^2}$$

主 编 李德才 张文军 骆汝九

主 审 徐汝琦

高等数学

上册

$$\text{双曲正弦 } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\text{双曲余弦 } \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\text{双曲正切 } \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\operatorname{arch} x = \pm \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{1}{x})^x = e = 2.7182818284 \dots 59045$$

中国大地出版社

21 世纪高职基础课系列教材

高等数学

(上册)

主 编	李德才	张文军	骆汝九	
副主编	张信昌	杨 毅	杨天明	马 敏
	胡海员	袁建华	纪 峰	
主 审	徐汝琦			

中国大地出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/李德才等主编. —北京:中国大地出版社,2004.8
ISBN 7-80097-682-3

I. 高… II. 李… III. 高等数学—高等学校:技术学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 088262 号

责任编辑:赵学涛 李 聪

出版发行:中国大地出版社

社址邮编:北京市海淀区学院路 31 号 100083

电 话:010—82329127(发行部) 010—82329008(编辑部)

传 真:010—82329024(发行部)

印 刷:北京地质印刷厂

开 本:850mm × 1168mm 1/32

印 张:18.25

字 数:450 千字

版 次:2004 年 8 月第 1 版

印 次:2004 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1—4000 套

书 号:ISBN 7-80097-682-3/G·123

定 价:30.00 元

(凡购买中国大地出版社的图书,如发现印装质量问题,本社发行部负责调换)

《高等数学》编写委员会组成单位

南京交通职业技术学院	南京铁道职业技术学院
扬州环境资源职业技术学院	连云港职业技术学院
江苏畜牧兽医职业技术学院	江苏食品职业技术学院
江苏信息职业技术学院	扬州工业职业技术学院
南通农业职业技术学院	江苏农林职业技术学院
江西信息应用职业技术学院	浙江东方职业技术学院
蓝天职业技术学院	西安思源职业学院

主 编 李德才 张文军 骆汝九

副主编 张信昌 杨 毅 杨天明 马 敏
胡海员 袁建华 纪 峰

主 审 徐汝琦

编 委 (按姓氏笔画为序)

万绍汤	马 敏	安 震	纪 峰
李德才	毕朝晖	张文军	张信昌
杨天明	杨 毅	胡海员	骆汝九
袁建华	徐雪平	黄开兴	黄志祥
梁其中	蒋永峰	葛传斌	

前 言

高等数学是高等职业技术教育的必修课。随着经济、社会和科学技术的高速发展,数学的内容、思想、方法以及语言在科学技术、经济建设以及生活实践中得到广泛的应用,并成为现代文化的重要组成部分。我们根据教育部有关文件精神,以“结合实际,深化概念,加强计算,注重应用”为宗旨,“以应用为目的,以必需够用为度,适当提高”为原则,编写了本教材。

根据培养目标和课程大纲,在编写时,我们尽力做到深入浅出,通俗易懂,并兼顾不同行业的需要,用较多的实例引入问题,以反映数学的应用,培养学生运用数学知识解决实际问题的能力。

为了体现以学生为主体,根据不同对象与要求,将基本要求与拓宽知识相结合的精神,本教材采用分层制。A层是根据教学的基本要求,按照“必需够用为度”而编写,为高职高专学生必须掌握的内容;B层是适应部分学生“专升本”、“专转本”,继续深造的需要,其内容略有加深。

特别提示:本教材B层的内容是用小五号字编排的。

鉴于计算机的广泛应用和数学软件的日臻完善,为了促进教学手段的改革与创新,提高学生使用计算机解决数学问题的意识和能力,同时,为激发学生学习数学的兴趣,并强化应用,我们在本书上、下册的附录中分别编写了“高等数学实验指导”,供师生们选择使用。

