



北京大学附属中学数学教研室

编

高中数学

自测题及答案

—代 数

GAO ZHONG SHU XUE ZI CE TIJI DA AN

高中数学自测题及答案

代 数

北京大学附属中学数学教研室

陈剑刚 孙曾彪

董世奎 朱传瑜 张宁 编

农村读物出版社

高中数学自测题及答案

代 数

北京大学附属中学数学教研室编

责任编辑 肖瑞连

*

农村读物出版社出版

北京密云体委印刷厂印刷

新华书店发行所发行

*

787×1092毫米1/32 10印张 200千字

1989年1月第1版 1989年1月北京第1次印刷

印数：1—27200册 定价：2.90元

ISBN 7-5048-0026-0/B·1

内 容 提 要

本套书共分上、下两册,上册内容为代数;下册内容为平面三角、立体几何、解析几何。每单元皆分为基础知识与练习两部分。基础知识一般采用填空或回答形式。书后附有注解和练习答案。

本套书是根据教学大纲和全国统编教材的要求,总结了多年高中数学教学的实践经验编写而成的。本书着重总结了初等数学的基础知识、基本方法、分析问题的规律以及解题思路,有助于学生和自学青年系统的复习高中数学内容,加深对高中数学基本知识的理解,掌握分析问题的规律,提高解题能力。对广大从事中等数学教学工作的同志,也是一本经验交流的书。

前 言

为了提高课堂教学质量，帮助师生加深理解教学内容，为了帮助各界青年提高自学质量，我们编写了这套课外参考书。这套书共分四个部分：代数、三角、立体几何、平面解析几何，分成两册出版。

这套课外参考书是在我校多年来高中数学教学的实践基础上汇编、补充、整理而成，力求能反映我们的教学指导思想与经验体会。根据教学大纲与全国统编教材的要求，根据教学实际，组织编写这套参考书。这套书既立足于基础知识与基本方法的训练，又注意培养学生的分析问题与解决问题的能力；既强调知识的系统性，又突出总结分析问题的规律与解题方法；既有利于学生利用课余时间阅读参考，又有利于师生与自学青年利用阶段复习与总复习的机会，既能全面系统地复习基础知识与基本方法，又能在分析问题与解决问题的能力上得到考察与锻炼，便于读者在复习过程中总结与提高。

这套书的基础知识部分，一般采取填空形式或问题形式，供读者思考与自测，并可在书上作必要的笔答。我们在书上编了号码，在书后汇集注解，读者可翻阅核对。其中例题部分，我们给出题意分析与主要解题过程，并及时小结解题方法与注意事项；练习部分，在书后汇集答案，部分题作必要的提示。这套书的内容又在教学大纲的基础上作了不少补充与引伸，目的在于扩大读者的知识面与解题思路。考虑到各阶层读者的需要，在内容编排上，没有按照教科书上的顺序，

而是按照初等数学的中心内容编排，这样有利于在总复习中突出课题的主题，有利于读者对所学知识的前后呼应与融会贯通。考虑到各阶层读者的不同的学习程度，我们把内容较深、要求较高的课题，用“•”号标出，供读者自行选读。

这套书是在平时教学实践的基础上，通过集体讨论，分工执笔编写，教研组的其他同志也提供了许多意见和素材。

这套书还会有错误与不足之处，请读者多提宝贵意见，我们可再作修改与补充，并向各位读者致以谢意。

编者

1988年

目 录

第一章	集合与映射	1
第二章	数	11
第三章	指数与对数	46
第四章	不等式	56
第五章	函数	96
第六章	数列与极限	156
第七章	排列、组合与二项式定理	201
注解、练习提示与答案		221

代 数

第一章 集合与映射

一、集合的概念

什么叫集合？〔1〕

集合有哪几种表示法？〔2〕

其中哪种表示法一般只能用来表示有限集？〔3〕

二、专用的集合符号

N 表示〔4〕集， Z 表示〔5〕集，

Q 表示〔6〕集， R 表示〔7〕集，

C 表示〔8〕集， ϕ 表示〔9〕集，

R^+ 表示〔10〕集， R^- 表示〔11〕集，

$\overline{R}$ 表示〔12〕集。

三、列举法的应用

用列举法表示下列集合。

1. 能被 2 或 3 整除而又不大于 12 的所有自然数。〔13〕
2. 两对角线分别在坐标轴上，且边长为 1 的正方形所有顶点。〔14〕
3. 下列各实系数方程分别可能有几个实根？分别写出

每一个方程所有可能有的实根个数所组成的集合 (k 重根算作 k 个根):

(1) $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0); [15]$

(2) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0, (a \neq 0); [16]$

(3) $x^2 - 2ax + 1 = 0, (|a| < 1); [17]$

四、描述法的应用

用描述法表示下列集合, 这种表示形式都是唯一的吗? [18]

1. 不等于 2 的一切实数所组成的集合。[19]

2. 不等式 $x^2 + 5x - 6 < 0$ 的解集并化简。[20]

3. 不等式 $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ 的解集并化简。[21]

4. 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$ 的解集并化简。[22]

5. 方程组 $\begin{cases} s + t = 3 \\ t + u = 4 \\ u + s = 5 \end{cases}$ 的解集并化简。[23]

6. 与 $-\frac{\pi}{3}$ 终边相同的所有角的集合。[24]

7. 所有第四象限的角的集合。[25]

8. 分别写出适合下列各条件的所有角 x 的集合:

(1) $\sin x = \frac{1}{2}; [26]$

(2) $\cos x = -1; [27]$

(3) $\operatorname{tg} x = 0; [28]$

9. 方程 $\sin x (\operatorname{tg} x - 1) = 0$ 的解集。[29]

10. 函数 $y = \frac{1}{\sin x (\operatorname{tg} x - 1)}$ 的定义域。〔30〕

11. 不在第一象限、第二象限、第三象限、第四象限的所有点的集合。〔31〕

12. 平面直角坐标系内，以原点为圆心， r 为半径的圆内或圆上的所有的点的集合。〔32〕

13. 以原点为圆心，半径分别为 2 和 3 的两个同心圆所形成的圆环内的所有的点（不包括任何一个圆周上的点）的集合。〔33〕

14. 平面直角坐标系内 x 轴上方的所有的点（不包括 x 轴上的点）的集合。〔34〕

15. 以 y 轴为中心轴线的宽为 1 的长带子内（包括边界）的点的集合。〔35〕

16. 以原点为顶点， x 轴的正半轴为始边的角 α 满足

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \end{cases}$$

写出角 α 终边上所有的点的集合。〔36〕

17. 直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成的图形内的点（包括周界上的点）的集合。〔37〕

五、元素与集合之间的关系

记号 $a \in A$ 读作〔38〕_____，它表示〔39〕_____；

记号 $a \in A$ 读作〔40〕_____，它表示〔41〕_____。

六、集合与集合之间的关系

1. 子集

(1) 集合 A 是集合 B 的子集是指: [42] _____ ,
记作 [43] _____ , 怎样读?

(2) 集合 A 是集合 B 的真子集是指: [44] _____ ,
记作 [45] _____ 。

(3) 集合 A 与集合 B 相等是指: [46] _____ , 记作
[47] _____ , 怎样读?

(4) 记号 $\in$ 和 $\subset$ 有什么不同? [48]

(5) 一个非空集合至少有几个子集? [49]

(6) 一个集合由3个元素组成, 它共有 [50] _____
个不同的子集; 一个集合由7个元素组成, 它共有 [51] _____
个不同的子集; 一个集合由 n 个元素组成, 它共有
[52] _____ 个不同的子集。