本教材系高职高专教材,也可作为“专升本”及学历文凭考试的教材或参考书。

限于编者的水平,加之时间仓促,书中难免有缺点和不当之处,敬请专家、同仁以及广大读者批评指正。

编 者

2004年8月10日

目 录

第一章 函数 极限 连续	1
§1 函数	1
1.1 常量与变量	1
1.2 函数	2
1.3 初等函数	8
习题 1-1	11
§2 极限的概念	13
2.1 数列的极限	14
2.2 函数的极限	15
2.3 无穷小量与无穷大量	18
习题 1-2	21
§3 极限的运算法则	23
习题 1-3	28
§4 两个重要极限	30
习题 1-4	36
§5 函数的连续性	37
5.1 连续的概念	37
5.2 闭区间上连续函数的性质	42
习题 1-5	44
本章要点	45
复习题一	47
第二章 导数与微分	53
§1 导数的概念	53
1.1 导数的概念	53

1.2 导数的几何意义	56
1.3 可导与连续的关系	56
1.4 求导举例	58
习题 2-1	60
§2 求导法则	60
2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	61
2.2 反函数求导法则	64
2.3 复合函数求导法则	65
2.4 基本导数公式和求导法则	68
习题 2-2	69
§3 高阶导数	70
3.1 高阶导数的概念	70
习题 2-3	73
§4 隐函数的导数	74
4.1 隐函数的导数	74
4.2 对数求导法	76
习题 2-4	76
§5 函数的微分	77
5.1 微分的概念	77
5.2 微分的几何意义	80
5.3 微分公式与微分的运算法则	80
习题 2-5	85
本章要点	87
复习题二	89
第三章 导数的应用	94
§1 中值定理	94
1.1 罗尔定理	94
1.2 拉格朗日中值定理	95
1.3 柯西中值定理	97

习题 3-1	97
§2 洛必达法则	98
习题 3-2	103
§3 函数的极值与最值	104
3.1 函数的单调性	104
3.2 函数的极值	108
3.3 函数的最值	111
习题 3-3	114
§4 曲线的凹凸性和拐点及函数图形的描绘	116
4.1 曲线的凹凸性和拐点	116
4.2 函数图形的描绘	119
习题 3-4	122
§5 导数在经济中的应用	123
5.1 边际函数	123
5.2 函数的弹性	126
习题 3-5	127
本章要点	128
复习题三	130
第四章 不定积分	135
§1 不定积分	135
1.1 原函数与不定积分的概念	135
1.2 不定积分的几何意义和物理意义	137
1.3 基本积分公式	139
1.4 不定积分的性质	140
习题 4-1	143
§2 换元积分法	144
2.1 第一类换元积分法	145
2.2 第二类换元积分法	150
习题 4-2	154

§ 3 分部积分法	157
习题 4-3	162
§ 4 简单有理函数的不定积分	163
4.1 几个简单的例子	163
4.2 有理函数的积分	165
习题 4-4	169
§ 5 积分表的使用	170
5.1 在积分表中能直接查到的积分	170
5.2 需要先进行恒等变形或变量代换再查积分表的	171
5.3 用递推公式的积分	172
习题 4-5	173
本章要点	174
复习题四	176
第五章 定积分及其应用	179
§ 1 定积分的概念	179
1.1 实例分析	179
1.2 定积分的概念	182
1.3 定积分的几何意义	183
习题 5-1	185
§ 2 定积分的性质	186
习题 5-2	189
§ 3 微积分基本公式	190
3.1 积分上限函数及其导数	190
3.2 微积分基本公式	194
习题 5-3	196
§ 4 定积分的计算	197
4.1 定积分的换元积分法	198
4.2 定积分的分部积分法	203
习题 5-4(1)	206

习题 5-4(2)	208
§ 5 广义积分	208
5.1 无限区间上的广义积分	209
5.2 无界函数的广义积分(瑕积分)	211
习题 5-5	213
§ 6 定积分的微元法	214
§ 7 定积分在几何上的应用	216
7.1 平面图形的面积	216
7.2 立体的体积	222
7.3 平面曲线的弧长	225
习题 5-7	227
§ 8 定积分在物理上的应用	228
8.1 功	228
8.2 液体的压力	229
8.3 平均值	229
8.4 静力矩与质心	231
8.5 转动惯量	233
习题 5-8	233
本章要点	234
复习题五	236
附录 1 积分表	241
附录 2 高等数学实验指导(上)	252
附录 3 习题与复习题参考答案	262
第六章 常微分方程	289
§ 1 微分方程的概念	289
习题 6-1	292
§ 2 一阶微分方程	293
2.1 可分离变量的微分方程	293

2.2 一阶线性微分方程	297
习题 6-2	304
§3 可降阶的二阶微分方程	305
习题 6-3	308
§4 二阶线性微分方程解的结构	309
习题 6-4	312
§5 二阶常系数线性齐次微分方程	313
习题 6-5	316
§6 二阶常系数线性非齐次微分方程	317
6.1 $f(x) = P_n(x)$ ($P_n(x)$ 是 n 次多项式) 的情形	318
6.2 $f(x) = P_n(x)e^{\lambda x}$ ($P_n(x)$ 是 n 次多项式, λ 是常数) 的情形	319
6.3 $f(x) = a\cos \omega x + b\sin \omega x$ (a, b, ω 是常数) 的情形	322
习题 6-6	325
§7 微分方程的简单应用	326
习题 6-7	330
本章要点	330
复习题六	332
第七章 向量代数与空间解析几何	334
§1 空间直角坐标系	334
1.1 空间直角坐标系	334
1.2 空间两点间的距离	336
习题 7-1	338
§2 向量及其线性运算	338
2.1 向量的概念	338
2.2 向量的线性运算	340
2.3 向量的坐标表示法	343
习题 7-2	350

§ 3 向量的数量积与向量积	351
3.1 向量的数量积	351
3.2 向量的向量积	354
习题 7-3	357
§ 4 平面与空间直线	358
4.1 平面	358
4.2 空间直线	364
习题 7-4	370
§ 5 曲面与空间曲线	372
5.1 曲面与方程的概念	372
5.2 几种常见的曲面	373
5.3 二次曲面	378
5.4 空间曲线	382
习题 7-5	385
本章要点	388
复习题七	390
第八章 多元函数微分学	393
§ 1 多元函数	393
1.1 平面点集和区域	393
1.2 多元函数的定义	396
1.3 二元函数的几何表示	397
1.4 二元函数的极限	398
1.5 二元函数连续的概念	399
1.6 有界闭区域上的二元连续函数的性质	400
习题 8-1	401
§ 2 偏导数	402
2.1 多元函数的偏导数	402
2.2 高阶偏导数	405
习题 8-2	407

§ 3 全微分	408
3.1 全微分	408
3.2 全微分在近似计算中的应用	410
习题 8-3	411
§ 4 多元复合函数与隐函数的微分法	412
4.1 多元复合函数的求导法则	412
4.2 隐函数的求导法	415
习题 8-4	416
§ 5 偏导数的几何应用	417
5.1 空间曲线的切线和法平面	417
5.2 曲面的切平面和法线	419
习题 8-5	421
§ 6 多元函数的极值和最值	421
6.1 多元函数的极值	422
6.2 多元函数的最值	424
6.3 条件极值、拉格朗日乘数法	426
习题 8-6	428
本章要点	429
复习题八	433
第九章 二重积分	435
§ 1 二重积分的概念与性质	435
1.1 二重积分的概念	435
1.2 二重积分的几何意义	438
1.3 二重积分的性质	438
习题 9-1	440
§ 2 二重积分的计算法	441
2.1 二重积分在直角坐标系下的计算法	441
2.2 二重积分在极坐标系下的计算法	449
习题 9-2	453

§ 3 二重积分的应用	455
3.1 二重积分在几何上的应用	455
3.2 二重积分在物理上的应用	459
习题 9-3	463
本章要点	464
复习题九	467
第十章 无穷级数	472
§ 1 常数项级数的基本概念及性质	472
1.1 常数项级数的基本概念	472
1.2 级数的基本性质	476
1.3 级数收敛的必要条件	479
习题 10-1	479
§ 2 常数项级数的审敛法	481
2.1 正项级数	481
2.2 交错级数	486
2.3 绝对收敛与条件收敛	489
习题 10-2	492
§ 3 幂级数	493
3.1 幂级数及其收敛性	495
3.2 幂级数的性质	499
3.3 函数展开成幂级数	501
3.4 函数的幂级数展开式在近似计算中的应用	506
习题 10-3	508
§ 4 傅里叶级数	509
4.1 三角级数	509
4.2 傅里叶级数	510
4.3 奇函数和偶函数的傅里叶级数	515
习题 10-4	517
本章要点	518

复习题十.....	519
附录1 高等数学实验指导(下)	523
附录2 习题与复习题参考答案	535

第一章

函数 极限 连续

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学. 初等数学主要研究常量和相对静止状态, 而高等数学主要研究变量和运动状态.