(7) 如果 $A \subset B$, $B \subset C$, 则 A 与 C 之间的关系是 [53] _____ 。

(8) 数集 N 、 Z 、 Q 、 R 、 C 与 ϕ 之间的包含关系是 [54] _____ 。

2. 交集

(1) 集合 A 与集合 B 的交集是指: [55] _____ ,
记作 [56] _____ 。

(2) 在图 1-1 中, 画出集合 A 与集合 B 的交集。

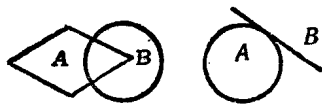


图1-1

(3) $\{\text{等腰三角形}\} \cap \{\text{直角三角形}\} =$ [57] _____ 。

(4) $\{(x, y) | x + y = 3\} \cap \{(x, y) | 2x - y = 3\} =$ [58] _____ 。

(5) $\{x|x^2-9<0\} \cap \{x|0 \leq x \leq 4\} = [59]$ _____。

(6) $\phi \cap \phi = [60]$; $A \cap \phi = [61]$; $A \cap A = [62]$ _____。

3. 并集

(1) 集合A与集合B的并集是指: $[63]$, 记作 $[64]$ 。

(2) 在下图 1-2 中, 画出集合A与集合B的并集。

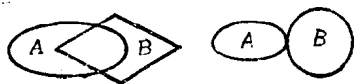


图 1-2

(3) $\{\text{有理数}\} \cup \{\text{无理数}\} = [65]$ 。

(4) $\{x|2 < x < 8\} \cup \{x|-3 \leq x \leq 5\} = [66]$ 。

(5) $\{x|x \neq -2, x \in R\} \cup \{x|x \neq 3, x \in R\} = [67]$ 。

(6) $\phi \cup \phi = [68]$; $A \cup \phi = [69]$; $A \cup A = [70]$ _____。

(7) 如果 $A \subset B$, 则 $A \cap B = [71]$; $A \cup B = [72]$ 。

(8) 在A、B、 $A \cap B$ 、 $A \cup B$ 四个集合之间有哪些确定的包含与被包含的关系? 试用符号表示出来。 $[73]$

4. 补集

(1) 集合A在全集 I 中的补集是指: $[74]$ _____ , 记作 $[75]$ 。

(2) A和 I 的关系是 $[76]$; $\bar{A}$ 和 I 的关系是 $[77]$ 。

(3) 在图 1-3 中, 画出集合A 的补集。



图1-3

(4) 若全集为 I , 则 $A \cap \bar{A} = [78]$; $A \cup \bar{A} = [79]$;
 $\bar{\bar{A}} = [80]$ 。若 $A = I$, 则 $\bar{A} = [81]$ 。

(5) 已知 $I = R$, $A = \{x | x^2 - 9 \geq 0\}$, 则 $\bar{A} = [82]$ 。

练习 1.1

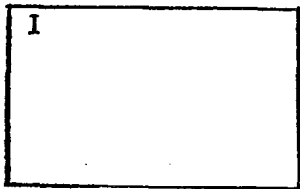
(1) 设 R 表示实数集, C 表示复数集, C_1 表示纯虚数集, C_2 表示虚数集。则: $C_2 \cap R =$ _____; $C_1 \cap C_2 =$ _____; $C \cap R =$ _____;
 $C_2 \cup R =$ _____; $C_1 \cup C_2 =$ _____; $C \cup C_2 =$ _____。

(2) 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 。

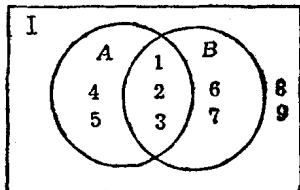
则: $\bar{A} =$ _____; $\bar{B} =$ _____; $A \cup B =$ _____;
 $A \cap B =$ _____; $\overline{A \cap B} =$ _____; $\overline{A \cup B} =$ _____;
 $A \cap \bar{B} =$ _____; $\overline{A \cup \bar{B}} =$ _____; $\overline{A \cap B} =$ _____;
 $\bar{A} \cup \bar{B} =$ _____。从中还能发现什么规律?

(3) 全集 $I = \{\text{四边形}\}$, $A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$, $C = \{\text{菱形}\}$,
 $D = \{\text{正方形}\}$, 用一张图表示上述各集合之间的关系。

(4) 全集 I , 集合 A 、 B 如图所示。则: $\bar{A} =$ _____; $\bar{B} =$ _____;



(第3题)



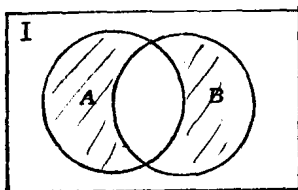
(第4题)

$$\overline{A \cap B} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \overline{A \cup B} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad A \cup B = \underline{\hspace{2cm}};$$

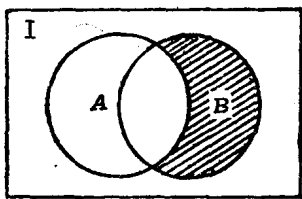
$$A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(5) 在图中画出集合: $\overline{A \cap B} \cap (A \cup B)$.

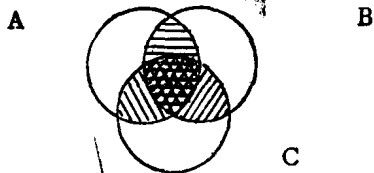
(6) 已知全集 I , 集合 A, B 如图所示, 用 A, B 及其交集、并集、补集的符号表示图中的阴影部分: $A \cap B$.



(第(5)题)



(第(6)题)



(第(7)题)

(7) 在图中, 全集 $I = A \cup B \cup C$, 用 A, B, C 及其交集、并集、补集的符号表示下列集合:

- ① 三个阴影的重叠部分 $A \cap B \cap C$;
- ② 所有有阴影的部分 $A \cap B \cup A \cap C \cup B \cap C$;
- ③ 全体无阴影的部分 $\overline{A \cap B \cup A \cap C \cup B \cap C}$.

(8) 设 $A = \{x \mid 16 - x^2 \geq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x - 6 > 0\}$, 全集 $I = \mathbb{R}$, 则:

$$A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}; \quad A \cup B = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\overline{A \cap B} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \overline{A \cup B} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$A \cap \overline{B} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad A \cup \overline{B} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(9) 已知 $I = \{x | x < 10, x \in N\}$, $A \cap B = \{2, 5\}$, $B \cap A = \{1, 7\}$,

$A \cap B = \{3, 8, 9\}$. 则:

$A =$ _____; $B =$ _____.

(10) 设全集 $I = \{200 \text{ 以内的自然数}\}$,

$A = \{200 \text{ 以内能被 } 2 \text{ 整除的自然数}\}$,

$B = \{200 \text{ 以内能被 } 3 \text{ 整除的自然数}\}$,

$C = \{200 \text{ 以内能被 } 5 \text{ 整除的自然数}\}$.

① 用图表示上面各集合之间的关系.

② 用 A 、 B 、 C 及其交集、并集、补集的符号表示下列集合, 并说明是图中的哪一个部分:

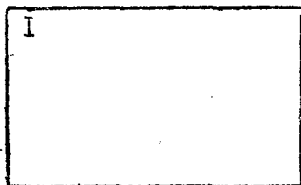
$\{200 \text{ 以内能被 } 6 \text{ 整除的自然数}\} =$ _____;

$\{200 \text{ 以内能被 } 15 \text{ 整除的自然数}\} =$ _____;

$\{200 \text{ 以内能被 } 10 \text{ 整除的自然数}\} =$ _____;

$\{200 \text{ 以内能被 } 30 \text{ 整除的自然数}\} =$ _____;

$\{200 \text{ 以内既不是 } 2 \text{ 的倍数, 又不是 } 3 \text{ 的倍数, 也不是 } 5 \text{ 的倍数的自然数}\} =$ _____.



(第(10)题)

③ 求 200 以内既不是 2 的倍数, 又不是 3 的倍数, 也不是 5 的倍数的自然数共有多少个?

七、映射

1. 集合 A 到集合 B 的映射是指: [83]

_____, 记作 [84] _____.

2. 如果 $f: A \rightarrow B$ 是一个从集合 A 到集合 B 的映射, 按照对应法则 f , 与 A 中的元素 a 相对应的 B 中的元素是 b , 则 b 叫做 a 的 [85], a 叫做 b 的 [86]。

3. 从集合 A 到集合 B 的映射还具备什么条件时, 就称为从集合 A 到集合 B 的一一映射? [87]。

4. 要从集合 A 到集合 B 的映射 $f: A \rightarrow B$ 有逆映射, 必须而只须是 [88], 映射 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射是从集合 [89] 到集合 [90] 的映射, 记作 [91]。

如果在映射 $f: A \rightarrow B$ 的作用下, 集合 B 中的元素 b 是集合 A 中的元素 a 的象, 则在它的逆映射的作用下, a 是 b 的 [92], b 是 a 的 [93]。

5. 下面八个从集合 A 到集合 B 的对应关系中, 哪些对应是从集合 A 到集合 B 的映射? 其中哪些映射又是从集合 A 到集合 B 的一一映射? 哪些映射有逆映射? 如果有, 写出它的逆映射。

(1) $A=N, B=N$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y = \frac{x}{2}$ 与 A 中的元素 x 对应。[94]

(2) $A=N, B=N$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y = 2x$ 与 A 中的元素 x 对应。[95]

(3) $A=R, B=R$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y = 2x$ 与 A 中的元素 x 对应。[96]

(4) $A=\bar{R}, B=R$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 y 是 x 的平方根与 A 中的元素 x 对应。[97]

(5) $A=R, B=\bar{R}$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y = x^2$

与 A 中的元素 x 对应。〔98〕

(6) $A=\overline{R^-}$, $B=\overline{R^-}$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y=x^2$ 与 A 中的元素 x 对应。〔99〕

(7) $A=\overline{R^-}$, $B=R$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y=x^2$ 与 A 中的元素 x 对应。〔100〕

(8) $A=\overline{R^+}$, $B=\overline{R^-}$, 对应法则是使 B 中的元素 y 按 $y=x^2$ 与 A 中的元素 x 对应。〔101〕