函数是高等数学中最基本的概念之一, 是微积分学研究的主要对象, 是客观世界中变量之间依从关系的反映, 是科学技术领域中表达自然规律的基本概念; 极限是贯穿高等数学始终的重要的工具, 借助于极限进行推理是这门课程的基本手段; 连续则是函数的一个重要的性态, 连续函数是高等数学研究的主要对象. 本章将介绍函数、极限与连续的基本知识.

§1 函数

1.1 常量与变量

我们在观察或研究某种自然现象或技术的过程中, 常遇到各种不同的量, 其中有的量在整个观察过程中不发生变化, 取固定的数值, 这种量叫做常量; 而有些量在观察过程中是变化的, 这种量叫做变量. 通常用字母 a, b, c 等表示常量, 用字母 x, y, z, t 等表示变量.

在高等数学中, 为了研究问题方便起见, 常量可以看成是取同一数值的变量, 即常量可以看成是变量的特殊情况.

因为变量 x 的每一个值都是一个数, 因而可以用数轴上的一个点来表示, 如果 x 是常量, 则用数轴上的一个定点来表示; 如果 x 是变量, 则用数轴上的动点来表示.

1.2 函数

自然界中任何事物都处于不断的运动、变化中,而且每一事物的运动、变化不是孤立的,总是同它周围其他事物互相联系、互相影响的.下面通过几个实际例子来加以说明:

例1 某气象站用自动记录仪记录下某日从0时到24时的温度变化曲线(图1-1),形象地表示了温度 T 随时间 t 的变化规律.

根据温度变化曲线所表示的规律,对于这天0时到24时中的每一个确定时刻 t ,就有一个确定的温度 T 和它对应.

如当 $t = 0$ 时, $T = 17.5^{\circ}\text{C}$,当 $t = 14$ 时, $T = 28^{\circ}\text{C}$.当 $t = t_0$ 时,横轴上取点 t_0 ,过此点作平行于 T 轴的直线交曲线于 P 点,量出 P 的纵坐标 T_0 ,就得到对应于 t_0 时刻的气温 T_0 .

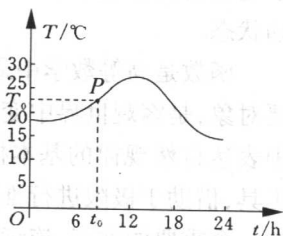


图 1-1

例2 保险丝(铅锡合金,铅75%,锡25%)的熔断电流 I 和直径 D 之间的关系,可以列成下表:

D/mm	0.508	0.538	0.61	0.71	0.813	0.915	1.22	1.63	1.83	2.03
I/A	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	10.0	16.0	19.0	22.0

该表反映了熔断电流 I 随保险丝直径 D 变化的对应关系,对于一个确定的直径就有一个确定的熔断电流的值与之对应. 如当 $D = 1.63\text{mm}$ 时, $I = 16.0\text{A}$.

例3 圆的半径 r 和圆的面积 S 的关系为 $S = \pi r^2$ (r 可以取大于零的一切实数). 当 r 取某一数值时,面积 S 也就有确定的值与它对应,因而该公式表示了 S 和 r 之间的对应关系.

又如物体在空中自由下落时,如果忽略空气阻力不计,则物体所经过的路程 s 和时间 t 有如下关系: $s = \frac{1}{2}gt^2$ ($g = 9.8\text{m/s}^2$). 该公式表示了路程 s 和时间 t 之间的对应关系. 由此,可以算得各个